ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ALANA ÖZGÜ YARATICILIKLARINI ÖLÇMEYE YÖNELİK MATEMATİKSEL YARATICILIK TESTİ

DOÇ. DR. BİLGE BAL SEZEREL

EĞİTİM
yayınevi

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ALANA ÖZGÜ YARATICILIKLARINI ÖLÇMEYE YÖNELİK MATEMATİKSEL YARATICILIK TESTİ

Doç. Dr. Bilge BAL SEZEREL

Genel Yayın Yönetmeni: Yusuf Ziya Aydoğan (yza@egitimyayinevi.com)
Genel Yayın Koordinatörü: Yusuf Yavuz (yusufyavuz@egitimyayinevi.com)
Sayfa Tasarımı: Eğitim Yayınevi Grafik Birimi
Kapak Tasarımı: Eğitim Yayınevi Grafik Birimi

T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı
Yayıncı Sertifika No: 76780

E-ISBN: 978-625-5971-31-9
1. Baskı, Aralık 2024

Kütüphane Kimlik Kartı
ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ALANA ÖZGÜ YARATICILIKLARINI ÖLÇMEYE YÖNELİK MATEMATİKSEL YARATICILIK TESTİ
Doç. Dr. Bilge BAL SEZEREL
VI+130 s., 165x240 mm
Kaynakça var, dizin yok.
E-ISBN: 978-625-5971-31-9

EĞİTİM
yayınevi

Yayınevi Türkiye Ofis: İstanbul: Eğitim Yayınevi Tic. Ltd. Şti., Atakent mah. Yasemen sok. No: 4/B, Ümraniye, İstanbul, Türkiye

Konya: Eğitim Yayınevi Tic. Ltd. Şti., Fevzi Çakmak Mah. 10721 Sok. B Blok, No: 16/B, Safakent, Karatay, Konya, Türkiye
+90 332 351 92 85, +90 533 151 50 42, 0 332 502 50 42
bilgi@egitimyayinevi.com

Yayınevi Amerika Ofis: New York: Egitim Publishing Group, Inc.
P.O. Box 768/Armonk, New York, 10504-0768, United States of America
americaoffice@egitimyayinevi.com

Lojistik ve Sevkiyat Merkezi: Kitapmatik Lojistik ve Sevkiyat Merkezi, Fevzi Çakmak Mah. 10721 Sok. B Blok, No: 16/B, Safakent, Karatay, Konya, Türkiye
sevkiyat@egitimyayinevi.com

Kitabevi Şubesi: Eğitim Kitabevi, Şükran mah. Rampalı 121, Meram, Konya, Türkiye
+90 332 499 90 00
bilgi@egitimkitabevi.com

İnternet Satış: www.kitapmatik.com.tr
+90 537 512 43 00
bilgi@kitapmatik.com.tr

ilk okuyan siz olun
kitapmatik
internetteki kitapçınız

ÖNSÖZ

Bundan asırlar önce, insanoğlu bir avuç kıvılcımla kaderini değiştirdi. İlk alev, ıssız bir mağaranın ortasında dans ederken, sadece karanlığı aydınlatmakla kalmadı; insanın hayal gücüne de kocaman bir ışık tuttu. Ateş, ısınmaktan ziyade, insanlığın hayal gücünü tutuşturan bir kıvılcım oldu. Artık sadece hayatta kalmıyorduk; bir şeyler üretmeye ve işlemeye başlamıştık.

Zaman ilerledikçe, avcı-toplayıcı kabilelerden tarım toplumlarına, oradan da endüstri devrimine geçiş yaptık. Her çağda, yaratıcılığın gücü insanlık tarihini şekillendirdi. Çömlekten yapılmış ilk kap, rüzgarla dönen ilk yel değirmeni, tekeri dönen ilk araba, sonra gökyüzünde uçan ilk uçak, insanlar gibi düşünen ve üreten ilk yapay zaka ve insanlığın ilerlemesinde atılacak daha nice adımlar … Hepsi bir hayalin ete kemiğe bürünmesiydi. İnsanlığın yaratıcı ruhu, kaosu düzene, ham maddeyi bir sanat eserine dönüştürdü.

İnsanlığın sürekli ilerlediği bu yolculukta farklı disipinlerdeki ilerlemeler yeni ve yaratıcı fikirlerle buluşarak yeni kapılar araladı. Matematik disiplininin gelişmesi yeni teoremlerin keşifleri, pek çok bilim alanına da katkılar sağladı.

Matematik alanında yetenekli ve yaratıcı bireyleri keşfetmek için geliştirilen Matematiksel Yaratıcılık Testi (MYT) erken dönemde ortaokul öğrencilerinin matematiksel yaratıcılıklarını ölçmeye yarayan bir araçtır. Beşinci, altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel yaratıcılık düzeylerini tespit etmek amacıyla kullanılan MYT matematik alanında yaratıcı olan bireylerin belirlenmesinde aracılık edip erken eğitim için tanılamanın ilk basamağında önemli bir araç olarak kullanılmaktadır.

MYT doktora tezimin bir ürünüdür. Farklı araştırmacılar tarafından araştırmalarında da kullanılan MYT geçerli ve güvenilir bir araç olarak bilime hizmet etmektedir. Bu açıdan uzun yıllar emek verdiğim ve eğitim hayatımın önemli bir ürünüdür. Umarım daha pek çok araşatırmada kullanılarak alana katkı sağlamaya devam eder.

Yaratıcılığın ve alana özgü yaratıcılığın ne olduğunun, nasıl ölçüleceğinin ve matematiksel yaratıcılığın eğitim alanındaki öneminin anlatıldığı bu eserin öğretmenlere, akademisyenlere, yaratıcılığa ve matematiğe ilgi duyan ebeveynelere, lisans ve lisans üstü öğrencilere ve eğitim politikalarına yön veren paydaşlara katkı sağlayacağını düşünüyorum.

David Hilbert'in söylediği üzere *"Matematik, yalnızca çözüm aramak değil, yaratıcı sorular sormaktır."* Matematik, yalnızca doğru cevapları arayan değil, yeni sorular soran bir bilim dalıdır ve insanın asıl gücü, bu soruları hayal edebilmesindedir. Yaratıcılığımızı her daim canlı tutmamız ümidiyle….

Doç. Dr. Bilge BAL SEZEREL

İÇİNDEKİLER

GİRİŞ

Geçmişten günümüze yapılan keşiflere göz atıldığında, bu keşiflerin temelinde yatan en önemli becerilerden birinin yaratıcılık olduğunu söylemek mümkündür. Tarih öncesi dönemde bir taşı keskinleştirerek av aracına dönüştürmek ya da daire şekline getirerek tekerleğe dönüştürmek insanlığın yaratıcılığına dair önemli göstergelerdir (Andreasen, 2005). İnsanın yaşadığı evrendeki nesneleri ve aralarındaki ilişkileri gözlemlemesi veya onlarla ilgili hayal kurması, insanı var olmayan şeyleri araştırmaya ve keşfetmeye yönlendirmiştir. Bu yöneliş kimi zaman Avustralya yerli kabilelerinin bir ve iki sayısı arasındaki farkı keşfetmesine olanak sağlarken (Keyser, 2007) kimi zaman da Nicolaus Copernicus adlı bilim insanının dünyanın ve gezegenlerin güneşin etrafında döndüğü gerçeğini (Gingerich and MacLachlan, 2007) ortaya atmasına sebep olmuştur.

Her ne kadar yaratıcılık kavramı insanlığın çok eski dönemlerine kadar uzansa da kavramın ne olduğuna yönelik araştırmaların geçmişi henüz bir asırlık bir tarihe sahiptir. Bunun nedeni bilim alanında yaşanan hızlı gelişmelerin çoğunlukla 19. yüzyıla denk gelmesinden kaynaklanmıştır. Bu dönemde bilim alanında yaşanan gelişmeler, bilim insanlarının yaratıcılık kavramını yakından incelemesine sebep olmuş ve yaratıcılık kavramına atfettikleri değeri artırmıştır (Baumeister, 1987). Yaratıcılık kavramına yönelik bu ilginin artışı ise psikologların dikkatini çekmiş ve 20. yüzyılda psikologlar yaratıcı süreç ve yaratıcı bireyin psikolojik arka planını araştırmaya ve keşfetmeye başlamışlardır (Runco and Albert, 2010). Özellikle alanın önde gelen isimlerinden biri olan klinik psikolog Joy Paul Guilford'un 1950 yılında Amerikan Psikoloji Derneği'nde (APA) yaptığı konuşmadan sonra yaratıcılık alanındaki çalışmalar hız kazanmıştır. Guilford konuşmasında o yıl psikoloji alanında yer alan 121.000 makalenin sadece 186 tanesinin yaratıcılık ile ilgili olmasını vahim bir durum olarak değerlendirmiştir (Alencar, Fleith and Bruno-Faria, 2014). Bu tarihten itibaren yaratıcı bireyin kişilik özellikleri, tanılanması, yaratıcılığın geliştirilmesi gibi konularda yapılan araştırmalar artan bir ivmeyle devam etmiştir.

Tarihsel süreç içerisinde kavramın ne olduğuna yönelik tartışmalarla başlayan süreç zamanla çeşitlenmiş ve yaratıcılığın nasıl tanılanabileceğine ve nasıl geliştirilebileceğine yönelik araştırmalara yerini bırakmıştır. Ancak yaratıcılığın evrensel bir tanımının olmayışı ve bireyden bireye, kültürden kültüre, disiplinden disipline farklılaşması çeşitli sorunları da beraberinde getirmiştir. Bu sorunlardan biri de yaratıcı bireyi tanılama aşamasında yaşanmaktadır. İlerleyen paragraflarda yaratıcı bireyi belirlemek için geliştirilen araçların çeşitliliğinden kaynaklı olarak öncelikle tanılama araçlarından kısaca bahsedilmiş ardından alanda var olan problemler çalışma kapsamındaki boyutlar çerçevesinde ele alınmıştır.

Yaratıcı bireyi tanılamada ilgi, tutum ve kişilik envanterleri; öğretmen, akran ve uzman derecelendirme ölçekleri; ürün değerlendirmeleri ve objektif testler gibi yaklaşımlar ve araçlar kullanılmaktadır. Bunlar arasından ilgi, tutum ve kişilik envanterleri yaklaşımında bireye içe dönüklük, dışa dönüklük, duygusal denge, farklılıklara açıklık vb. alanlarda çeşitli sorular yöneltilmektedir (Kaufman, Plucker and Baer, 2008). Birey kendini bu faktörler bağlamında puanlamaktadır. Öğretmen, akran ve uzman derecelendirme ölçekleri yaklaşımında ise yaratıcı bireyin kişisel özellikleri, yaratıcılıkla ilişkili becerileri, motivasyonu, zekâ, düşünme stilleri, duygusal zekâ ya da ilgi gibi ölçütler kullanılarak kontrol listeleri oluşturulmaktadır (Alencar, Fleith and Bruno-Faria, 2014). Daha sonra bu kontrol listeleri aracılığıyla öğretmen, akran, uzman değerlendirmeleri yapılmaktadır. Bireylerin yaratıcı çalışmalarının (şiir, hikâye, resim vb.) uzmanlar tarafından değerlendirildiği ürün değerlendirme yaklaşımında ise alanın uzmanları bir grubu kendi arasında kıyaslamalar yaparak değerlendirmektedir (Amabile, 1983). Ancak bu değerlendirme türü fazla zaman almasının yanı sıra maliyetinin yüksek olması, geçerlik ve güvenirliğin her zaman istenilen düzeyde olmaması ve öznelliğin fazla olması gibi problemler içermektedir (Alencar, Fleith and Bruno-Faria, 2014; Hocevar, 1979a; Kaufman, Plucker and Baer, 2008).

Yukarıda sözü edilen yaklaşımların dışında yaratıcı bireyi tanılamak amacıyla çoğunlukla çoğul düşünme testleri kullanılmaktadır (Sriraman, 2009). Çoğul düşünme testleri geleneksel başarı testleri veya zekâ testlerinin aksine bireyin testte yer alan sorulara çok çeşitli cevaplar üretmesini talep etmektedir. Genel yaratıcılığın ölçülmesi için geliştirilen çoğul düşünme testleri genellikle bireyin yaratıcı potansiyelini şekil tamamlama, şekil çizme, bir nesnenin farklı kullanım alanlarını belirleme gibi genel becerileri içeren maddelerle test etmeye çalışmaktadır. Ancak diğer taraftan kimi araştırmacılar (Kaufman, Plucker and Baer, 2008) bireyin matematik, fen vb. disiplinlerdeki yaratıcı potansiyelinin klasik yaratıcılık ölçekleri ile belirlenmesinin uygun olmadığını belirtmektedirler. Kaufman ve Baer (2005) klasik çoğul düşünme testlerinin uyarlamalar yapılarak disipline özgü testlere dönüştürülmesi gerektiğini ve bu yolla geliştirilen alana özgü testlerin daha doğru tanılamalar yapacağını vurgulamaktadırlar.

Alanyazın incelendiğinde alana özgü çoğul düşünme testlerinde nispeten son yüz yılda artış olduğu (Baer, 1998) ancak yapılan çalışmaların çoğunun ampirik kanıtlardan yoksun olduğu görülmektedir (Alencar, Fleith and Bruno-Faria, 2014; Csikszentmihalyi, 1990; Gardner, 1993). Örneğin matematik alanına özgü yaratıcılığı belirlemek için geliştirilen testler incelendiğinde, teorik çerçeveyi kimi zaman alan uzmanlarının görüşleri, kimi zaman var olan testlerin kullandığı derleme bileşenler, kimi zaman da deneysel çalışmalar ve alanın doğasına özgü beceriler belirlemektedir (Balka, 1974; Haylock, 1984; Kim, Cho and Ahn, 2003; Leikin, 2009; Singh, 1987). Han ve Marvin'e göre (2002) alana özgü yaratıcılığı belirlemek için yapılan çalışmaların somut bir teorik çerçeveye dayandırılmaması önemli bir problemdir.

Matematiksel yaratıcılık alanındaki çoğul düşünme testleri ölçtüğü beceriler kapsamında incelendiğinde, önemli bir çoğunluğunun problem çözme ve problem oluşturma becerilerine yönelik olduğu görülmektedir (Balka, 1974; El-Demerdash and Kortenkamp, 2012; Fouche, 1993; Haylock, 1984; Kim, Cho and Ahn, 2003; Leikin, 2013; Mann, 2009; Pelczer and Rodriguez, 2011). Ancak diğer taraftan matematik disiplinini daha geniş bir perspektiften incelediğimizde, matematiksel düşünme en genel anlamda tümevarımsal ve tümdengelimsel düşünme biçimleri temeline dayanmaktadır (Rips and Asmuth, 2007). Tümevarımsal düşünme çoğunlukla keşif ya da icat kavramlarıyla anılmaktadır (Yıldırım, 2000). Ünlü matematikçi Poincarê (1952), tümevarımsal düşünmenin matematiksel keşifler için gerekli olan temel bir beceri olduğunu belirtmektedir. Nitekim tarih sahnesinde ön plana çıkan ünlü matematikçilere bakıldığında (Pascal, Gauss, Euler gibi) çeşitli matematiksel varsayımlar ortaya atmışlar ve sonunda bu varsayımları kanıtlamışlar ya da kanıtlamaya çalışmışlardır. Matematik alanında yaratıcı bireyin temel becerilerinden birinin de keşif yapabilmek olduğu göz önünde bulundurulduğunda, çoğul düşünme testlerinde bu becerilerin ölçülmesine yönelik bileşenlerin olması gerektiği de düşünülmektedir. Diğer taraftan tümevarımın "genel bir kurala ulaşmada belli durumlardan çıkarım yapma veya genel bir ifadeyi kanıtlamak için kuralların üretimi" olduğu düşünüldüğünde (Polya, 1954, s. 10), matematikçilerin arayışlarını başarı ile sonuçlandırma aşamasında öncelikle tümevarımın ne kadar önemli bir yere sahip olduğu anlaşılmaktadır. Bu nedenle tümevarımsal düşünme yoluyla matematiksel varsayımlar oluşturma becerisi matematiksel yaratıcılığın bir işaretçisi olması açısından araştırılması gereken bir beceri olarak görünmektedir. Diğer taraftan matematiksel düşünmenin bir diğer boyutu olan tümdengelimsel düşünmede ise tümevarımsal düşünme yoluyla ortaya atılan varsayımlar çeşitli kanıtlar sunularak ispatlanır (Nickerson, 2010). Bir matematikçinin matematiksel kanıtları onun matematiksel keşfinin belgeleri olarak düşünülebilir. Çok çeşitli bilgiler arasından uygun olanları seçmek ve doğru yerde kullanabilmek de yaratıcılıkla ilişkilidir (Poincarê, 1952). Bu nedenle matematiksel yaratıcılığın belirlenmesinde kanıtlama becerisi de önemli bir işaretçi olarak düşünülmektedir. Ancak matematiksel yaratıcılığın ölçümünde bu becerilerin ayrı ayrı ya da bir arada kullanıldığı herhangi bir çoğul düşünme testi ile karşılaşılmamıştır.

Dunn'a göre (1975) matematiksel yaratıcılık testlerini geliştirmenin iki amacı bulunmaktadır. Bu amaçlardan ilki öğrencilerdeki yaratıcı potansiyeli fark etmek ve okul ortamında uygulamaya dönük kararlar vermektir. İkincisi ise başarıyı ölçmek ve öğrencilerin bir öğretim programının amaçları çerçevesinde ne kadar başarılı olduğunu anlamaya çalışmaktır (s. 327). Nitekim matematik eğitiminin içerik ve süreç standartlarını belirlemede önemli bir rehber kuruluş olan Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi-National Council of Teachers of Mathematics- [NCTM] ve uluslararası düzeyde matematik ve fen alanında öğrenci başarılarını değerlendirme çalışmaları yürüten Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimi Araştırması-Trends in International Mathematics and Science Study- [TIMSS] yayınladıkları raporlarda da matematiksel yaratıcılığa vurgu yapmaktadırlar. NCTM (2000) matematiksel fikirler ve kavramlar hakkında esnek ve yaratıcı düşünmek için farklı sınıf düzeyindeki tüm öğrencilere fırsatlar sunulması gerektiğini belirtmektedir. Yayınlanan standartlarda yaratıcılığa vurgu şu şekilde yapılmaktadır: "Öğrenciler matematiği heyecanlı, faydalı ve yaratıcı bir alan olarak görmelilerdir" (NCTM, 2000, s.211). NCTM'nin sunduğu bakış açısı ulusal ve uluslararası matematik eğitiminde birçok ulusun matematik öğretim programını etkilemiştir. Örneğin ülkemizde Türkiye Büyük Millet Meclisi (2006) tarafından dokuzuncusu hazırlanan Kalkınma Planı Stratejisi'nde (2007-2013) uluslararası rekabet gücünün artırılması amacıyla nitelikli ve yenilik gerektiren eğitimin önemine vurgu yapılmıştır. Bu bağlamda 2007 yılından itibaren ülkemizdeki eğitim sistemi içinde farklı disiplin alanlarına yönelik öğretim amaçları belirlenmiştir. Bu amaçlardan biri de matematik eğitimindeki yaratıcılığın geliştirilmesine yöneliktir. Millî Eğitim Bakanlığı'nın matematik dersi öğretim programı incelendiğinde, programda matematik eğitiminin amaçları arasında yaratıcı düşünmeyi kolaylaştırmak da yer almaktadır (MEB, 2013). Dolayısıyla ulusların öğretim programı hedeflerinde yer alan bir becerinin, bireyde var olan potansiyelinin düzeyini belirlemek için öncelikle tanılama ardından da eğitim müdahalesi gerekmektedir.

Bu çalışma kapsamında beşinci, altıncı, yedinci ve sekizinci öğrencilerine yönelik Matematiksel Yaratıcılık Testi'nin tasarım ve uygulama sürecine yer verilmiştir.

BÖLÜM 1

YARATICILIK

Ünlü bilim insanı Gauss'un adıyla anılan Gauss yöntemi belki de *"yaratıcılık nedir?"* sorusuna verilebilecek en güzel örneklerden biridir. Bir rivayete göre Gauss'un ilkokul öğretmeni öğrencilerinden, 1'den 100'e kadar ardışık olan sayıların toplamını bulmalarını istemiştir (Tent, 2006, s. 33). Bütün sınıf istenilen sayıları sırasıyla defterine yazıp toplamaya çalışırken, Gauss sorunun cevabını hemen bulmuştur. Öğretmen hem sorunun cevabının doğruluğuna hem de Gauss'un cevaba bu kadar kısa sürede ulaşmış olmasına şaşırmıştır. Oysa basit ama yaratıcı bir çözüm metodu ile çözüme ulaşmak hiç de o kadar zor değildir. Gauss sınıf arkadaşlarına ve öğretmenine çözümü şu şekilde açıklamıştır:

1 ve 100 arasında toplam 100 adet sayı bulunmaktadır. Bu dizinin ilk ve son sayılarını topladığımızda 1+100=101 sayısını elde ederiz. Dizinin baştan ikinci ve sondan ikinci sayılarını topladığımızda da 2+99=101, baştan üçüncü ve sondan üçüncü sayılarını topladığımızda yine 3+98=101 sayısını elde ederiz. Dizinin ilk 50 sayısı ile son 50 sayısını ikişerli olarak baştan ve sondan sırasıyla topladığımızda eşitliğin sonucu her zaman aynı olmaktadır. Dolayısıyla elimizde sonucu 101 olan 50 adet sayı çifti bulunmaktadır. Öyleyse çarpma işleminin kusursuz güzelliğinden faydalanırsak, sorunun yanıtını 101x50=5050 olarak buluruz.

Doğurmak, yaratmak, meydana getirmek (San, 1979) anlamına gelen Latince "crearet" kavramı, Carl Friedrich Gauss'un "gauss yöntemi" olarak adlandırılan ve yukarıda açıklanan toplama formülünü keşfetmesinde yatmaktadır. Gauss, daha önce düşünülmemiş bir yöntemle sayılar arasındaki ilişkileri keşfetmiş ve sayıların toplamına ilişkin yeni ve özgün bir yöntem ortaya koymuştur. M.Ö. 4200'lerde güneş yılına dayalı ilk takvimi geliştiren eski çağ Mısırlılarından günümüzde hasar gören hücrelerin DNA haritalarını çıkaran bilim insanlarına kadar tüm medeniyetlerde çoğunlukla yeni ve orijinal olan ürünler toplum tarafından benimsenmiş ve yaratıcı ürünler olarak kabul edilmiştir. Yaratıcılık kavramı uygarlıklar tarihinin arka planında toplumların ilerlemesi aşamasında büyük roller üstlenmiştir. Tarih sahnesinde izlediğimiz buluşlara ve sanatsal eserlere göz attığımızda yaratıcılık kimi zaman sınırların ötesinde düşünme becerisi, kimi zaman sıra dışı hayal kurabilme becerisi, kimi zaman da icat etme becerisi olarak karşımıza çıkmaktadır. Dolayısıyla günümüzde sanat, fen ve sosyal bilimler gibi alanlarda da kavrama olan ilginin artarak devam etmesine şaşırmak yerine bunun bir zorunluluk olduğunu kabul etmek gerekmektedir.

Yaratıcılık pek çok bilim insanı, eğitimci ve psikolog tarafından son yüz yıldır tartışılan bir kavramdır. Ancak yaratıcılığın doğrudan gözlenebilir bir olgu olmaması, kavramın tanımı konusunda tam bir uzlaşının sağlanamamasına sebep olmuştur. Alanyazın incelendiğinde araştırmacıların, yaratıcılığı farklı bakış açıları ile değerlendirdiği, kavramın farklı kısımları üzerinde odaklandıkları ve birbirlerinden farklı tanımlar ürettikleri görülmektedir.

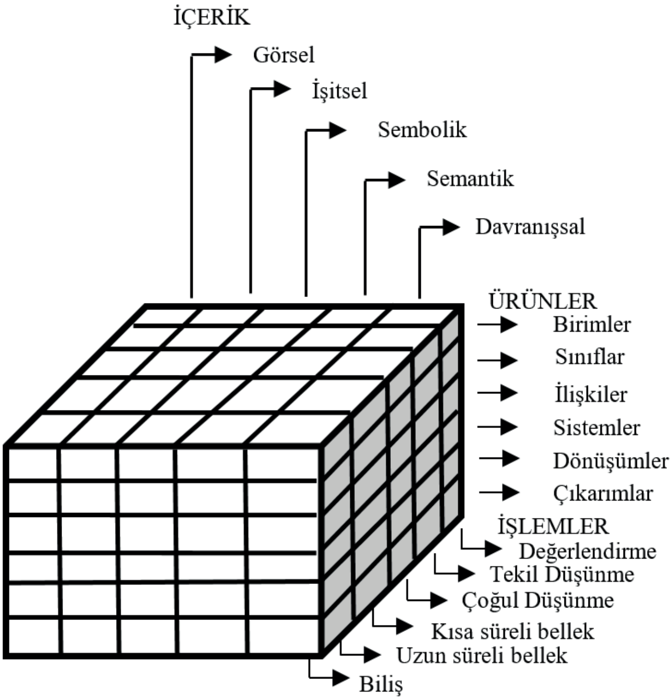
Kimi yaratıcılık tanımlarında süreç ön planda iken, kimilerinde ürün ön planda yer almaktadır. Runco (2004) yaratıcılığı problem çözme süreci olarak betimlemiştir. Torrance (1967) yaratıcılığı problemlere, yetersizliklere, bilgideki boşluklara, kayıp ya da eksik bileşenlere karşı duyarlı olma süreci olarak tanımlamaktadır. Feist ve Barron (2003) ise yaratıcılığın sadece problem çözme süreci olmadığını, çözümün de orijinal olması gerektiğini ileri sürmüşlerdir. Mumford (2003) ise yaratıcılığı yeni ve faydalı ürünler üretme becerisi olarak tanımlamaktadır. Benzer olarak Amabile (1983) da yaratıcılığın değerlendirilmesinde ürünün incelenmesi gerektiğini, hatta ürünlerin orijinallik düzeylerinin alanın uzmanlarının kararlarıyla belirlenebileceğini belirtmiştir.

Plucker, Beghetto ve Dow (2004) 90 farklı makaleyi incelemişler ve bu makalelerde yer alan tanımların sadece %38’inin yaratıcılığı açık bir biçimde tanımladığını ortaya koymuşlardır. Bu araştırmalardan elde edilen ortak tanıma göre yaratıcılık; yetenek, süreç ve çevre arasındaki etkileşimden doğan, bir grup ya da birey tarafından üretilmiş ve sosyal bağlamda hem orijinal hem de faydalı olarak tanımlanmış somut bir üründür.

Yaratıcılık kavramının farklı açılardan ele alınıp tanımlanması, yaratıcılık konusunda farklı teorilerin ortaya atılmasına sebep olmuştur. Özellikle yaratıcılığa bileşimsel pencereden yaklaşan kuramcılar, farklı bileşenlerin bir araya gelerek yaratıcılığı meydana getirdiğini savunmaktadır (Sternberg and Lubart, 2009, s. 10). Aşağıda alanyazında ön plana çıkan ve yaratıcılığa bileşimsel açıdan yaklaşan çağdaş yaratıcılık kuramlarına yer verilmiştir.

Guilford’un Zihinsel Yapı Modeli

Yaratıcılığı kuramsal açıdan inceleyen ve Zihin Yapı Kuramı’nı (Structure of Intelligence Model) ortaya atan Guilford, yaratıcılık araştırmalarının da öncülerinden kabul edilmektedir (Sak, 2014). Kuramda zekâya ilişkin yetenekler tek bir sistemde toplanmıştır. Model; içerik, ürün ve işlem olmak üzere zekânın üç temel boyutundan ve bu boyutlara ait 180 bileşenden oluşmaktadır (Sternberg, 2003). İşlem boyutu çoğul düşünme (divergent thinking), tekil düşünme (convergent thinking), değerlendirme, kısa süreli bellek, uzun süreli bellek ve biliş bileşenlerinden; içerik boyutu görsel, işitsel, sembolik, semantik, davranışsal bileşenlerden; ürün boyutu ise birimler, sınıflar, ilişkiler, sistemler, dönüşümler ve çıkarımlar bileşenlerinden oluşmaktadır. Üç temel boyutun içindeki bileşenlerin kombinasyonları ile 180 (5x6x6) farklı alt bileşen ve bu alt bileşenlere ait yetenek türleri ortaya çıkmaktadır (Sak, 2014). Bunlar arasında yaratıcı yetenekle ilişkili olan alt bileşen ise çoğul düşünme bileşenidir. Guilford'un Zihinsel Yapı Modeli'nin kübik temsili Şekil 1'de yer almaktadır.



Şekil 1. *Guilford'un gözden geçirilmiş zekâ modeli (1959'dan aktaran, Starko, 2005, s. 62)*

Modelde adı geçen *çoğul düşünmenin* altı bilişsel işlemden biri olarak tanımlanması, zekânın alt bileşenlerinden birinin de yaratıcılık olduğunu göstermektedir (Kaufman, Plucker and Baer, 2008). Guilford'a göre (1967) yeni ve yaratıcı fikirlerin üretiminde çoğul düşünmenin rolü büyüktür.

Modele göre (Guilford, 1967) çoğul düşünmenin dört temel boyutu bulunmaktadır. Bunlar akıcılık, orijinallik, esneklik ve detaylandırmadır.

Akıcılık üretilen fikirlerin sayısı, esneklik farklı fikirlere ilişkin kategori sayısı, orijinallik tipik cevaplardan uzaklaşma ya da cevabın enderliği, detaylandırma ise fikirleri geliştirme ve ilerletmedir (Runco, 1990).

1960'lı yılların başından itibaren çoğul düşünmenin temel boyutlarına odaklanan yaratıcılık testleri geliştirilmiştir (Kaufman, Plucker and Baer, 2008). Bunlar arasında ön plana çıkanlar Guilford'un Zihinsel Yapı çoğul üretim testi, Wallach ve Kogan'ın ve Getzels ve Jackson'ın çoğul düşünme testleri ve Torrance'nin Yaratıcı Düşünme Testi'dir. Aşağıda Guilford'un (1967) çoğul üretim testinde çoğul düşünmenin boyutlarına odaklanan maddelerine ilişkin örnekleri yer almaktadır.

- *Akıcılık: Çember gibi temel şekilleri kullanarak olabildiğince çok nesne çiziniz.*
- *Esneklik: Verilen bir dizi isim arasından, farklı kurallara göre bir araya getirebileceğiniz alt gruplar elde ediniz (örneğin; hece sayısı, kelimenin ilk harfinin ünlü harf olması…).*
- *Orijinallik: Verilen bir kavramı temsil etmek için altı adet sembol çiziniz.*
- *Detaylandırma: Basit bir şekle doğrular çizerek yeni bir şekil yaratınız.*

Görüldüğü üzere modelde çoğul düşünmenin boyutları yaratıcılık testlerinde yer alan açık uçlu -çoklu cevabı olan sorular (Runco, 2007) maddeler yardımıyla ölçülebilmektedir. Guilford'un çoğul düşünme testinde yukarıdaki örneklerde olduğu gibi çoğul düşünmenin farklı boyutlarını temsil eden farklı maddeler yer alırken, kimi testlerde tek bir maddeye verilen yanıtların çeşitliliği ve sayısı çoğul düşünmenin boyutlarını belirlemektedir. Örneğin, Wallach ve Kogan'ın (1965'ten aktaran Runco, 2007) çoğul düşünme testinde yer alan "Tekerlekle hareket eden nesneleri listeleyiniz." maddesi verilen cevapların sayısı ve çeşitliliğine göre farklı boyutlarda değerlendirilmektedir.

Sak'a göre (2014) çağdaş yaratıcılık testlerinin çoğunluğunu çoğul düşünme testleri oluşturmakta ve bu testler yaratıcılığın akıcı, esnek ve orijinal düşünme boyutlarını ölçmektedir. Çoğul düşünme testleri ile yaratıcılık testleri çoğu kaynakta (Kaufman, Plucker and Baer, 2008; Sternberg, 2003) birbirinin yerine geçen kavramlar olarak da kullanılmaktadır. Guilford'un sözünü ettiği boyutlar kimi zaman yaratıcılığın, kimi zaman da çoğul düşünmenin boyutları ya da elementleri olarak kullanılmaktadır.

Amabile'ın Bileşensel Yaratıcılık Modeli

Amabile'ın Bileşensel Yaratıcılık Modeli'nde (Componental Model of Creativity) yaratıcılığın meydana gelmesi için üç bileşenin bir araya gelmesi gerekmektedir (Amabile, 1983). Bu bileşenler alana özgü beceriler, yaratıcılığa özgü beceriler ve görev motivasyonudur. Amabile'ın yaratıcılık modelinin farklılaştırılmış şekli Tablo 1'de yer almaktadır (VanTassel-Baska, 1998).

Tablo 1. *Amabile'ın bileşensel yaratıcılık modeli*

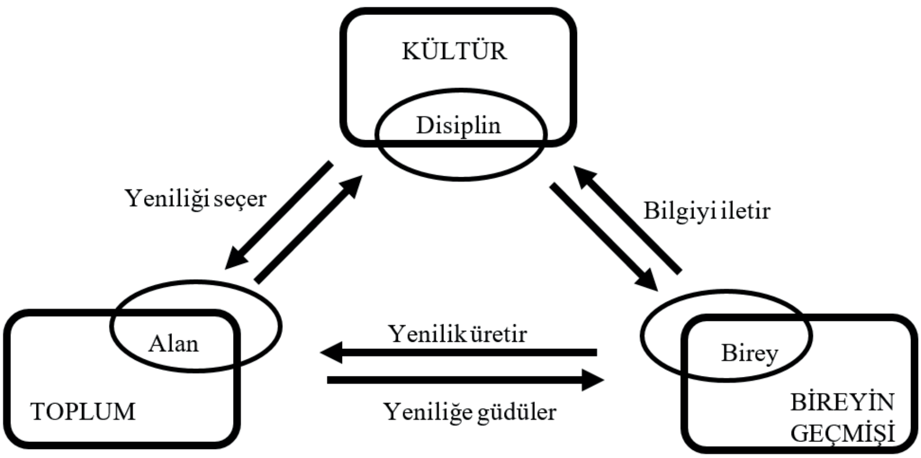
Alana Özgü Beceriler	Yaratıcılığa Özgü Beceriler	Motivasyon
İçerik		
Alan bilgisi	Uygun bilişsel tarz	Göreve yönelik tutum
Özel yetenekler	Yeni düşünceler oluşturma konusunda içsel ve dışsal bilgi	Görevi üstlenme konusundaki motivasyona yönelik algı
Alana özgü özel yetenekler	Uygun çalışma tarzı	
Dayanakları		
Doğuştan gelen bilişsel yetenekler	Eğitim	Göreve yönelik motivasyonun birincil düzeyi
Doğuştan gelen duyuşsal ve motor yetenekler	Fikir oluşturma deneyimi	Belirgin içsel ve dışsal kısıtlamaların varlığı
Formal ve formal olmayan eğitim	Bireysel özellikler	Dışsal kısıtlamaları azaltma yönündeki bireysel yetenek

Modelde alan ile ilişkili beceriler bilgi, teknik beceriler, belli alanlarda sahip olunabilecek özel yeteneklerden oluşmaktadır. Yaratıcılıkla ilişkili beceriler ise daha çok yaratıcılıkla ilişkili olarak belirlenen kişisel faktörlerdir. Bu faktörlerden bazıları belirsizliğe karşı tolerans, öz disiplin ve risk alma konusundaki isteklilikitir. Amabile'ın modelinde üçüncü bileşen olan görev motivasyonu bileşeninin, yaratıcı birey üzerindeki etkisi çok yüksektir. Motivasyon içsel ve dışsal motivasyon olarak ikiye ayrılmaktadır (Collins and Amabile, 1999). Motivasyon türleri arasında ise içsel motivasyonun, dışsal motivasyona oranla yaratıcılıkla daha fazla ilişkili olduğu düşünülmektedir. Bireyin yaptığı işten zevk alması onun içsel motivasyonu ile ilgili iken, ortaya koyduğu yaratıcı ürünlerden kazandığı para ya da ödül dışsal motivasyonu ile ilgilidir. Dolayısıyla bireyin öncelikli olarak içsel motivasyonu yüksek olmalı ki kararlılıkla ortaya koyabileceği fikir ya da ürün maddi bir değer kazansın.

Modelin bileşenlerini daha iyi analiz etmek için yaratıcı bireyin günlük yaşamdaki yansımasına bakmakta fayda vardır. Örneğin yaratıcı bir mühendis olmak için, kişinin mühendislik alanına hâkim olması ve alan ile ilgili elde edilen bilginin çok az kişi tarafından bilinmesi, disiplinli bir şekilde çalışmalarını yürütmesi ve kişisel olarak mühendislik alanında çalışmaktan zevk alması gerekmektedir. Bu bileşenlerden birinin yokluğu yaratıcı bireyin oluşumunu tehdit etmektedir. Diğer bir deyişle belirli bir alanda yaratıcı ürün ortaya koymak için öncelikle yaratıcı bireyin varlığından bahsetmek gerekmektedir. Ayrıca yaratıcı bireyin alan bilgisine olan ihtiyacı, modelin yaratıcılık olgusuna alana özgü yaratıcılık perspektifinden yaklaştığını da göstermektedir.

Csikszentmihalyi'nin Sistemler Modeli

Csikszentmihalyi'nin Sistemler Modeli'ne göre (Systems Model) yaratıcılık, sadece birey, disiplin ve alanın kesişmesiyle gözlemlenebilen bir süreçtir (Csikszentmihalyi, 1999). Şekil 2'de sözü edilen unsurların yer aldığı Sistemler Modeli bulunmaktadır.



Şekil 2. *Csikszentmihalyi'nin sistemler modeli (Csikszentmihalyi, 1999, s. 315)*

Sistemler Modeli'nde ilk bileşen disiplin bileşenidir. Disiplin bileşeni sembolik kurallardan, teori ve yaklaşımlardan oluşmaktadır. Disiplinler alt dallardan oluşurlar ve kendi kural ve işlemlerinin olduğu bir kültürde barınırlar. Örneğin matematik bir disiplindir ve cebir, topoloji, geometri matematik disiplininin alt boyutlarını temsil eder. Bir matematikçinin ortaya koyacağı özgün bir teori matematik kültürünün elemanlarını içerir (Abuhamdeh and Csikzentmihalyi, 2004).

Modelin ikinci bileşeni alandır. Alan bileşeni ise ilgili disipline ait uzmanları kapsar. Uzmanlar bir fikrin ya da ürünün yeni ve orijinal olduğuna karar veren önemli karar yargıçlarıdır. Ancak uzmanların içinde bulunduğu toplum ise uzmanların bakış açılarını şekillendirir. Matematik disiplini ile ilgili örneğe tekrar dönecek olursak, bir matematikçinin ortaya attığı bir teori ile ilgili son kararı o disiplinin uzmanları verebilir. Uzmanların verdiği kararlar ise içinde bulundukları toplumun yapısına göre şekillenmektedir. 100 yıl önce ortaya atılan bir teorinin günümüzde ortaya atıldığını varsayalım. O dönemde yaratıcı bir teori olarak kabul gören bir teorinin günümüzde de yaratıcı olarak nitelendirilebileceğinin garantisini vermek pek mümkün değildir. Çünkü disiplin ilerlemekte ve zamanın gereklilikleri değişmektedir (Csikszentmihalyi, 1999).

Modelin son bileşeni ise bireydir. Nihayetinde ürün ya da fikri ortaya koyacak olan en önemli unsur bireydir. Disipline ait bir ürünün uzmanlarca değerlendirilmesi için ön koşul olarak bireye ve fikirlerine gereksinim duyulmaktadır. Bir matematikçi öncelikle matematik disiplininin sembollerini kullanarak bir varsayım üretir, daha sonra bu varsayımı kanıtlar, son aşamada karar yargıçları olan alanın uzmanları bu teoriyi kabul ettiklerinde yaratıcılık meydana gelir (Csikzentmihalyi, 1990).

Csikszentmihalyi ayrıca modelde yaratıcılığı yeniden tanımlamıştır (Sak, 2014). Ona göre yaratıcılık, disiplini değiştiren veya başka bir disipline dönüştüren fikir veya üründür. Yaratıcı birey ise sözü edilen değişim ve gelişimleri gerçekleştiren kişidir. Bu tanımdan hareketle herhangi bir bireyin yaratıcı olarak nitelendirilebilmesi için alanda çok önemli farklılıklar ortaya koyması gerekmektedir.

Modelin ortaya koyduğu yaratıcılık kavramı incelendiğinde en önemli unsurun alanın uzmanları olduğu düşünülebilir. Çünkü ortaya konulan fikir ya da ürün ne kadar yaratıcı olursa olsun, alanın uzmanları tarafından "yaratıcıdır" kararı verilmeksizin yaratıcılık bağlamında hiçbir değeri yoktur.

Genel ve Alana Özgü Yaratıcılığın Farkı

Yukarıdaki kuramlar ve tanımlar göz önünde bulundurulduğunda genel yaratıcılık, herhangi bir alana bağlı kalmaksızın bireyin tüm alanlarda yaratıcı olma potansiyelini ifade etmektedir diyebilirz. Bu görüşe göre, herhangi bir alanda yaratıcı olan bireyin, diğer alanlarda da yaratıcı olabilme olasılığı vardır ve yüksektir (Hocevar, 1976). Ancak, bazı araştırmacılar bu görüşe karşı çıkarak yaratıcılığın kolayca diğer alanlara transfer edilemeyeceğini savunmaktadır. Onlara göre, yaratıcılık alana özgüdür ve her disiplinin kendine has bilgi, uzmanlık ve deneyim gerektirdiğini vurgularlar (Baer, 1999). Bu nedenle, bir alanda yaratıcı olabilmek için o alana dair kapsamlı bir bilgi birikimine ihtiyaç duyulur ve bu yaratıcılığın başka bir alana doğrudan aktarılması mümkün değildir. Plucker (1998) ise bu tartışmanın yaratıcılığın nasıl ölçülmesi gerektiğiyle ilgili olduğunu ifade eder. Eğer yaratıcı bireyin tutumları veya davranışları ölçülmek isteniyorsa genel yaratıcılık yaklaşımı; yaratıcı bir ürün değerlendirilmek isteniyorsa alana özgü yaratıcılık yaklaşımı tercih edilmelidir.

Alan denilince aklımıza farklı disiplinler alana özgü yaratıclık denilince de o disiplinlerdeki yaratıcı ürünler ve fikirler gelmektedir. Örneğin fen bilimleri disiplinini göz önünde bulundurduğumuzda bilimsel yaratıcılıktan, matematik disiplinini göz önünde bulundurduğumuzda matematiksel yaratcılıktan bahsetmekteyiz.

BÖLÜM 2

MATEMATİKSEL YARATICILIK

Matematik bilimine özgü yaratıcılık -matematiksel yaratıcılık- kavramının ortaya çıkışı 20. yüzyılın başlarına denk gelmektedir. 20. yüzyıl bilim alanında yaratıcılık kavramının hem genel hem de alana özgü bağlamda tartışıldığı bir yüzyıl olmuştur. Matematik disiplinine özgü yaratıcılık ile ilgili yapılan araştırmalar incelendiğinde tarihsel sürecin iki kısımdan oluştuğu görülmektedir: 1950 öncesi ve 1950 sonrası (Sak vd., 2017).

Kavramın tarihsel sürecinde ilk yarıya, Henri Poincarê'nin konuşması ile başlandığı görülmektedir. 1908'de Poincarê, Fransız Psikologlar Kuruluşu'nda yaptığı konuşmada ilk defa "matematiksel yaratım (mathematical creation)" kavramını kullanmıştır. Bu konuşma matematiksel yaratıcılık alanındaki en etkili çalışmalardan biri olarak kabul edilmiştir (Liljedahl, 2008). Çünkü ünlü matematikçi ilk defa kavramın tanımını yapmış ve matematiksel yaratıcılığı keşif ve bilinmezlik olarak betimlemiştir. Kavrama daha geniş bir perspektiften yaklaşmayı amaçlayan matematikçiler (Münz, 2013) ise matematiksel yaratıcılığın süreçlerine odaklanmışlardır (Sriraman, 2009). Örneğin Hadamard ve Poincarê gibi matematikçiler yaratıcılık süreçlerini incelerken Wallace'nin yaratıcı problem çözme modelinden etkilenmişlerdir (Sriraman, 2009). Wallace (1926'dan aktaran Rothenberg and Housman, 1976) tarafından öne sürülen modelde yaratıcı problem çözme 4 basamaktan oluşmaktadır. Bu basamaklardan ilki hazırlık aşamasıdır. Hazırlık (preparation) aşamasında; belirli bir görev ya da problem durumunda çözüm için gerekli olan birikim oluşturulur. Modelin ikinci basamağı olan kuluçka (incubation) aşamasında; bilinçli veya bilinçsiz bir şekilde problemden bir süreliğine uzaklaşılır. Üçüncü basamak olan aydınlanma (illumination) aşamasında, problemi çözen bireyin zihninde bir anda problemin çözümü belirir ve problemin çözümünde yaratıcı bir fikir veya çözüm üretilir. Son basamak olan kanıtlama (verification) aşamasında ise, üretilen çözüm kanıtlanır ve problemin çözümünde kullanılan metotlar değerlendirilir. Modele göre matematiksel yaratımda belirli bir süreye gereksinim duyulmaktadır. Ayrıca ürünün ortaya çıkış süreci de bir sistematiğe dayanmaktadır. Elbette her yaratıcı ürün bu aşamaları takip ederek ortaya çıkmaktadır demek çok iddialı bir hipotez olur. Ancak, kavramın somutlaştırılması açısından modelin sunduğu aşamalar önemlidir. Görüldüğü üzere 1900'lü yılların ilk yarısı çoğunlukla matematiksel yaratıcılığın ne olduğuna yönelik çalışmalar ve tartışmalarla ilerlemiştir.

İkinci yarıda ise tartışmalara yeni bir boyut kazandırılmış ve matematiksel yaratıcılığın ölçümüne odaklanılmıştır. Guilford'un Zihinsel Yapı Kuramı'nın ortaya koyduğu yaratıcılık boyutları (akıcılık, esneklik, orijinallik ve detaylandırma) matematiksel yaratıcılığın ölçümünde de kullanılmaya başlanmıştır (örneğin Balka, 1974; Getzels and Jackson, 1961; Haylock, 1984; Jensen, 1973; Prouse, 1967). Özellikle Getzels ve Jackson, Haylock ve Balka'nın geliştirdikleri ölçekler sonraki araştırmalara rehberlik etmiştir. Birçok testte sözü edilen araştırmacıların matematiksel yaratıcılığı temsil ettiğini düşündükleri problem çözme ve problem oluşturma becerilerini kapsayan maddelere yer verilmiştir. Sonraki yıllarda ise matematiksel yaratıcılık testlerinde niceliksel anlamda önemli artışlar yaşanmıştır. Özellikle matematiksel yaratıcılığı farklı metotlarla (kâğıt-kalem testleri, görüşme, gözlem, vb.) değerlendiren ölçekler geliştirilmiştir. Bu ölçekler kimi zaman bireyin matematiksel yaratıcı potansiyelini belirlemede, kimi zaman bir programa kabulde tanılama aşamasında, kimi zaman da bir modelin etkililiğini değerlendirmede kullanılmıştır.

MATEMATİKSEL YARATICILIK TANIMLARI VE MATEMATİKSEL YARATICILIKLA İLİŞKİLİ BECERİLER

Matematiksel yaratıcılık ile ilgili alanyazındaki tanımlar incelendiğinde, farklı tanımların kavramı farklı açılardan kapsadığı görülmektedir (Sriraman, 2004; Runco, 1993; Tammadge, 1979). Bir disiplin olarak matematiğin hem matematik hem de matematik eğitimini kapsaması ve iki alt alanın gerekliliklerinin farklılık göstermesi, matematiksel yaratıcılık ile ilgili farklı tanımların ortaya çıkmasında etkili olabilmektedir. Bu nedenle matematiksel yaratıcılığın nasıl tanımlandığının her iki alan bağlamında incelenmesinin kavram ile ilgili daha kapsamlı bir bakış açısı sunacağı düşünülmektedir.

Matematiksel yaratıcılığın matematik eğitimi kapsamındaki alanyazın incelemeleri, matematiksel yaratıcılığın ne olduğuna yönelik yapılan çalışmaların büyük bir çoğunluğunun problem çözme ve problem oluşturma becerilerine yönelik olduğunu göstermektedir (Chamberlin and Moon, 2005; Chiu, 2009; Leikin, 2009; Silver, 1997; Sriraman, 2004). Haylock (1985) matematiksel yaratıcılık ve problem çözmeyi özdeşleştirmiş, matematiksel yaratıcılığın problem çözme becerisi olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde Chiu (2009) matematiksel yaratıcılığı rutin olmayan problemleri çözme yeteneği olarak tanımlamıştır. Leikin (2009) ise matematiksel yaratıcılığı, matematiksel problemlerin çeşitli yollarla çözülmesi ile ilişkilendirmiştir. Bunun yanı sıra Sheffield (2009) problem çözmenin, Kwon, Park ve Park (2006) ise esnek problem çözmenin, matematiksel yaratıcılığın önemli parçalarından biri olduğunu belirtmektedir. Matematiksel olarak yaratıcı öğrenci problemlere diğer öğrencilere göre daha farklı çözümler (Applebaum, Freiman and Leikin, 2008) ve orijinal çözümler üreten kişi (Chamberlin and Moon, 2005) olarak tanımlanmaktadır.

Matematiksel yaratıcılığın, problem oluşturma becerisi ile yakından ilişkili olduğunu vurgulayan araştırmacılar da bulunmaktadır. Sriraman'a göre (2009) matematiksel yaratıcılıkta belirli matematiksel durumları kişisel olarak yapılandırmak ve bu durumlardan anlamlı problemler oluşturmak önemlidir. Leung (1997) ve Silver (1997) ise matematik eğitimi üzerine yayınlanan profesyonel raporların problem oluşturma aktivitelerine yönelik olduğunu belirtmişlerdir. Örneğin NCTM (1991) yayınladığı raporda öğretmenler ya da kitaplar aracılığıyla sunulan problemlerin çözümünün yanı sıra öğretmenlerin öğrencileri problem üretebilecekleri aktivitelere yönlendirmesi gerektiğini belirtmiştir. Jensen'e göre (1973) problem çözmenin yanı sıra "problem oluşturma" imkânı sunulan çocuklar matematiksel olarak daha yaratıcı olabilirler. Çünkü problem oluşturmada öğrencilerin karmaşık sorun durumları ile karşı karşıya kalmaları ve bu durumların çözümünden sorumlu olmaları beklenmektedir. Bu sürecin öğrencilerin yaratıcı becerilerini kullanmalarını gerektirmesi sebebiyle matematiksel yaratıcılıklarının gelişimine katkıda bulunacağı düşünülmektedir (Fetterly, 2010; Silver, 1997; Wardani, Sumarmo and Nishitani, 2011). Bu nedenle bazı batı ülkelerinin müfredatlarında erken dönemlerden itibaren problem oluşturma becerilerinin geliştirilmesine ağırlıklı olarak yer verildiği görülmektedir (Yang, 2007; Yuan and Sriraman, 2010). Bu durum da problem oluşturmanın matematiksel yaratıcılıktaki önemini vurgulamaktadır.

Matematikçilerin matematiksel yaratıcılığı nasıl tanımladıkları incelendiğinde ise, Henri Poincarê tarafından yapılan tanıma sıklıkla vurgu yapıldığı görülmektedir. Poincarê'ye göre (1952) matematiksel yaratıcılık bir "seçim"dir. Seçim, matematikteki sonsuz sayıdaki bilgi ile oluşturulacak olan sonsuz sayıdaki kombinasyon arasından problem durumunu çözüme ulaştırmak için matematikçinin yararlı olanı seçip kullanmasıdır. Bu nedenle tanım ilk bakışta çok basit gibi görünse de arka plandaki gizli analojileri bulma ve tümevarımsal düşünme yoluyla varsayımlar oluşturma gibi becerilerin problem durumunu çözüme ulaştırmada matematik için önemli beceriler (Poincarê, 1952; Polya, 1954) olduğu anlaşılmaktadır.

Poincarê tarafından yapılan bu tanım uzun zamandır kabul görse de Sriraman (2004) bu tanımın matematiksel yaratıcılığı açıklamada eksik olduğunu belirtmektedir. Çünkü matematiksel yaratıcılık, matematik ve yaratıcılık alanlarının birlikte incelenmesini içermektedir. Ancak Sriraman'a göre (2004) Poincarê'nin tanımı her ne kadar matematik kısmını kapsamlı olarak ele alsa da yaratıcılığın önemli bir parçası olan orijinalliği tam olarak karşılayamamaktadır. Sriraman seçimi, var olan faydalı ve faydasız kombinasyonlar arasında bir tercih yapmak olarak tanımlasa da "seçim"in yapılabilmesi için eldeki bilgiler incelenmeli, gerekli ve gereksiz olan bilgi ayırt edilerek ilişkisiz gibi görünen bilgiler arasındaki ilişkilerin ortaya konulması gerekmektedir. Bu süreç de yapılan seçimlerle bilinenin dışında yeni ilişkiler ortaya koymayı ve bu ilişkilerle eldeki bilgilere yeni bilgiler eklemeyi içermektedir. Bu nedenle Poincarê tarafından yapılan bu tanımın orijinallik ölçütünü de karşıladığı söylenebilir.

Matematiksel yaratıcılığın ne olduğunu açıklamaya yönelik başka bir tanım Hadamard tarafından yapılmıştır. Hadamard (1945) matematiksel yaratıcılığı farklı fikirlerin bir araya getirilmesi ile ilişkilendirmiştir. Yine tanım incelendiğinde farklı fikirlerin bir araya getirilmesi, sonsuz sayıdaki kombinasyon arasından ilişkili olanların keşfedilmesi ve bu bilgilerin seçilip bir araya getirilmesi seçim yapma becerisini, çeşitli bilgilerden yola çıkarak yeni ve orijinal varsayımlar üretme becerisini ön plana çıkarmaktadır. Bu nedenle Poincarê ve Hadamard tarafından yapılan tanımların örtüştüğünü söylemek mümkündür.

Tammadge'nin (1979) matematiksel yaratıcılık tanımı incelendiğinde bu tanımın da "seçim yapma ve varsayım oluşturma" becerileri ile örtüştüğü düşünülebilir. Tammadge'ye göre matematiksel yaratıcılık ilişkisiz gibi görünen fikirler arasındaki yeni ilişkilerin keşfedilmesi ile yakından ilişkilidir. Daha önce de belirtildiği gibi matematiksel yaratıcılık ilişkisiz gibi görünen bilgiler ya da kavramlar arasındaki ilişkilerin bulunmasını ve bunların seçilip bir araya getirilmesini ve nihayetinde varsayımlar üretilmesini içermektedir. Tanımlar incelendiğinde tümevarımsal düşünme biçimi içinde seçim ve varsayım oluşturma arasında organik bir bağ olduğu görülmektedir. Çünkü tümevarımsal düşünme içinde matematiksel bir varsayım ortaya koymak için öncelikle nesneler arasındaki ilişkileri görmek ve sonrasında bunlar arasında seçimler yapmak gerekmektedir. Poincarê (1952) ve Polya'ya göre (1954) ise matematiksel yaratıcılık sürecinde bir matematikçiye en fazla yardımcı olan düşünme biçimlerinden birisi tümevarımsal düşünmedir. Çünkü yeni bir matematiksel keşfin ilk adımı tümevarımsal düşünme ile gerçekleşmektedir.

Matematiksel yaratıcılıkta seçim yapma ve varsayım oluşturma becerisi kadar önemli olan bir diğer beceri kanıtlamadır. Çünkü matematikte ortaya koyulan teoriler matematiğin yeni ürünleridir. Bu sebeple matematik bilimi ile uğraşan matematikçiler daima formal bir ispat arayışı içindedir (Sriraman, 2009). Diğer bir ifadeyle, çeşitli matematiksel varsayımların, matematik bilimi içinde genellenebilir teorilere dönüşmesi için bu varsayımların kanıtlanması gereklidir. Çünkü genellenebilir teoriler ve kurallar ortaya koymak ve açıklamalar yapmak, matematikçiyi alanında emin kılan girişimlerdir (Polya, 1954). Bu noktada tümdengelimsel düşünme biçimi önem kazanmaktadır. Tümdengelim kavramının "genel bir ifadeyi kanıtlamak ya da ispatlamak" anlamına geldiği düşünüldüğünde, matematikçilerin arayışlarını başarı ile sonuçlandırmalarında tümdengelimsel düşünmenin ne kadar önemli bir yere sahip olduğu anlaşılmaktadır. Nitekim matematiksel keşifleri neticelendirme aşamasında tümdengelimsel düşünme de önemli bir rol üstlenmektedir.

MATEMATİKSEL YARATICILIĞIN ÖLÇÜLMESİ

Alanyazın incelendiğinde, yaratıcı yeteneğin belirlenmesine yönelik çok çeşitli ölçme yöntemlerinin olduğu görülmektedir. Hocevar ve Bachelor (1989) yaptıkları çalışmada, yaratıcılık ölçümü ile ilgili 100'den fazla çalışmayı incelemiş ve yaratıcılık değerlendirmelerini 7 farklı kategoriye ayırmıştır: (1) çoğul düşünme testleri, (2) ilgi ve tutum envanterleri, (3) kişilik envanterleri, (4) biyografi envanterleri, (5) akran, uzman ve öğretmen derecelendirme ölçekleri, (6) ürün değerlendirmeleri, (7) yaratıcı aktivite ve başarılara dayalı raporlar. Alana özgü yaratıcılık testlerinde de benzer ölçme yöntemleri olduğu göze çarpmaktadır. Bu nedenle matematiksel yaratıcılığın ölçülmesi amacıyla geliştirilen araçlar ve teorik çerçeveler incelendiğinde araçların ölçüm metotlarını 4 başlık altında toplamak mümkündür. Bunlar; "kalem-kâğıt (yazılı) test metodu (paper-pencil (written) test method", "gözlem metodu (observation method)", "görüşme metodu (interview method)", "öz-değerlendirme ve başkaları tarafından yapılan değerlendirme metodu (self-assessment ve assessment by others method)" şeklinde gruplandırılabilir (Sak vd., 2017). Bu ölçme metotları yaratıcı ürünü, yaratıcı süreci veya yaratıcı bireyi değerlendirmek için geliştirilmiştir.

Matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesi ile ilgili yapılan ampirik araştırmalarda ön plana çıkan becerilerin ise genellikle problem çözme, problem oluşturma (Pelczer and Rodriguez, 2011) ve yeniden tanımlama (Haylock, 1987) becerileri olduğu görülmektedir. Dolayısıyla matematiksel yaratıcılığın ölçümünde kullanılan metotları incelemeden önce bu becerilerin ne olduğunu ve kapsamını ortaya koymakta fayda vardır. Bu nedenle öncelikle bu beceriler incelenmiş ve ardından bu becerilerin kullanıldığı ölçüm metotları detaylandırılmıştır.

Matematiksel Yaratıcılığı Değerlendirmede Sıklıkla Kullanılan Beceriler

Problem çözme

Alanyazın incelendiğinde matematiksel yaratıcılık için olmazsa olmaz olan becerinin problem çözme becerisi olduğu görülmektedir. Çünkü hem matematik eğitimi hem de matematik alanında yapılan tanımlarda problem çözmeye vurgu yapılmaktadır (Chamberlin and Moon, 2005; Ervynck, 1991; Sriraman, 2004). Örneğin, Fisher (1990) ve Matlin (1994) problem çözme ve yaratıcılık arasında güçlü bir ilişki olduğunu belirtmişlerdir. Benzer şekilde, Sriraman'a göre (2004) öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının artırılmasında problem çözme becerilerinin geliştirilmesinin rolü büyüktür. Silver'a göre (1997) ise matematiksel yaratıcılık kavramlar arasındaki güçlü ilişkinin ötesindedir; O matematiksel yaratıcılığı problem çözme olarak tanımlamaktadır. Bu nedenle problem çözmenin matematiksel yaratıcılık için oldukça önemli bir beceri olduğu söylenebilir.

Problem çözme en genel anlamıyla "verilen bir problem durumundan amaçlanan bir problem durumuna yönelme sürecidir" (Mayer, 2009, s. 124). Matematiksel yaratıcılık alanında çalışan araştırmacılara göre ise problem çözme "bir probleme kabul edilebilir çok farklı yanıt üretme" olarak tanımlanmaktadır (Haylock, 1985, s. 547). Bu iki tanım arasındaki farklılık, matematiksel yaratıcılıktaki problem çözmenin farklı çözümler üretmeye odaklanmasından kaynaklanmaktadır. Çünkü yaratıcılıkta akıcılık çok temel bir role sahiptir ve açık uçlu problemleri çözebilme yeteneği matematiksel yaratıcılığı temsil ettiği düşünülen en önemli becerilerden biridir. Açık uçlu problemleri çözmenin yanı sıra bir probleme farklı çözümler üretmek de oldukça önemlidir (Ervynck, 1991; Krutetskii, 1976, Polya, 1968; Silver, 1997). Leikin (2009) bir problemi çok çeşitli yollardan çözebilmenin matematiksel yaratıcılık ile ilişkisine vurgu yapmaktadır. Ervynck (1991) ise matematiksel yaratıcılığın gelişim sürecini, bireyin bir problemi çözerken kullandığı çözüm yöntemine göre hiyerarşik bir düzleme oturtmuştur. Ervynck'in Matematiksel Yaratıcılık Modeline göre *Seviye 0: Teknik Aşama*'da yer alan birey, doğru olarak bilinen ve daha önce uygulanmış bir yöntemle problemleri çözer. Bu aşamada, doğruluğu her zaman geçerli olan yöntemlerin kullanılması çözümün her zaman doğru olacağını garantilemektedir. Örneğin bir problemin çözümünde bir denklem oluşturarak çözüm yapılır ve denkleme dayalı olarak gerçekleştirilen çözümün doğruluğu garantidir. *Seviye 1: Algoritmik Aşama*'daki birey, problemlerin çözümünde modellemeler yapar. Farklı çözüm metotlarını göz önünde bulundurarak çözümlere ulaşır. Çünkü problem çözümünün doğruluğunun garantilenmesi farklı çözüm yöntemlerinin sınanması ile ilişkilidir. Örneğin bir problemin çözümünde grafiklerden, formüllerden, vb. çözüm yöntemlerinden yararlanılarak çözüme ulaşılır. Matematiksel yaratıcılık hiyerarşisinin en üst basamağı olan *Seviye 2: Yaratıcı Seviye*'deki birey ise problemleri matematiksel bir teori ortaya koymak amacıyla çözer. Bu aşamada içgörü devreye girer ve problem çözümünde çok daha karmaşık yöntemler kullanılır. Var olan yöntemleri kullanmaktansa yeniden üretme söz konusudur. Matematiksel yaratıcılık tam anlamıyla bu seviyede gerçekleşmektedir. Örneğin ünlü matematikçilerin matematiksel teorileri ortaya atışı ve kanıtlarını ortaya koymaları yeniden üretme ile ilişkilidir.

Görüldüğü üzere matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde problem çözme becerisine iki farklı açıdan yaklaşılmaktadır. Bunlardan ilki problemlere kabul edilebilir farklı yanıtlar üretilmesidir. İkincisi ise problemi farklı yöntemler kullanarak çözebilmektir. Her iki durumda da içgörü, ilişkileri keşfetme, çıkarımlarda bulunma, benzerliklerden yararlanma ve farklılıkları fark etme yaratıcı problem çözümünün gerçekleşmesi için gerekli olan becerilerdir (Ervynck, 1991; Gentner, 1989; Starko, 2005). Bu nedenle matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesi amacıyla geliştirilen ölçeklerde kullanılan en temel beceri problem çözme becerisi olarak karşımıza çıkmaktadır.

Problem oluşturma

Matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde yararlanılan bir diğer önemli beceri ise yeni bir problemin üretimi anlamına gelen problem oluşturma becerisidir (Mamona-Downs, 1993; Van den Heuvel-Panhuizen, Middleton and Streefland, 1995). Birçok araştırmacı matematiksel yaratıcılık ile problem oluşturma arasında doğrudan bir ilişkinin olduğunu (Haylock, 1984; Jensen, 1973; Silver 1994, 1997; Sriraman and Lee, 2011; Singer, Pelczer and Voica, 2011) öne sürmüştür.

Alanyazın incelendiğinde pek çok matematiksel yaratıcılık ölçeği problem oluşturma maddelerini ve görevlerini içermektedir. Problem oluşturma durumları ile ilgili detaylı bir inceleme yapmak için Stoyanova'nın (1997) tanımlamalarını incelemekte fayda vardır. Stoyanova, iyi yapılandırılmamış problemler olarak tanımlanan problem oluşturma durumlarına üç farklı çerçeve önermiştir. İlki, öğrencilerin problemleri özgürce üretmesi anlamına gelen **bağımsız problem üretme durumu**dur. Bu yapıya bir örnek şu şeklidedir: *"Bir çizgi üzerinde 10 kız 10 erkek vardır. Bu bilgiyi farklı şekillerde kullanarak üretebildiğin kadar çok problem üretiniz"* (Van-Harpen and Sriraman, 2013, s. 207). İkincisi, daha önceki matematik deneyimlerinden elde edilen bir problemin formülasyonu ve keşfini içeren **yarı yapılandırılmış problem üretme durumu**dur. Öğrenciler bu yapıyı kullanarak şöyle bir problem üretebilirler: *"246*10*12 sayıları arasında bulunan yıldızların yerine gelebilecek matematiksel sembollerden yararlanarak yıldızların farklı biçimlerde yorumlanmasıyla elde edilebilecek* *problemler oluşturunuz"* (Stoyanova, 1997, s. 6). Sonuncusu ise öğrencilerin belli bir problem ya da çözüm için ürettikleri **yapısal problem oluşturma durumu**dur. Pittalis, Christou, Mousoulides ve Pitta-Pantazi (2004) böyle bir yapıyı şu şekilde biçimlendirmişlerdir: *"(1300+2100)-79=n eşitliği için uygun bir problem yazınız"* (s. 53). Üç farklı türdeki problem üretme durumu problem oluşturma becerisinin alt bileşenleri olarak düşünülebilir. Sözü edilen bu üç alt bileşenin ortak özelliği farklı verili koşullara uygun olarak problemler üretmektir.

Problem oluşturma becerisi altında matematiksel yaratıcılıkla ilişkili bir diğer beceri ise yeniden tanımlama becerisidir. Haylock (1985) yeniden tanımlamayı problem oluşturmadan ayrı tutarak matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde kullanılabilecek ayrı bir beceri olduğunu savunmuştur. Haylock'a göre (1987, s.71) problem oluşturma "matematikle ilişkili görevlerde, matematiğin kullandığı elemanları yeniden tanımlayarak verilen göreve çok sayıda, çeşitli ve özgün yolla cevap vermek"tir. Haylock (1984), yeniden tanımlama becerisini değerlendirmek amacıyla şöyle bir madde geliştirmiştir: "16 ve 36 sayılarını ortak özellikleri açısından tekrar tanımlayınız" (s.373). Ancak madde incelendiğinde, matematiksel iki farklı elemanın ortak özelliklerine göre yeniden ifade edilmesi problem oluşturma becerisinde de kullanılmaktadır. Çünkü her iki durumda da bir matematiksel elemanı taşıdığı özellikleri göz önünde bulundurarak farklı koşullara uyarlama söz konusudur. Diğer bir deyişle yeniden tanımlamada, problem oluşturmada olduğu gibi bir problemin yeni bir probleme dönüştürülmesi söz konusudur. Bu nedenle yeniden tanımlamanın problem oluşturma becerisi ile aynı anlama geldiği söylenebilir (Cohen and Stover, 1981; Dillon, 1982; Leung, 1997).

Görüldüğü üzere problem oluşturma becerisinin matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde kullanılan diğer bir önemli beceri olduğu söylenebilir. Problem oluşturmada matematiksel bir yaratım söz konusudur. Bu yaratım kimi zaman sınırları çizilmiş bir yapıda kimi zaman da sınırları belli olmayan bir yapıda karşımıza çıkmaktadır. Özellikle, matematiksel keşif sürecinde matematikçilerin yeni ve orijinal bir problem öne sürmesi, yeni bir teoremin ortaya çıkışı ile sonuçlanabilmektedir. Bu perspektiften bakıldığında problem oluşturma becerisinin matematiksel yaratıcılıkla doğrusal bir ilişki içinde olduğu söylenebilir.

Matematiksel Yaratıcılığın Ölçüm Metotları

Kağıt-kalem test metodu

Kâğıt-kalem test metodu genellikle çoğul (divergent) ve tekil (convergent) yaklaşımlara dayanmaktadır. Tekil üretme veya düşünme (convergent production or thinking) genellikle iyi tanımlanmış bir problemin doğru ya da en iyi çözümünü elde etme sürecidir (Cropley, 2006; Runco, 1990). Çoğul üretme veya düşünme (divergent production or thinking) ise iyi tanımlanmamış durumlara çok sayıda çözümlerin uygulanması ya da çok sayıda çözümlerin üretilmesi sürecidir (Sak and Maker, 2005). Sözü edilen düşünme süreçlerinden çoğul düşünme kimi zaman matematiksel yaratıcılık testlerinin tek başına teorik çerçevesini oluştururken kimi zaman da tekil düşünme süreciyle birlikte teorik çerçeveyi oluşturmaktadır.

Matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde hem kapalı uçlu problemler hem de açık uçlu problemler kullanılmaktadır. Açık uçlu problem çok sayıda doğru cevabı olan problem olarak tanımlanırken kapalı uçlu problem ise sadece tek doğru yanıtı olan problem olarak tanımlanmaktadır (Sak and Maker, 2005). Sözü edilen bu problem tipleri kağıt-kalem testlerinde sıklıkla kullanılmakta ancak puanlamaları da farklılaşmaktadır. Açık uçlu problemler genellikle yaratıcılık ölçümleri olan akıcılık, esneklik, orijinallik ve detaylandırma aracılığıyla değerlendirilmektedir (Guilford, 1967). Ayrıca, Torrance'ın yaratıcılık ölçümlerinde kullandığı bu puanlama tekniğini, Balka'nın (1974) açık uçlu matematik problemlerinin puanlanmasına transfer edişiyle birlikte kâğıt-kalem testlerinin kullanımını da artırmıştır. Problem çözme becerisinin değerlendirilmesine problemler yaratıcılık ölçümleri (akıcılık esneklik, orijinallik ve detaylandırma) aracılığıyla puanlanmaktadır. Diğer taraftan, kapalı uçlu problem maddelerinin puanlanması ise cevabın doğru ya da yanlış olmasına bağlıdır.

Genellikle çoğul yaklaşıma odaklanan matematiksel yaratıcılık değerlendirmelerinde problem çözmenin ve problem oluşturmanın en göze çarpan ve en çok kullanılan temel beceriler (Pelczer and Rodriguez, 2011) olduğuna değinilmişti. Bu nedenle kâğıt-kalem test metoduna dayalı ölçüm yöntemlerini anlatırken bu iki beceriyi teker teker ya da karma olarak kullanan ölçekler detaylı bir biçimde incelenmiştir. Bu bölümde öncelikle problem çözme becerisini, ardından problem oluşturma becerisini ve son olarak her iki beceriyi bir arada kullanan ölçeklere yer verilmiştir.

Balka (1974) öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını değerlendirmek için 6 maddeden (4 adet açık uçlu madde ve 2 adet kapalı uçlu madde) oluşan ve problem çözme becerilerini ölçen Matematikte Yaratıcı Yetenek (Creative Ability in Mathematics-CAMT) adlı bir test geliştirmiştir. Testin oluşturulma aşamasında matematik alanındaki uzmanlarla görüşmüş ve test maddelerini görüşmelerin sonunda elde ettiği 6 kriteri (matematiksel hipotezlerin formüle edilmesi, örüntülerin belirlenmesi, zihinsel setlerden kurtulma, matematiksel fikirleri değerlendirme ve göz önüne alma, kayıp durumu hissetme ve kayıp matematiksel bilgiyi tamamlama, matematiksel problemleri belirli problemlere bölme) göz önünde bulundurarak geliştirmiştir. Testte kullanılan kapalı ve açık uçlu problemlere sırasıyla aşağıdaki gibi iki örnek verilebilir:

Seriyi inceleyiniz ve serinin sonundaki üç sayıyı bulunuz. 1 1 2 3 5 8 13 21 __ __ __ (s. 196).

Sınıfınızda bulunan yazı tahtasının kırıldığını ve sınıfın tamamının defterlerinin ve kâğıtlarının atıldığını varsayalım. Sonuç olarak sen ve öğretmenin düzlem geometrisi içinde doğru, üçgen, dörtgen, çokgen, vb. çizemiyorsunuz. Çizim yapabilmek için sınıfınızda coğrafya derslerinde kullandığınız büyük bir küre bulunmaktadır. Geometri dersinizde sadece bu küreyi kullanarak yapılacak bütün olası durumları sıralayınız. Örneğin: Kürenin üzerinde herhangi bir noktadan başlayarak düz bir doğru çizdiğimizde, doğruyu çizmeye hangi noktada başladıysak o noktada sonlandırmak zorunda kalırız. Tabii kürenin üzerinde bulunan ülkelerin haritaları hakkında kaygılanmanıza gerek yok (s. 197).

Yukarıda bir örneği yer alan kapalı uçlu problemler doğru-yanlış şeklinde puanlanırken, testteki açık uçlu problemleri temsil eden ikinci örnek ise akıcılık, esneklik ve orijinallik ölçümleriyle puanlanmıştır. Test 490 ortaokul öğrencisine uygulanmış ve testin faktör analizi yapıldığında tekil ve çoğul olmak üzere iki yapı elde edilmiştir. Yapılan araştırmanın sonuçları her iki yapının da birbiriyle ilişkili olduğunu desteklemiştir. Aynı iddia Sak ve Maker'ın (2005) araştırmaları ile de desteklenmiştir. Birinci sınıftan altıncı sınıfa kadar her seviyedeki toplam 857 öğrenciyle Entelektüel Yeteneğin ve Potansiyelin Gözlem Yoluyla Keşfedilmesi (DISCOVER) değerlendirme yöntemini kullanarak yaptıkları araştırmada akıcılık, esneklik, orijinallik ve detaylandırma bileşenlerini temel alarak tekil ve çoğul düşünme arasındaki yapıyı incelemişlerdir. Araştırma sonuçları, tekil düşünme ile temel matematik bilgisi ve matematiksel yaratıcı düşünmeyi gerektiren çoğul düşünme bileşenleri (akıcılık, esneklik, orijinallik ve detaylandırma) arasında istatistiksel olarak anlamlı ($r=0.49$; $p<0.01$; orta düzeyde bağıntı) bir ilişki olduğunu göstermiştir. Bulgular, çoğul düşünme ve onun bileşenlerinin hem öğrencilerin içerik alanındaki bilgi seviyelerinde hem de akademik matematik başarısı üzerinde etkisinin olduğunu ortaya koymuştur. Diğer bir ifadeyle, tekil ve çoğul düşünme arasındaki orta düzeyde ilişkinin sebebinin bilgi ve yaratıcılık arasındaki doğrusal ilişkiden kaynaklandığı düşünülebilir (Holyoak and Thagard, 1997; Sak and Maker, 2005, 2006).

Balka'nın değerlendirme aracına benzer olarak Kim, Cho ve Ahn (2003) da matematik alanında özel yetenekli olan öğrencileri tanılamak amacıyla Matematiksel Yaratıcı Problem Çözme Becerisi Testi'ni (Mathematical Creative Problem Solving Ability Test-MCPSAT) geliştirmişlerdir. Araştırmacılar, matematik alanında özel yetenekli olan öğrencilerin, yaratıcı problem çözümünde özel yetenek sergilediklerini ileri sürmüşlerdir. Ayrıca matematiksel yaratıcı problem çözme yeteneğini "*var olan bilgileri, kuralları, kavramları ve çeşitli düşünme stratejilerini kullanarak yeni çözümler üretme yeteneği*" (s. 165) olarak tanımlamışlardır. Matematik alanındaki yaratıcı problem çözme süreçlerinin ölçümünde hem tekil hem de çoğul düşünme yapılarından eş zamanlı olarak yararlanılması gerektiğini düşünen araştırmacılar, MCPSAT'ı bu yapıları ölçen iki kısımdan oluşturmuşlardır. İlk kısımda, matematiksel yaratıcılığın (bir probleme çok farklı çözüm üretme yeteneği olarak kabul edilmiş) alt faktörleri (akıcılık, esneklik, orijinallik) ölçülmüştür. Akıcılık ve esneklik daha önce bahsedilen tanımlardan yararlanılarak değerlendirilmiştir. Her bir öğrencinin orijinallik puanı ise tüm öğrencilerin esneklik puanlarından elde edilen kategoriler kullanılarak hesaplanmıştır. İkinci kısımda ise matematiksel düşünme yeteneği yedi alt yetenek (sezgisel içgörü, bilginin organizasyonu, uzamsal algılama ve görselleştirme, soyutlama, mantık, genelleme, uygulama, yansıtıcı düşünme) göz önünde bulundurularak geliştirilmiştir. Tek bir doğru yanıtın olduğu sorularda puanlama doğru-yanlış şeklinde değerlendirilmiştir. Testin zorluk seviyesi ilk, orta ve lise gruplarında farklılaştırılmıştır. Testin iki bölümü arasında yapılan korelasyon analizinde korelasyon katsayısı öğrencilerin seviyesine göre .44 ile .60 arasında değişmiştir. Araştırmanın bulguları, Balka'nın elde ettiği sonuçlara benzer olarak tekil ve çoğul düşünme arasında yer alan ortak ilişkinin doğruluğunu kanıtlamıştır.

Problem çözme yeteneğini ölçmeye dayanan matematiksel yaratıcılık ölçekleri (Fetterly, 2010; Haylock, 1984) olduğu gibi aynı zamanda sadece problem oluşturma yeteneğini değerlendiren problem oluşturma ölçekleri de (Leung, 1997; Pittalis vd., 2004; Stoyanova, 1997; Van-Harpen and Sriraman, 2013; Wardani, Sumarmo and Nishitani, 2011) bulunmaktadır. Problem çözme becerisinin ölçülmesinde kullanılan akıcılık, esneklik, orijinallik ve detaylandırma adlı yaratıcılık ölçümleri, problem oluşturma becerisinin değerlendirilmesinde kullanılmaktadır.

Leung'un (1997) geliştirdiği, Genel Problem Oluşturma Testi (Test on General Problem Posing- TGPP) problem oluşturma becerisini değerlendiren 18 maddeden oluşmaktadır. Öğrencilerden üç ayrı çevredeki (metin, resim, cevap) görevlerle ilgili problem üretmeleri beklenmektedir. Bu maddeler ayrıca okul müfredatındaki sayı, çokluk, uzay ve istatistik alanları ile ilişkilidir. Öğrencilerden her bir madde için problem üretmeleri beklenmekte ancak üretilen problemleri çözmeleri beklenmemektedir. Maddelerin dokuzu metin şeklindedir ve bunlardan üçünün sadece cevabı bulunurken, testin diğer yarısında yer alan dokuz madde ise resim şeklindedir. Test beşinci sınıf seviyesindeki öğrencilere peş peşe iki ayrı günde (10 madde ilk gün, kalan 8 madde ertesi gün) uygulanmakta ve toplam 40 dk. sürmektedir. Her bir maddenin toplam puanla korelasyonu .55 ile .84 arasında değişmektedir. Leung'a göre bu bulgu TGPP'nin problem üretme becerisini ölçebildiğini kanıtlamaktadır. Ayrıca testteki üç çevrede gerçekleşen görevler öğrencilerin yaratıcı problem bulmalarına olanak sağlamaktadır. Bu çalışmada öğrencilerin yaratıcı düşünme becerileri Torrance Yaratıcı Düşünme Testi (Torrance Test of Creative Thinking- TTCT) ile ölçülmüş ve yaratıcılık ile problem çözme arasındaki ilişki istatistiksel olarak anlamlı çıkmıştır. Bir diğer ifadeyle, matematiksel yaratıcılık değerlendirmelerinde problem oluşturma becerisi önemli bir tahmincidir. Leung ayrıca araştırmasını, problem oluşturmanın matematiksel yaratıcılığı geliştirebileceği şeklindeki bir iddia ile sonlandırmıştır. Çünkü Leung'a göre öğrenciler problem oluşturma süreci boyunca problem yapılarını düşünmekte ve gündelik yaşamdaki matematik problemleri arasında bağlantılar kurmaktadır.

Stoyanova (1997) öğrencilerin problem oluşturma ürünlerini değerlendirmek için bir şema geliştirmek istemiş ve bu amaçla da bir problem oluşturma testi geliştirmiştir. Testi oluştururken Krutetskii'nin (1976) testinde yer alan matematik problemlerinin sisteminden yararlanmıştır. Bu sistemde, problem oluşturma testi için geliştirilen maddeler, matematiksel yeteneğin yapısını ortaya çıkarmak ve matematik alanında yetenekli öğrencileri saptamak için geliştirilmiştir. Stoyanova'nın geliştirdiği testin maddeleri yapılandırılmış, yarı yapılandırılmış ve bağımsız durumlar olmak üzere üç farklı tiptedir. Öğrenciler tarafından üretilen her bir madde "doğru, orta seviyede doğru ve yanlış" olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrencilerin problem üretme çözümleri bir değerlendirme şemasıyla değerlendirilmiştir. Bu şema, Balka (1974) ve Leung'un (1997) problem oluşturma ve problem çözme şemalarına dayandırılarak Stacey, Groves, Bourke ve Doig (1993) tarafından kullanılan problem çözmedeki ölçüm kriterleri temel alınarak oluşturulmuştur: *"a) cevabın doğruluğu (Cevap doğru mu?) b) metodun doğruluğu (Kullandığın yaklaşım ne kadar iyiydi?) c) doğruluk (Hesaplamalar hatasız mı?) d) bilgi ayıklama (Problem anlaşıldı mı?) e) açıklamanın niteliği (Düşünce açıkça ifade edildi mi?)"* (Stoyanova, 1997, s. 91). Ölçme kriterleri ışığında Stoyanova bağımsız, yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmış problem üretme durumlarının beş temel açıdan değerlendirilebileceğini öne sürmüştür: kesinlik, doğruluk, orijinallik, zorluk seviyesi, problem tipi. Kesinlik, "kullanılan matematiksel dilin hassasiyeti;" doğruluk "problem yapısının doğruluğu," özgünlük "öğrencinin problem çözme deneyimi ile ilgili olarak oluşturulan problemlerin biçimsel yapısının niteliği," zorluk "oluşturulan problemin çözülmesi için gereken problem çözüm yapısının karmaşıklığı" ile ilişkilendirilmekte, problem türü ise "çözüm sürecinin gerektirdiği bilgiye göre algoritmik, mantıklı ya da genelleştirilebilir" olarak sınıflandırılmaktadır (s. 92). Stoyanova tarafından önerilen şema, problem oluşturma yeteneğini değerlendirirken kullanılabileceği gibi aynı zamanda problem çözme yeteneğini ölçmede de kullanılabilmektedir. Çünkü Stoyanova'ya göre problem oluşturma aktiviteleri problem çözme yeteneğinin ayrılamaz bir parçasıdır.

Yukarıda sözü edilen bütün testler ya sadece problem çözme becerilerini ya da sadece problem oluşturma becerilerini ayrı ayrı değerlendiren maddelerden oluşmaktadır. Ancak bu iki beceriyi aynı anda içeren maddelerin bulunduğu testler de bulunmaktadır. Haylock'un (1984) matematiksel yaratıcılık testi her iki beceriyi de ölçen maddelerden oluşmaktadır. Haylock matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesine yeni bir bakış açısı kazandırmıştır. Haylock'a göre matematiksel yaratıcılık değerlendirilirken hem ürün hem de süreç boyutuyla değerlendirilmelidir. Süreç boyutu *ket vurmanın üstesinden gelebilme* ile ilişkilidir. Ket vurmanın üstesinden gelme *algoritmik ket* ve *içerik evreni keti'*ni kapsar ve zihinsel setlerden kurtulma yeteneği olarak tanımlanır. Algoritmik ket, başlangıçta kullanılan başarılı bir algoritma ya da yöntemin sonraki durumlarda başarısız ya da doğru olmasa bile kullanımının tekrarlanmasıyla ortaya çıkar. İçerik evreni keti ise verilen bir probleme uygulanacak olan uygun elementlerin sıklığında ortaya çıkar (Haylock, 1987). Matematiksel yaratıcılığın ürün boyutu ise çoğul üretme yapısı ile ilişkilidir. Guilford ve Torrance'ın kullandığı çoğul düşünme testlerinde kullanılan yeteneklere benzer biçimde, çoğul üretme yapısı matematik bağlamındaki yetenekler dikkate alınarak ölçülür. Çoğul üretme üç temel elementten oluşur: *problem çözme, problem oluşturma, yeniden tanımlama*. Haylock sözünü ettiği bu iki boyutu temel alarak iki boyutlu bir test geliştirmiştir. Süreç ve ürün boyutunda yer alan algoritmik ket, içerik evreni keti, problem çözme, problem oluşturma ve yeniden tanımlama elementleri hem sayısal hem de uzamsal maddeler aracılığıyla değerlendirilmektedir. Örneğin uzamsal alanda algoritmik keti ölçmek için öğrencilere bir dikdörtgen sunulur ve öğrencilerin dikdörtgeni belirlenen sayıda eşit parçaya ayırmak için kaç adet çizgiye ihtiyacı olduğu sorulur. Öğrencilere bir örnek madde (dikdörtgeni eşit iki parçaya ayırmak için, bir adet çizgiye ihtiyaç vardır) verilir. Sonrasında sırasıyla dikdörtgeni 3, 5, 7 ve 9 eşit parçaya ayırmak için kaçar adet çizgiye ihtiyaçları olduğu sorulur. Öğrencilerden beklenen yanıt ise dikdörtgeni 3, 5, 7 parçaya ayırmak için 2, 4 ve 6 yatay ya da dikey çizgiye ihtiyaç olduğudur. Görüldüğü üzere sayılar arasında bir örüntü vardır ve dikdörtgeni 9 eşit parçaya ayırmak için 8 çizginin yeterli olduğu düşünülebilir. Oysaki gerçekte sadece 4 (2 yatay ve 2 dikey) çizgi yardımı ile dikdörtgen 9 eşit parçaya ayrılabilmektedir. Algoritmik ketin üstesinden gelebilen öğrenci 8 çizgi yerine 4 çizgiyi tercih etmektedir. Bir diğer örnek de sayısal alanda içerik evreni ketini ölçmek için öğrencilere "Toplamı x, farkı y olan iki sayı bul" sorusu sorulur. Öğrencilere öncelikle örnek madde sunulur: Toplamı 100, farkı 40 olan iki sayı nedir? (s. 383). Ardından on farklı maddede ikililerin bulunması istenir. Bu maddelerin ilk dokuzu tam sayılarla elde edilirken son maddede çözüme ulaşabilmek için kesirli sayılara ihtiyaç vardır. Bu testte ket vurmanın üstesinden gelmeye yönelik maddelere verilen yanıtlar doğru-yanlış şeklinde puanlanmaktadır. Diğer yandan çoğul üretim boyutundaki maddeler ise literatürde kullanıldığı biçimde akıcılık, esneklik ve orijinallik ölçümleri ile değerlendirilmektedir. Haylock (1984) geliştirdiği matematiksel yaratıcılık testini 11-12 yaş arasındaki 283 öğrenciye uygulamış ve her iki boyut arasında güçlü bir korelasyon (r .59) bulmuştur. Bu bulgu, her iki yapı yardımıyla matematiksel yaratıcılığın geniş açıdan değerlendirilebileceğini ortaya koymuştur.

Sözü edilen bu kalem-kâğıt testlerinin okullarda hemen hemen her seviyede uygulanabilir olmasından dolayı, test bağlamında yararlılığı göz ardı edilmemelidir (Aiken, 1973). Literatürde matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde kalem-kağıt testleri göz önünde bulundurulduğunda, matematiksel yaratıcılık araçlarının genellikle matematiksel yaratıcılık tanımları (Jensen, 1973), matematik alanında yaratıcı olan çocukların bireysel özellikleri (Meyer, 1970), ampirik araştırma sonuçları (Singh, 1987), uzman görüşleri (Balka, 1974) ve araştırma verilerinin sonuçları (Haylock, 1984) çerçevesinde temellendirildiği söylenebilir.

Gözlem metodu

Okul ortamında matematiksel yaratıcılık tanımlarının matematik disiplinindeki yaratıcılıktan farklılaştığı (Shriki, 2005) daha önce belirtilmişti. Sriraman'a göre (2005, s.24) okul ortamındaki matematiksel yaratıcılık "verilen bir probleme içgörüsel veya orijinal çözümler bulma, analog (benzer) problemler üretme veya eski problemlerden yola çıkarak bu problemleri yeniden formüle üretme sürecidir. Bu nedenle matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesi öğrencilerin deneyimleri ve bilgileri temeline dayanmalıdır ve benzer eğitimsel geçmişe sahip öğrencilerin performansları karşılaştırılmalıdır (Leikin and Lev, 2013). Okul ortamında matematiksel yaratıcılığı değerlendirmek için kullanılan metotlardan biri gözlemdir. Gözlem metodu, matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinin yanı sıra yaratıcı eğitim stratejilerini değerlendirmek için kullanılmaktadır.

Uzmanlar matematiksel yaratıcılığı bazen bireyin ve grubun davranışlarına odaklanarak bazen de sesli düşünme (think aloud: bireylerin problemleri sesli düşünerek cevaplaması) metodunu kullanarak değerlendirmektedir. Bu iki değerlendirme girişimi gözlem metodunun iki farklı biçimi olarak düşünülebilir. Gözlem metodunun tüm biçimlerinde genellikle video kaydı veya ses kaydı kullanılmakta ve bu kayıtların deşifre edilmesi ile matematiksel yaratıcılık değerlendirilmektedir. Kullanılan farklı biçimdeki gözlem metotları ile matematiksel yaratıcılığın farklı boyutları değerlendirilmektedir. Örneğin birey veya grup gözlem metodunda, öğrencinin yaratıcılık sürecinde sınıf ortamının rolü ya da bu süreçte öğretmenin rolü analiz edilebilir. Sesli düşünme metodunda ise her bir öğrencinin matematiksel yaratıcılık süreci hakkında detaylı bilgi edinilebilir. Her ne kadar gözlem metodu öğrencinin matematiksel yaratıcılık düzeyi hakkında derinlemesine bilgi ortaya koysa da bazı dezavantajları da bulunmaktadır. Bunlardan ilki, metodun zaman alan bir yönünün olmasıdır. İkincisi ise gözlemciler öğrencilerin performanslarını değerlendirme aşamasında yanlı davranabilirler veya farklı yorumlamalarda bulunabilirler. Bu nedenle metot güvenilirlik bağlamında eleştirilebilir. Ancak bazı araştırmacılar (Ericsson and Simon, 1993) gözlem metodunda dikkat edilmesi gereken hususların olduğunu belirtmekte ve bu hususlara dikkat edildiğinde güvenilir sonuçlar elde edilebileceğini belirtmektedirler. Bu öneriler aşağıda yer alan gözlem metodu türlerinde açıklanmaktadır.

Birey ve grup gözlem metodu

Birey ve grup gözlem metodu yardımıyla bireyin ya da grubun problem çözme veya problem oluşturma becerileri doğrudan doğal ortamlarında (sınıf ortamında) değerlendirilebilir. Öğrencilerin grup yaratıcılıkları da bu metot yoluyla analiz edilebilir. Ayrıca matematiksel yaratıcılıkla ilişkili bilişsel, duyuşsal ve sosyal özellikler gözlem metodu yardımıyla değerlendirilebilir. Bu bölümde alanyazında matematiksel yaratıcılık ile ilgili araştırmalarda kullanılan gözlem metotlarının incelenmesi yoluyla sözü edilen metodun nasıl bir değerlendirme sağladığı açıklanmıştır.

Meyer (1970), birinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını bazı kriterler çerçevesinde gözlemlemiştir. Meyer'e göre matematiksel yaratıcılık gözlenebilen davranışlar yoluyla ölçülebilir. Bu sebeple araştırmacı yaratıcı sürecin ve yaratıcı bireyin özelliklerine bağlı olarak kriterleri belirlemiştir. Bu kriterleri 3 öğrencinin bir matematiksel probleme -bir kağıtta yer alan karmaşık şekiller arasından üçgenleri bulup çıkarmayı gerektirmektedir (s. 38)- verdiği yanıtları video kaydına alarak ve yedi matematikçinin video kayıtlarını izleyerek değerlendirmesi ile elde etmiştir. Matematiksel yaratıcılığı bu yolla değerlendirmek için toplam gözlemlenebilir altı kriter belirlenmiştir: amaç belirlemek, özellik tanımlamak, ilişki araştırmak, genelleme yapmak, matematiksel olarak estetik bir ürüne ulaşmak ve görevi değiştirmek. Bu araştırmanın amaçlarından biri matematiksel yaratıcılığı belirlemede sözü edilen altı kriterin geçerliğini araştırmaktır. Bu amaçla 12 birinci sınıf öğrencisinin açık uçlu problemlere verdiği cevaplar ayrı ayrı video kaydına alınmıştır. Öğrencilerin her bir dakika için ürettikleri cevaplar, beş puanlayıcı tarafından sözü edilen kriterleri karşılayıp karşılayamama durumuna göre analiz edilmiştir. Puanlayıcılardan üçü matematik, biri psikoloji, diğeri ise eğitimsel psikoloji bölümünde lisans düzeyinde öğrencidir. Meyer her bir puanlayıcıya yanlılığın ortadan kalkması için eğitim vermiştir. Puanlayıcılar birer dakikalık periyotlarda her bir öğrencinin cevabını, kriterleri karşılayıp karşılamamasına göre "evet" ya da "hayır" şeklinde değerlendirmiştir. Puanlayıcılardan dördü bir dakikalık süreçte herhangi bir kritere "evet" dediğinde, o kriterin sağlandığına hükmedilmiştir. Bir öğrenci bu değerlendirme yoluyla sekiz farklı puan elde edebilmektedir. Bunlardan altısı kriterlerle ilgili, biri sahte (pseudo) kriter, diğeri ise öğrencilerin bir kriteri sağladığı dakikaların sayısıdır. Araştırmanın sonunda Meyer, matematiksel yaratıcılığın gözlemlenebilir kriterlerinin matematiksel yaratıcılığı değerlendirmede etkili olduğunu bulmuştur.

Levenson (2011) yaptığı çalışmada bir grup öğrencinin matematiksel yaratıcılıklarını değerlendirmek için rutin davranışlarını bir dönemdeki dersler boyunca gözlemlemiştir. Bu çalışmada grubun matematiksel yaratıcılığı analiz edilmiştir. Grubun matematiksel yaratıcılığı sadece sınıftaki öğrencilerle değil aynı zamanda öğretmenle de ilişkilendirilmiştir. Bu sebeple, Levenson grubun matematiksel yaratıcılığında öğretmenin rolünü ve öğrencilerin karşılıklı ilişkisini analiz etmiştir. Katılımcılar, 2 öğretmen ve 5. ve 6. sınıf düzeyindeki 88 öğrenciden oluşmaktadır. Levenson 2 beşinci sınıf ve bir altıncı sınıf düzeyindeki öğrencileri bir dönemdeki 10 matematik dersi boyunca gözlemlemiştir. Özellikle bir fikir üretme aşamasında öğrencilerin materyallerle, diğer öğrencilerle ve öğretmenle olan etkileşimleri incelenmiştir. Dersler boyunca gözlemci video kayıtları almış ve günlük tutmuştur. Grubun matematiksel yaratıcılığını değerlendirmek için öğretmenler öğrencilere "__ × __ = 0.18" (s. 221) şeklinde kapalı uçlu bir problem ve "0.2 ve 1.1 sayılarını içeren bir dizi oluştur" şeklinde açık-uçlu bir problem sormuştur. Her bir problem süreç ve ürün açısından akıcılık, esneklik ve orijinallik bağlamında değerlendirilmiştir. Akıcılık puanları süreç ve ürün için aynı çıkmıştır. Soruların doğruluk puanı grubun akıcılık puanı olarak kabul edilmiştir. Fakat esneklik ve orijinallik puanları süreç ve ürün açısından benzerlik göstermemiştir. Çünkü esneklik ve orijinalliği süreç ve ürün açısından ayırt etmek oldukça zordur. Örneğin, kapalı-uçlu bir problemin akıcılığını ürün açısından puanlamak için "ondalıklı sayının virgülden sonraki sayı miktarı" temel alınmış, aynı problemin esnekliğini süreç açısından puanlamak için "aynı faktörlerin kullanımının yanı sıra virgülün yerini değiştirme" (s. 229) temel alınmıştır. Orijinallik puanlamaları içinse grubun fikirleri yerine bireyin fikirleri değerlendirilmiştir. Öğrencilerin grup içindeki cevapları orijinal olmalı ancak "bu cevaplar grubun yaratıcılık sürecinin bir ürünü" olmalıdır (s. 229). Örneğin bir öğrenci bir fikir öne sürdüğü zaman diğer öğrencinin o fikri geliştirmesi, bir diğer öğrencinin ise öne sürülen fikrin doğruluğunu ve yanlışlığını değerlendirmesi gerekmektedir. Öğretmen bir grup üyesi olarak, yeni bilgi ile öğrenilmiş bilgi arasında ilişki kurmalı böylece öğrencilerin yeni fikirler üretmesi konusunda onları cesaretlendirmelidir. Özetle bu çalışmada gözlem metodu aracılığıyla matematiksel yaratıcılığın ürün ve süreç boyutu değerlendirilmiştir.

Araştırmalar göz önünde bulundurulduğunda matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde kullanılan birey ve grup gözlem metodu öğrencilerin davranışlarını ve düşünme biçimlerini detaylı bir şekilde incelemek için kullanılan önemli yöntemler olarak görülebilir. Ayrıca bireyin ve grubun yaratıcılık süreçlerinde oynadıkları roller de bu yolla analiz edilebilir.

Sesli düşünme metodu

Sesli düşünme metodu, bireyin sesli bir şekilde düşünebilmesi amacıyla sorular sorulması sürecini kapsar (Ericsson and Simon, 1993). Bu süreçte öncelikle bireyin söylediği her şey kaydedilmekte, ardından deşifre edilmekte, sonra süreç uzmanlar tarafından değerlendirilmekte ve değerlendirmeler karşılaştırılmaktadır. En son aşamada ise her birey için geniş ve kapsamlı bir analiz gerçekleştirilmektedir (Charters, 2003). Yöntem bireylerin bilişsel süreçlerini değerlendirmek amacıyla sıklıkla eğitim ve psikoloji alanında kullanılmaktadır. Psikologlar metot aracılığıyla bireylerin muhakeme yapabilme becerilerini anlamaya çalışmaktadırlar. Eğitimciler ise öğrencilerin problem çözme ve problem üretme aşamasındaki düşünsel süreçlerini keşfetmeye çalışmaktadırlar (Van Someren, Barnard and Sandberg, 1994).

Sesli düşünme metodu içgözlem (introspection) yaklaşımına dayanmaktadır. Bu yaklaşımda bireylerin zihinsel ve duygusal süreçleri değerlendirilmektedir (Ericsson and Simon, 1993). Diğer bir deyişle bu süreç bir içebakış eylemidir (Van Someren, Barnard and Sandberg, 1994). Ancak psikoloji biliminde içebakış çalışmalarına bilimsellik bağlamında kuşkuyla yaklaşılmaktadır. Çünkü içebakışı desteleyen psikologlar her ne kadar bireylerin bilinçle ilgili açıklamalarını kabul etseler de deneyime dayalı çıkarımların ve genellemelerin doğruluğunu reddetmektedirler. Ancak bu kuşkular içebakış yaklaşımının kullandığı sesli düşünme metodu için geçerli görülmemektedir. Çünkü metot en genel anlamda sözel ifadeye dayalıdır ve bireyin aklından geçeni doğrudan ifade etmesi ile gerçekleşen bir süreçtir. Bu yönüyle içebakış yaklaşımıyla elde edilen veri bilimsel kabul edilmelidir (Ericsson and Simon, 1993).

Sesli düşünme metodu psikoloji biliminde 1940'lardan beri kullanılmaktadır. Duncker (1945) sesli düşünme metodunu kullanarak problem çözme süreçlerinde hafızanın rolünü incelemiştir. De Groot (1965) da benzer olarak satranç oyuncularının düşünsel süreçlerini sesli düşünme metodu ile araştırmıştır. Özellikle 1960'lardan sonra bireyin bilişsel süreçlerine olan ilginin artışı ile metodun kullanıldığı araştırmalarda niceliksel bir artış olmuştur (Van Someren, Barnard and Sandberg, 1994).

Diğer taraftan sesli düşünme metodunun eğitimdeki kullanım alanı zihinsel süreçlerin değerlendirilmesi ile ilişkilidir. Örneğin, Gallagher ve De Lisi (1994), problem çözme aşamasında kullanılan stratejilerin cinsiyete göre değişip değişmediğini incelemek için sesli düşünme metodunu kullanmıştır. Araştırmacı verileri kayıtlar yoluyla elde etmiştir. Araştırmadan elde edilen analizlerin sonuçlarına göre problem çözmede geleneksel olan ve olmayan sekiz adet stratejinin kullanıldığı ortaya koyulmuştur. Geleneksel stratejiler hesaplamalara dayalı stratejileri temsil ederken, geleneksel olmayan stratejiler ise okul ortamına özgü olmayan ve nadiren düşünülebilen stratejileri temsil etmektedir. Bunlardan ilk grup, “algoritma”, “değişkenlere değerler verme” ve “seçenek” olarak adlandırılan üç stratejiyi içermektedir. İkinci grup, “algoritmik içgörü” ve “mantıksal içgörü veya tahmin” olarak adlandırılan iki stratejiyi içermektedir. Son olarak üçüncü grup ise diğerleri başlığı altındaki “tahmin”, stratejisizlik” ve “yanlış yorumlama” olarak adlandırılan stratejileri içerir. Üçüncü grupta yer alan bu türdeki stratejilerin nadiren uygulandığı görülmektedir. Bu stratejiler arasından matematiksel yaratıcılıkla ilişkili olanlar ise a) algoritmik içgörü: matematiksel algoritmaları ve içgörüyü, mantıksal çıkarımları ve açıklamaya ve çözüme dayalı tahminleri içerir. b) mantıksal içgörü veya tahmin: hesaplamalarla sınırlandırılmamış çözümleri, algoritmaları ve yardımcı zihinsel hesaplamaları içerir. Özetle Leikin ve Lev’in de belirttiği gibi (Bkz. geleneksel olan ve geleneksel olmayan çözüm uzayları, 2013) okul ortamında kullanılan stratejiler “geleneksel”, okul ortamından sıyrılan stratejiler ise “geleneksel olmayan” stratejiler olarak belirlenmiştir. Çalışma, strateji kullanımında cinsiyet faktörünü işaret ederek, kız öğrencilerin geleneksel stratejileri kullanımının erkek öğrencilere kıyasla daha fazla olduğunu ortaya koymuştur.

Bir diğer araştırma matematiksel yaratıcılık alanında mihenk taşı olarak bilinen Krutetski’nin (1976) çalışmasıdır. Araştırmada, yaşları 6 ile 17 arasında değişen 200 öğrenci ile çalışılmıştır. Öğrenciler matematik alanında çok yetenekli, göreli yetenekli, ortalama yetenekli ve göreli yeteneksiz olarak sınıflanmıştır. Öğrencilerin düşünme becerileri yaşa ve matematiksel yeteneğe göre kıyaslanmıştır. Öğrencilerin gerçek ve karmaşık zihinsel süreçleri ile ilgili nitel veri elde etmek için öğrencilerin problemleri çözerken sesli düşünmeleri istenmiştir. Değerlendiriciler gerekli gördükleri aşamalarda ipuçları da vermişlerdir. İlk bakışta kolay gibi görünen bu süreçte yaşanan en büyük zorluk, düşüncel süreçte izlenen çözüm yollarının sözel olarak ifade edilmesidir. Öğrencilerin bu sürece alışkın olmamaları öğrencilerin gerçek potansiyellerini ortaya çıkarma konusunda zorluklar yaşanmasına sebep olmuştur. Bir diğer zorluk ise belli koşullarda sesli düşünme metodunu organize edebilme ile ilgilidir. Diğer bir deyişle bir problemin çözümü ile bir problemin sesli çözümünün aynı olmamasıdır. Çünkü öğretmen problemi sesli bir şekilde çöz dediğinde, öğrenci çözümünü başkalarına açıklamak amacıyla problemi çözebilir. Yaşanabilecek bu sürecin üstesinden gelebilmek için, Krutetskii değerlendiricilere eğitimler verilmesinin önemini vurgulamıştır: "Sesli düşün, açıklama yapmak için soruyu çözme, evde yalnız başına soru çözüyormuş gibi sesli düşünerek soruyu çöz" (s. 93). Diğer taraftan metodun doğasına bağlı olarak, öğrencilerin zihinlerindeki her şeyi sesli düşünmeleri ve yazmaları onların zihinsel süreçlerini açık bir biçimde analiz etmeyi kolaylaştırmaktadır. Bu yolla Krutetstkii öğrencilerin matematik yeteneğinin yapısını ve doğasını analiz edebilmiştir. Araştırma bulguları, matematiksel problem çözmenin zihinsel sürecinde üç temel aşamanın olduğunu ortaya koymuştur. İlk aşamada problem çözmede gerekli olan bilgi kullanılır. İkinci aşamada çözüm elde etmek için bilgi işlenir. Son aşamasında ise çözümle ilişkili bilgi hafızaya kaydedilir. Araştırmanın bir diğer bulgusu ise matematikteki yetenek düzeyi ile ilgilidir. Matematikte yetenekli öğrenciler daha az yetenekli olanlara göre problemlerin özünü daha kolay kavramaktadırlar. Ayrıca yetenekli öğrenciler problem çözümlerini daha sezgisel ve daha estetik yollarla çözmektedirler. Araştırma, daha az yetenekli öğrenciler sadece çözüme ilişkin belli detayları hatırlarken, yetenekli öğrencilerin çözüme yönelik ilkelerin çoğunluğunu hatırlayabildiğini ortaya koymuştur. Araştırmanın bir diğer bulgusu ise matematikte yetenekli öğrencilerin diğer öğrencilerle kıyaslandığında matematik alanında daha yaratıcı olduğunu ortaya koymuştur.

Birçok araştırmacı sesli düşünme metodunu tercih etse de metot, zaman, yanlılık veya güvenilirlik bağlamında eleştirilmektedir (Van Someren, Barnard and Sandberg, 1994). Kantowski'ye göre (1977) öğrencilerin düşünsel süreçlerini açık bir biçimde değerlendirmek açısından kullanışlı bir metottur, özellikle puanlama biçimi iyi yapılandırıldığı takdirde ölçme metodunun güvenirliği ile ilgili olan yanlılık konusundaki kuşkular da ortadan kaldırılabilir. Ayrıca, Charters (2003) nitel araştırmalarda çeşitleme (triangulation) yoluyla güvenirliğin artırılabileceğini belirtmektedir. Sonuç olarak sesli düşünme metodu öğrencilerin düşünsel süreçlerini kapsamlı bir şekilde incelemede faydalı bir metot olarak gözükmektedir.

Görüşme metodu

Matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde bir diğer yöntem görüşme metodudur. Görüşme metodu, gözlem metodu ile birlikte kullanıldığında sadece nitel değil aynı zamanda nicel veri de sağlamaktadır. Görüşme metodu bireylerin hem problem çözme süreçlerini hem de ürünlerini içebakış ve geçmişe bakış yoluyla değerlendirme imkânı sağlamaktadır. Öğrencilerin ürünlerini ortaya koyma sürecinde kullandıkları strateji, bilgi, element ya da faktörler geçmişe bakış yoluyla belirli bazı sorular aracılığıyla keşfedilmeye çalışılır (Van Someren, Barnard and Sandberg, 1994). Geçmişe bakış metodunda, bireyler daha önce çözdükleri problemi hatırlayarak süreçle ilgili belli açıklamalarda bulunurlar (Bkz. Tjoe, 2011) veya daha önce çözdükleri probleme yeni parametreler eklerler (Bkz. Singer, Pelczer and Voica, 2011). Bu sayede genelleme, soyutlama ve problem bulma becerileri değerlendirilir. Ayrıca bireylerin kişilik özellikleri matematiksel yaratıcılık seviyeleri de bu metotla keşfedilebilir (Singer, Pelczer and Voica, 2011; Sriraman, 2009). Ancak özellikle yerine getirilen görevin üzerinden belli bir süre geçmiş ise bireyin önceki deneyimlerini hatırlaması kolay değildir (Van Someren, Barnard and Sandberg, 1994). Bu nedenle metodun kullanımında yaşanan en büyük zorluk hatırlama ile ilgilidir. Görüşme metodunun kullandığı bir diğer yaklaşım olan içebakış tekniğinde ise, öğrencilerin o anda çözdükleri problemi farklı metotlarla da çözmesi beklenir. Görüşmeyi yapanlar eğer gerekli ise “başka bir çözüm var mı?” (Levav-Waynberg and Leikin, 2012, s. 74) şeklindeki bir ipucuyla öğrenciyi yaratıcı çözümlere doğru yönlendirir. İçe bakış ile yapılan görüşmelerde öğrencilerin bir probleme farklı çözümler üretme konusundaki istekliliği, motivasyonu, içgörüsü ve çoklu çözüm geliştirmekten kaynaklanan esnekliği bağlamında farklılıklar ortaya çıkmaktadır (Levav-Waynberg and Leikin, 2012). Sesli düşünme metodu ile görüşme metodunda kullanılan içebakış uygulaması farklılaşmaktadır. Sesli düşünme metodunda bireylerin problem çözme süreçleri sesli düşünme esnasında incelenirken, görüşme yönteminde öğrencilerin problemleri yaratıcı bir şekilde çözmeleri için uygun soruların seçilmesi esastır.

Matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde kullanılan görüşme metodunda, öğrencilere genellikle bir test verilmektedir. Test bittikten sonra ise test maddeleri ile ilgili sorular sorulmaktadır. Leikin’in (2007) geliştirdiği test de değerlendirilirken çoğu zaman görüşmeler temel alınarak bazen de kâğıt-kalem test metodu dikkate alınarak puanlanma yapılmaktadır. Leikin’in geliştirdiği teknikte problem çözümüne farklı bir bakış açısı kazandırılmakta ve verilen bir problemin çözümünde farklı yöntemlerin kullanılması ile çözüme ulaşılması beklenmektedir. Leikin (2009) matematiksel yaratıcılığı değerlendirmek için çoklu çözüm görevine odaklanmaktadır. Modelin içinde bazı kavramlar yer almaktadır. Bunların arasındaki ilk kavram olan *çözüm uzayı* kavramı, araştırmacılar tarafından yaratıcı problem çözme performansını analiz etmek için geliştirilmiştir. İkinci kavram olan *uzman çözüm uzayı* kavramı ise bir probleme belli bir zaman dilimi içinde üretilen çözümü ifade etmektedir. Uzman çözüm uzayları, *geleneksel uzaylar* (okul müfredatı ile ilişkili çözümlerdir) ve *geleneksel olmayan uzaylar*dan (okul müfredatı dışındaki çözümlerle ilişkilidir ya da müfredatın farklı bir bağlamında yer alır ve "kısmen geleneksel olmayan" olarak adlandırılır) oluşmaktadır. Üçüncü kavram olan *bireysel çözüm uzayları* kavramı ise belirli bir problem için bireysel olarak üretilen çözümlerdir (Leikin and Lev, 2013). Bireysel çözüm uzayları, *uygun çözüm uzayı* (yardımla elde edilen çözümler) ve *potansiyel çözüm uzayı* (herhangi birinin yardımı olmadan elde edilen çözümler) olarak iki kısımda kategorize edilir. Dördüncü kavram olan *toplu çözüm uzayları* kavramı ise bir grup tarafından üretilen çözümlerin kombinasyonudur. Modelin oluşturulmasında sözü edilen bu kavramların tamamı birleştirilmiş ve verilen bir problemin çoklu çözümlerine odaklanılmıştır. Modelde akıcılık puanı her bir farklı çözümden elde edilir. Esneklik puanı ise hem uzman hem de bireysel çözüm uzayından elde edilir. Çözümler farklı gösterimlerle, özelliklerle (teoremler, tanımlamalar ya da yardımdı yapılar) ya da matematiğin farklı dalları ile temellendirildiğinde iki farklı çözüm iki farklı kategoride değerlendirilir. Örneğin öğrencilere aşağıdaki gibi bir problem sunulur:

Mali yiyecek dükkânları için çilek reçeli üretmektedir. Reçelleri dükkânlara ulaştırmak için büyük kavanozlar kullanmaktadır. Tek seferde 80 litrelik reçeli eşit kavanozlara dağıtmaktadır. Fakat sonrasında Mali 4 kavanozu elinde tutmaya ve diğer kavanozlardaki reçelleri eşit miktarda dağıtmaya karar vermiştir. Aslında Mali kavanozlardaki reçellerin ¼'ünü kullanarak bu işlemi yaptığını fark etmiştir. O halde Mali en başta kaç tane kavanoz hazırlamıştır? (Leikin and Lev, 2013).

Bu problemde öğrencilerin her ilk doğru çözüm yöntemi (örneğin tek değişkenli bir denklem $1\frac{1}{4}x = x + 4$) için esneklik puanı 10'dur. Sonrasında öğrenci aynı problemi tek değişkenli bir denklemle daha çözüyorsa 1 puan ve tekrar tek değişkenli denklem kullanıyorsa 0.1 puan almaktadır. Eğer öğrenci bu problemi iki değişkenli denklem ($\frac{x}{y-4} = \frac{5x}{4y}$) oluşturarak çözüyorsa 10 puan elde etmektedir. Toplam esneklik puanı ise bireysel ve uzman çözüm uzayında yer alan esneklik puanlarının toplamı ile elde edilmektedir. Orijinallik puanı görevlerin uygulandığı grubun küçüklüğüne (1$\leq$öğrenci sayısı$\leq$10) ve büyüklüğüne (10$\leq$öğrenci sayısı) göre değişmektedir. Küçük gruplarda orijinallik puanı, bireysel çözüm uzayında yer alan çözümlerin gelenekselliğine ve Ervynck'in (1991) ortaya attığı içgörü seviyesine göre farklılaşmaktadır. İçgörü temelli ya da geleneksel olmayan çözüme şöyle bir örnek verilebilir: *"Yeni reçel miktarının 1/5'i başlangıçtaki reçel miktarının 1/4'idir. Bütün kavanozların 1/5'i 4 kavanozdur. Dolayısıyla başlangıçta 20 kavanoz vardır"* (Leikin and Lev, 2013, s. 186). Böyle bir durumda öğrenci herhangi bir denklem kurmadan üst düzey bir içgörü ya da sezgi ile doğru sonuca ulaşmış ve 10 puan elde etmiştir. Burada modele göre öğrenci temelli ya da kısmen geleneksel olmayan bir çözüm geliştirirse 1 puan almaktadır. Öğrenci algoritmik temelli bir çözüm ya da geleneksel bir çözüm kullanırsa 0.1 puan elde etmektedir. Diğer yandan büyük gruplarda ise orijinallik puanı toplu çözüm uzayları ve bireysel çözüm uzaylarının karşılaştırılması ile elde edilmektedir (Leikin, 2009; Leikin and Lev, 2013; Levav-Waynberg and Leikin, 2012). Grupta yer alan öğrencilerin cevapları %15'ten az ise 10 puan, %15'e eşit ve %40 arasında ise 1 puan, %40'a eşit ve büyük ise 0.1 puan elde etmektedir. Toplam orijinallik puanı ise öğrencilerin bireysel çözüm uzayındaki çözümlerinin orijinallik puanlarının toplamı ile elde edilmektedir. Elde edilen tüm puanlarla öğrencinin toplam yaratıcılık puanı oluşturulmaktadır:

$$CR=n\ (\textstyle\sum_1^n flx_i\ x\ or_i)$$

Denklemde *n* akıcılık puanı; *flx* esneklik puanı ve *or* ise orijinallik puanıdır. Her bir öğrencinin problem çözme becerileri yukarıda sözü edilen yöntemle matematiksel yaratıcılıkları açısından değerlendirilmektedir.

Sriraman (2009) da matematiksel yaratıcılığı belirlemeye yönelik yaptığı bir araştırmada görüşme metodunu kullanmıştır. Araştırmanın genel amacı matematiksel yaratıcılığın süreçsel değerlendirmesi olduğundan içebakış yaklaşımı kullanılmıştır. Matematiksel yaratıcılığın doğasını ve matematiksel yaratıcılıkta problem çözme süreçlerini belirlemek amacıyla beş matematikçi ile görüşme gerçekleştirmiştir. Görüşme soruları 16 maddeden oluşan L'Enseigement Mathematique anketinin maddelerinin düzenlenmesi ve yapılandırılması ile oluşturulmuştur. Görüşme aracılığıyla "matematikçilerin matematiği nasıl yarattıkları" keşfedilmeye çalışılmıştır. Bu çalışmada görüşme metodunun en temel amacı "matematiğin niteliksel yönlerini tespit etmek" olarak belirlenmiştir. L'Enseigement Mathematique adındaki anketin düzenlenmesinin ise iki amacı bulunmaktadır. Bunlardan ilki, anket sorularının matematiğin doğasını temsil etmesi ve matematikçilerin kendilerini özgürce ifade edebilmelerine izin vermesidir. İkincisi ise, araştırmacının dört aşamalı Gestalt yaratıcılık modelinin (hazırlık, kuluçka, aydınlanma, doğrulama) uygulanabilirliğini test etmek istemesidir. Bu çalışmada görüşme metodu hem matematiksel yaratıcılığın özellikleri veya doğası hakkında hem de matematiksel yaratıcılık süreci hakkında içgörü elde etmeyi sağlamıştır. Araştırmanın bulguları matematiksel yaratıcılık sürecinin hazırlık-kuluçka-aydınlanma-doğrulama aşamalarını takip ettiğini ortaya koymuştur. Diğer bir deyişle matematiksel yaratıcılığın Gestalt modeli hala uygulanabilir görünmektedir. Ayrıca sosyal etkileşim, imgelem, sezgi, önsezi ve kanıt matematiksel yaratıcılığın en belirgin özellikleri olarak ortaya koyulmuştur.

Tjoe (2011) de ortaöğretim düzeyindeki matematik alanında özel yetenekli öğrencilerle yaptığı araştırmada görüşme metodunu kullanmıştır.

Araştırma, geçmişe bakış yoluyla matematiksel yaratıcılığı ardışık süreçlerde değerlendirmiştir. Ardışık görüşmeler matematiksel yaratıcılığın değerlendirilme aşamalarından biri olarak belirlenmiştir. Araştırmada matematiksel yaratıcılığı değerlendirmek için ilk olarak matematik ders notlarının, Akademik Yetenek Testi (Scholastic Aptitute Test-SAT) puanlarının, favori matematik konularının ve matematiksel deneyimlerinin neler olduğunu belirlemeye yardımcı olan bir ön anket kullanılmıştır. İkinci olarak problem çözmede farklı yaklaşımları kullanabilecekleri bir test uygulanmış ve öğrencilerin problem çözme süreçlerini gözlemlemek için test süreci kaydedilmiştir. Üçüncü olarak uzmanlar öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarını 5'li likert estetik değer ölçeği ile estetik değer açısından değerlendirmişlerdir. Beş puan öğrencinin kullandığı yaklaşımın benzer ya da ilişkili problemlerde görülebilen en "güzel" yaklaşım olduğunu göstermektedir. Dört puan öğrencinin kullandığı yaklaşımın "güzel" olduğunu fakat benzer ya da ilişkili problemlerde daha "güzel" yaklaşımların bulunduğunu göstermektedir. Üç puan öğrencinin kullandığı yaklaşımın benzer veya ilgili problemlerde tipik olduğunu ve genellikle matematik öğretmenleri veya ortaokul düzeyindeki müfredat tarafından önerilen veya öğretilen standart yaklaşımlarla ilişkili olduğunu göstermektedir. İki puan öğrencinin kullandığı yaklaşımın sadece problemde sunulan bilgilere dayalı esas bilgi işleme becerilerini kullandığını göstermektedir. Bir puan öğrencinin kullandığı yaklaşımın benzer veya ilgili problemlerde temel düzeyde matematik becerilerini kullandığını göstermektedir. Dördüncü aşamada, öğrencilerin daha önce verilen problemlere nasıl çözümler ürettiklerini ve ne tür problem çözme yaklaşımlarını kullandıklarını öğrencilerin kendileri değerlendirmiş ve bu değerlendirmeler esnasında uzmanlara verdikleri tepkiler görüşmeler yoluyla analiz edilmiştir. Üç aşamadan oluşan bu görüşme öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarını belirlemek amacıyla kaydedilmiş ve deşifre edilmiştir. Görüşme metodu bu aşamada içebakış yoluyla yapılmıştır. Çünkü öğrenciler problemi çözerken cevaplarını değerlendiren uzmanlardan matematiksel estetik bağlamında geri dönüt almışlardır. Son aşamada ise öğrencilere geçerlik anketi yapılmıştır. Bu anket iki kısımdan oluşmaktadır. İlk kısımda öğrencilerden 3'lü likert ölçeği kullanarak öz-değerlendirme yapmaları istenmiştir. Bu amaçla öğrencilere verilen ankette iki puan, "öğrencinin problemi belirli bir yaklaşımı kullanarak çözme olasılığının yüksek olduğunu"; bir puan "öğrencinin bu yaklaşımı kullanarak problemi çözebileceğini" ve sıfır puan da "öğrencinin problemi belirli bir yaklaşımı kullanmadan çözeceğini" göstermektedir. İkinci kısımda öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarına yönelik tutumları incelenmiştir. Özetle Tjoe yaratıcılıkla ilişkilendirdiği standart olmayan problem çözme yeteneğini değerlendirmek için nicel ve nitel değerlendirme yöntemlerini bir arada kullanmıştır. Tjoe, Polya'nın problem çözme süreçlerine odaklanarak (problemi anlama, plan yapma, planı uygulama, değerlendirme) matematik alanında özel yetenekli öğrencilerin problem çözme süreçlerini analiz etmiştir. Bu sebeple problem çözme yeteneğini geçerli ve güvenilir verilerle belirlemek için bahsedilen aşamalardan yararlanmıştır. Araştırmada öğrencilerin standart olmayan problemleri eski matematik deneyimlerini kullanarak çözdükleri gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin en az "güzel" düzeyde puan alması onların genellikle problem çözmede okul ortamında öğretilen stratejileri kullanma eğiliminde olduklarını ortaya koymuştur.

Sonuç olarak, görüşme metodunun matematik alanında yaratıcı bireyleri belirlemede etkili olduğu söylenebilir. Genellikle, problem çözme ve problem oluşturma süreçleri görüşmelerle değerlendirilebilir. Çünkü matematiksel yaratıcılık süreçlerinin altında yatan gizemli kısımlar bu yolla analiz edilebilir.

Öz-değerlendirme ve başkaları tarafından değerlendirme metodu

Psikometrik testler sadece genel yaratıcılığı değil aynı zamanda matematiksel yaratıcılığı değerlendirmek için kullanılmaktadır. Ancak son zamanlarda bu testlerin kullanımının sınırlılığı ile ilgili tartışmalar yaşanmaktadır (Mann, 2009). Örneğin, puanlama zaman almakta ve değerlendirici yanlı olabilmektedir. Bu nedenle farklı değerlendirme metotlarının kullanımının tercih edilebileceği belirtilmektedir. Bu metotlardan biri de öz-değerlendirme ve başkaları tarafından değerlendirme metodudur.

Öz-değerlendirme ve başkaları tarafından değerlendirme metodunda bireyler ya kendilerini değerlendirmekte ya da başkaları tarafından (akran, aile, öğretmen, vb.) değerlendirilmektedir. Bu metot genellikle genel yaratıcılığın değerlendirilmesinde kullanılmaktadır. Metodun tarihsel açıdan çıkış noktası ise 1970'li yıllara dayanmaktadır (Casakin and Kreitler, 2006). O tarihten beri yaratıcılığa dair öz-algının değerlendirildiği araştırmalar (örneğin Khatena and Torrance, 1976; Schaefer and Bridges, 1970) tasarlanmıştır. Bu metotta bireylerin yaratıcılık algılarını araştırmak ya da bireylerin yaratıcılık düzeylerini derecelendirebilmek için bir ölçek geliştirilmektedir. Ancak metot geçerli ve güvenirlir veriler sunması açısından eleştirilmektedir. Çünkü metodun değerlendirme parametreleri inançlar, ön yargılar, beklentiler ile ilgilidir (Siegle and Powell, 2004). Günümüzde de hala bu başlıklar tartışılmaktadır. Ancak yaratıcılığın durağan bir yapıda olmaması, duygu, tutum, motivasyon gibi etkenlere bağlı olması metodun etkili değerlendirmeler sunacağı öngörüsünü kuvvetlendirmektedir (Casakin and Kreitler, 2006).

Matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde bu yöntemin çeşitli türleri bulunmaktadır. Bunlar dercelendirme ölçekleri ve kontrol listeleridir. Kontrol listeleri genellikle benzer düzeydeki grupları karşılaştırmak için kullanılmaktadır (Kaufman, Plucker and Baer, 2008, s. 89). Ancak kontrol listeleri öğrencinin alana özgü yaratıcılığı hakkında sınırlı bilgi sunmaktadır.

Çünkü değerlendirmeler kontrol listesinde yer alan sınırlı sayıda madde aracılığıyla gerçekleştirilmektedir. Derecelendirme ölçekleri ise bireyin kendini değerlendirdiği öz-değerlendirmeyi ve başkalarının değerlendirmesini gerektiren araştırmalarda kullanılmaktadır. Aynı sınırlılık bu ölçeklerde de geçerlidir. Çünkü elde edilen sonuç hem değerlendirme ölçeğinde yer alan sınırlı sayıda maddeye hem de bireyin ya da diğerlerinin kavrama ilişkin tutumlarına bağlıdır.

Kontrol listelerine bir örnek, özel yetenekli çocuların davranışlarını değerlendiren Özel Yetenekli Öğrencilerin Davranışsal Özelliklerini Değerlendirme Ölçeği (Scales for Rating the Behavioral Characteristics of Superior Students- SRBCSS) olarak verilebilir. SRBCSS 10 faktörden oluşmaktadır: öğrenme motivasyonu, yaratıcılık, sanat, müzik, drama, iletişim (hassasiyet), iletişim (ifade), planlama (Renzulli vd., 2009). SRBCSS, özellikle özel yetenekli öğrencilerin özelliklerini belirlemede ve zenginleştirme programlarına başvuruda aday gösterme aşamasında kullanılmaktadır. Ancak enstrüman disipline özgü alanları içermemesi ile ilgili eleştiri almış, daha sonra kontrol listesine okuma, matematik, fen ve teknoloji olmak üzere 4 alt faktör eklenmiştir. Güvenirlik çalışmaları 3-8. sınıf düzeyindeki 726 katılımcı ile gerçekleştirilmiştir. Cronbach Alpha güvenirlik düzeyi .94, matematik alt faktörüne yönelik güvenirlik düzeyi ise .97 çıkmıştır (Renzulli vd., 2009). Matematik alt faktörü, "ilgi", "matematiksel problemleri çözmede kullanılan yaklaşımlar", "matematiksel kavramları anlamadaki kolaylık" boyutlarını içeren maddelerden oluşmaktadır. Kontrol listesi öğrencilerin akıcı, esnek ve eleştirel düşünme becerilerini değerlendirmede öğretmenlere kolaylık sağlamaktadır (Gavin, 2005). Örneğin öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını değerlendiren bir madde şöyledir: "*matematiksel problemleri çözmenin yaratıcı (sıra dışı ve çoğul) yolları vardır*". Matematiksel düşünmenin esneklik boyutunu değerlendiren bir diğer madde ise şöyledir: "*bir matematik problemini çözerken, uygun ve gerekli ise kullanılan strateji kolaylıkla değiştirilebilir.*". Hem yaratıcılık hem de esnekliğin değerlendirildiği bir madde ise şu şekildedir: "*matematiksel kavramları açıklamak için çeşitli temsiller (yazılı açıklamalar, resimler, grafikler, denklemler) kullanır"*. SRBCSS kontrol listesi öğrencilerin tutum, ilgi ve motivasyon düzeylerini ve matematik alanındaki yaratıcı potansiyellerini belirleme konusunda öğretmenlere kolaylık sağlamaktadır (Renzulli vd., 2009).

Alanyazın incelendiğinde bir diğer kontrol listesinin Sheffield (2000) tarafından geliştirildiği görülmektedir. Öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını değerlendirmek amacıyla bir rubrik hazırlanmıştır. Rubrik, belli kritelerlere dayalı olarak matematiksel yaratıcılığı değerlendirmek için hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin kullanabileceği şekilde hazırlanmıştır.

Bu kriterler şunlardır: a) *derinlemesine anlama*: "temel kavramaların keşfedilip geliştirilmesi yoluyla bilgiyi genişletme", b) *akıcılık:* "doğru cevap, çözüm metodu ya da yeniden formüle edilen farklı soru sayısı", c) *esneklik:* "cevaplara, metotlara ya da sorulara ait farklı kategori sayısı", d) *orijinallik:* "içgörü içeren ve benzersiz olan sorular, metotlar ve çözümler", e) *detaylandırma ya da zerafet:* "düşünsel ifadenin niteliği, çizelge, grafik, çizim, model, denklem ve kelime içerme", f) *genellemeler ve mantık:* "bilinen örüntüler, varsayımda bulunma ve kanıtlama", g) *genişletme:* "ilgili soruları (ya …..olursa, neden, vb.) araştırma". Her bir kriter 1 ile 4 arasında puanlanmaktadır. Sheffield, matematikçilerin meslektaşlarını değerlendirirken kullandıkları bu kriterlerin öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının değerlendirilmesi aşamasında da kullanılacağını iddia etmektedir.

Öz-değerlendirme metodunun kullanıldığı derecelendirme ölçeklerinden biri yaratıcılığın öz-tahminidir. Bu ölçme metodunda, bireylere kendilerini kişilik, ilgi alanı veya türü açısından değerlendirebilmeleri için doğrudan sorular sorulmaz, bunun yerine bireylerin yaratıcılık düzeylerini kendilerinin içten bir şekilde puanlayarak belirlemeleri beklenir (Kaufman, Plucker and Baer, 2008 s. 109). Örneğin, Kaufman ve Baer (2004) 241 öğrenci ile öz-değerlendirme metodunun kullanıldığı bir araştırma gerçekleştirmiştir. Araştırma yaratıcılığın öz-değerlendirmesini ve matematik, fen, yazım, sanat, vb. alanlarındaki öz-değerlendirme ile ilişkisini anlamak amacıyla yapılmıştır. Araştırmada kullanılan ölçeklerden biri 5'li likert türündeki Farklı Alanlarda Yaratıcılık Ölçeği (Creativity Scale for Different Domains- CSDD) dir. Katılımcıların öz-değerlendirme yapabilmelerine olanak sağlayan ölçekteki maddelerden biri şu şekildedir: "Matematikte ne kadar yaratıcısınız?". Bu ölçeğe ek olarak katılımcıların matematiksel yaratıcılık seviyelerini belirlemek için geliştirilen CPS (Creative Personality Scale) adlı ölçek de uygulanmıştır. Kaufman ve Baer, farklı alanlarındaki öz-değerlendirmeler arasındaki ilişkiyi keşfetmek için Açımlayıcı Faktör Analizi (AFA) gerçekleştirmiştir. Analizler 3 faktörlü bir yapı ortaya koymuştur. İlk faktör, kişilerarası iletişim, yazma, iletişim ve kişisel problem çözme alt faktörlerini içermektedir. İkinci faktör sanat, el sanatları ve bedensel-fiziksel alan alt faktörlerinden oluşmaktadır. Üçüncü faktör ise matematik ve fen alt faktörlerinden oluşmaktadır. Kaufman ve Baer yaptıkları bu çalışmada genel yaratıcılık puanlarının öz-değerlendirmesi ile CPS arasında anlamlı bir ilişki bulmuştur ($r = .47$, $p < .01$). Ayrıca genel yaratıcılığın öz-değerlendirmesi ile matematik hariç diğer alanların öz-değerlendirmesi arasında anlamlı pozitif bir korelasyon bulunmuştur. Diğer bir deyişle, öğrenciler genellikle kendilerini genel anlamda yaratıcı olarak tanımladıklarında farklı alanlarda (matematik hariç) da yaratıcı olarak tanımlamaktadırlar. Bu bulgu matematiğin yaratıcılık içeren ya da gerektiren bir disiplin olarak görülmediğini ortaya koymaktadır. Bu iddia toplumun matematiğin yaratıcılık gerektiren bir alan olmadığını varsaymasıyla ilişkili olabilir. Diğer bir deyişle, "matematiksel yeteneğe değer vermeyen bir toplumun yaratıcılığı matematikle de ilişkilendirmediğini görmek bizi şaşırtmamalıdır". Bu nedenle, matematiksel yaratıcılık alanında öz-değerlendirme toplumun matematik algısı ile ilişkilidir, dolayısıyla araştırmalardan elde edilen sonuçlar kültürden kültüre değişebilir.

Sonuç olarak, öz-değerlendirme ve başkaları tarafından değerlendirme metodunun ilgi alanı ya da yaratıcılık düzeyini belirlemede daha yüzeysel bilgiler sunduğu söylenebilir. Ayrıca bu değerlendirme türü inançlar, klişeler, ön yargılar ve beklentilerden etkilenmektedir (Siegle and Powell, 2004). Yaratıcılık kendi başına öznel bir yapı olduğundan, toplumların bu kavramı algılayış biçimi ve atfettiği değer farklılaşmaktadır. Dolayısıyla metot yoluyla elde edilen verilerin, kültürel değişikliklere bağlı olarak farklılaşacağı söylenebilir.

Çalışmanın alanyazın bölümünün tamamı göz önünde bulundurulduğunda, genel yaratıcılığın belirlenmesine yönelik yaklaşımların zamanla alana özgü yaratıcılık yaklaşımlarına evrildiği görülmektedir. Bu değişim elbette tanılama araçlarını da etkilemektedir. Dolayısıyla farklı disiplinlerdeki yaratıcılığın genel yaratıcılık testleri aracılığıyla değil alan özgü yaratıcılık testleriyle ölçülmesi gerekliliği doğmuştur. Alana özgü geliştirilen ölçekler ise farklı ölçüm metotlarını kullanmaktadır. Literatüre bakıldığında, ölçüm metotları arasındaki sayısal çoğunluk kalem-kağıt testlerine aittir. Ancak bunun dışında ölçüm metotları arasında gözlem, görüşme ve öz-değerlendirme ve başkaları tarafından yapılan değerlendirme metotları da yer almaktadır. Matematik alanına özgü bu ölçeklerin çoğunluğu ise problem çözme ve problem oluşturma becerilerinin ölçümüne odaklanmaktadır. Diğer taraftan matematik disiplini dikkate alındığında matematiksel düşünmenin en temelinde tümevarımsal ve tümdengelimsel düşünme biçimleri yer almaktadır. Bu perspektiften bakıldığında varsayımlar oluşturmak ve bu varsayımları kanıtlamak matematiksel keşiflerin gerçekleştirilmesinde ön plana çıkan becerilerdir.

BÖLÜM 3

MATEMATİKSEL YARATICILIK TESTİ'NİN (myt) KURAMSAL ÇERÇEVESİ VE UYGULAMA SÜRECİ

Matematiksel Yaratıcılık Testi (MYT) ortaokul öğrencilerinin matematiksel yaratıcılığını ölçmek amacıyla geliştirilmiştir. Bu bölümde öncelikle testin içeriğine, puanlamasına, uygulama yöntemine ve kuramsal çerçevesine yer verilerek test tanıtılmış sonrasında ise testin geliştirilme süreci ele alınmıştır.

MYT'Nİn biçimi ve içeriği

MYT, ortaokul 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel yaratıcılığını ölçmek üzere tasarlanmıştır. Ölçek problem oluşturma, varsayım oluşturma ve kanıtlama olmak üzere 3 farklı alt ölçekten oluşmaktadır. Her bir alt ölçekte 2 adet madde yer almaktadır. Problem oluşturma alt ölçeği "Kareler" ve "Pist" isimli maddelerden, varsayım oluşturma alt ölçeği "Tek-Çift" ve "Ardışık" isimli maddelerden, kanıtlama alt ölçeği ise "Toplama" ve "Kibrit" isimli maddelerden oluşmaktadır.

Kareler: MYT'nin birinci maddesidir. Öğrencilerin problem oluşturma becerilerini ölçmektedir. Sayılar ve işlemler alt öğrenme alanına aittir. Maddede bir görsel yer almaktadır. Öğrencilerden maddedeki görselle ilgili birden fazla bağımsız problemler üretmeleri istenmektedir.

Pist: MYT'nin ikinci maddesidir. Öğrencilerin problem oluşturma becerilerini ölçmektedir. Geometri alt öğrenme alanına aittir. Maddede bir görsel yer almaktadır. Öğrencilerden maddedeki görselle ilgili birden fazla bağımsız problem üretmeleri istenmektedir.

Tek-Çift: MYT'nin üçüncü maddesidir. Öğrencilerin varsayım oluşturma becerilerini ölçmektedir. Cebir alt öğrenme alanına aittir. Maddede iki farklı sayı grubuna ait tanım yer almaktadır. Öğrencilerden bu sayı gruplarını kullanarak çeşitli matematiksel varsayımlar ortaya koymaları istenmektedir.

Ardışık: MYT'nin dördüncü maddesidir. Öğrencilerin varsayım oluşturma becerilerini ölçmektedir. Cebir alt öğrenme alanına aittir. Maddede matematiksel bir tanım yer almaktadır. Öğrencilerden bu tanımı temel alarak çeşitli matematiksel varsayımlar ortaya koymaları istenmektedir.

Toplama: MYT'nin beşinci maddesidir. Öğrencilerin kanıtlama becerilerini ölçmektedir. Sayılar ve işlemler alt öğrenme alanına aittir. Maddede matematiksel bir eşitlik yer almaktadır. Öğrencilerden eşitliğin sonucunun doğruluğunu farklı matematiksel yöntemler kullanarak kanıtlamaları istenmektedir.

Kibrit: MYT'nin altıncı maddesidir. Öğrencilerin kanıtlama becerilerini ölçmektedir. Cebir alt öğrenme alanına aittir. Maddede bir görsel yer almaktadır. Öğrencilerden bu görsele ait işlemin sonucunun doğruluğunu farklı matematiksel yöntemler kullanarak kanıtlamaları istenmektedir.

MYT'Nİn puanlama yöntemi

Yaratıcı yeteneğin belirlenmesine yönelik geliştirilen yaratıcılık testleri arasında en yaygın olanı çoğul düşünme testleridir (Alencar, Fleith and Bruno-Faria, 2014). Çoğul düşünme testlerinden elde edilen puanlar ise genellikle yaratıcılığın akıcılık, esneklik, orijinallik ve detaylandırma boyutlarına (Guilford, 1950) göre şekillenmektedir. Testlerden elde edilen akıcılık puanı üretilen doğru yanıt sayısını, esneklik puanı üretilen doğru yanıtlara bağlı kategori sayısını, orijinallik puanı her bir cevabın istatistiksel sıklığına bağlı olarak üretilen özgün yanıt sayısını, detaylandırma puanı ise her bir cevapta üretilen detay sayısını içermektedir (Torrance, 1966). Toplam yaratıcılık puanı sözü edilen yaratıcılık boyutlarında elde edilen puanların toplamı ile elde edilmektedir. Bunun yanı sıra boyutlardan elde edilen ham puanların standart puanlara dönüştürülmesi, ağırlıklı akıcılık puanı, yüzde puanı, her bireyin cevaplarının sadece kendisiyle karşılaştırılması veya katılımcıların %5'inden daha azının verdiği cevaplar vb. şekilde puanlama yöntemleri de bulunmaktadır (Hocevar and Michael, 1979; Runco and Charles, 1993).

Kaufman, Plucker ve Baer (2008) akıcılık puanının orjinallik puanları üzerinde kirletici etkisinin olduğunu belirtmektedir. Hocevar (1979b) ve Seddon (1983) akıcılık kontrol edildiğinde orijinallik puanlarına dayalı güvenirlik değerlerinin oldukça düşük olduğunu bulmuşlardır. Runco ve Albert (1985) yaptıkları çalışmada üstün zekâ ve normal zeka düzeyine sahip çocuklara sözel ve sözel olmayan yaratıcılık görevleri vermişlerdir. Yapılan çalışmada sözel olmayan testlerde akıcılık etkisinin kaldırıldığında orijinallik puanlarının güvenirliğinin yükseldiğini bulmuşlardır.

Snyder ve diğerleri (2004) yaratıcılık testlerinde puanlama aşamasında karşılaşılan akıcılık problemine, istatistiksel bir çözüm olarak "yaratıcılık bölümü" (creativity quotient-CQ) hesaplamasını önermişlerdir. Bu hesaplama hem akıcılık hem de esneklik puanına dayalıdır. Diğer bir deyişle, formül aracılığıyla cevap havuzunda yer alan ve hem akıcılığı hem de esnekliği yüksek olan cevaplar toplam yaratıcılık puanında fark yaratmaktadır. "Yaratıcılık bölümü" aşağıda yer alan formül aracılığıyla elde edilmektedir:

$$CQ = log_2[(1+u_1)(1+u_2)(1+u_3)\ldots.(1+u_n)]$$

$$CQ = log_2(1+u_1) + log_2(1+u_2) + log_2(1+u_3) + \ldots + log_2(1+u_n)$$

$$CQ = \sum_{I=1}^{I=n} log_2(1+u_I)$$

Yukarıdaki formülde; n kategori sayısını, u_I $(1 \le \imath \le n, \imath \in \mathbb{Z})$ ise aynı kategoride yer alan benzer cevapların sayısını temsil etmektedir. Snyder ve diğerleri (2004) bir örnekle formüle yakından bakmayı amaçlamışlardır. Aşağıda araştırmacıların verdiği örnek revize edilerek sunulmuştur.

Hedef grup: *4. sınıf düzeyindeki öğrenciler*

Yaratıcılık ölçeği maddesi: *2, 3 ve 5 sayılarını birer kez kullanarak eşitlikler oluşturunuz.*

Kategori 1: *2+3+5=8, 5-2-3=0, 2.3.5=30 (bir farklı işlem kullanılan eşitlikler)*

Kategori 2: *2.3+5=11, 2.5-3=7 (iki farklı işlem kullanılan eşitlikler)*

Yukarıdaki örnekte öğrenci 5 adet yanıt üretmiştir. Bunlardan benzer olan eşitliklerin 3'ü bir kategori altında diğer 2'si ise ikinci kategori altında yer almaktadır. Öğrencinin;

Akıcılık puanı: *5 (üretilen doğru madde sayısı)*

Esneklik puanı: *2 (kategori sayısı)*

Yaratıcılık bölümü puanı:

$$log_2(1+3) + log_2(1+2) = log_2 4 + log_2 3 = 2+1{,}58 = 3{,}58$$

Yukarıdaki formül incelendiğinde öğrencinin toplam yaratıcılık puanı tek bir kategoride üretilecek 5 madde ile iki ayrı kategoride üretilecek 5 madde için farklılaşmaktadır. Formül kullanıldığında tek kategoride üretilen madde sayısı 5 iken toplam yaratıcılık puanı ($\log_2(1+5)$) 2,80, iki kategoride üretilen madde sayısı 5 iken toplam yaratıcılık puanı ($\log_2(1+3)$+ $\log_2(1+2)$) 3,58 olmaktadır. Görüldüğü üzere, yaratıcılık bölümü formülü aracılığıyla üretilen cevaplardan hem akıcılığı hem de esnekliği yüksek olan cevaplar bu örnekte .78'lik fark yaratmaktadır. Bu sonuçtan hareketle, ilgili algoritmanın akıcılığın kirletici etkisine bir çözüm olduğu görülmektedir.

MYT puanlama yönteminde çoğul düşünme testlerindeki puanlama sisteminden yararlanılmıştır. Ölçek maddelerine verilen yanıtlarla ***akıcılık, esneklik*** ve ***yaratıcılık bölümü (CQ)*** puanları elde edilmiştir.

Bir maddenin akıcılık puanı bu maddeye üretilen toplam doğru cevap sayısı ile elde edilmektedir. Toplam 6 madde olduğundan her bir maddeden elde edilen akıcılık puanları toplanmaktadır. Formül aşağıdaki gibidir:

Toplam akıcılık puanı = *1. madde akıcılık + 2. madde akıcılık +....+ 6. madde akıcılık*

Bir maddenin esneklik puanı bu maddeye üretilen farklı doğru cevap sayısına bağlı olarak elde edilen kategori sayısıdır. Toplam 6 madde olduğundan her bir maddeden elde edilen esneklik puanları toplanmaktadır. Formül aşağıdaki gibidir:

Toplam esneklik puanı = *1. madde esneklik + 2. madde esneklik +....+ 6. madde esneklik*

Bir maddenin yaratıcılık bölümü puanı bu maddeye üretilen farklı doğru cevap ve kategori sayısına bağlı olarak yukarıda yer alan denklemin kullanılması ile elde edilmektedir. Toplam 6 madde olduğundan her bir maddeden elde edilen yaratıcılık bölümü puanları toplanmaktadır. Formül aşağıdaki gibidir:

Toplam yaratıcılık bölümü puanı = *1. madde yaratıcılık bölümü + 2. madde yaratıcılık bölümü +....+ 6. madde yaratıcılık bölümü*

MYT ölçeğinde yer alan bir madde ve ölçek maddesine öğrenciler tarafından üretilen bazı yanıtlar ve yanıtlara göre şekillendirilmiş yanıt kategorileri şu şekildedir:

MATEMATİKSEL YARATICILIK TESTİ (MYT)

1. **MADDE: KARELER**

Görselin olduğu alan.

Görselin matematiksel olarak açıklandığı kısım. "***<u>Bir</u>*** ya da ***<u>birden fazla şekil</u>*** kullanılarak çok sayıda ve farklı problemler üretilebilir. Aşağıda bir örnek verilmiştir:"

Görseli kullanarak yazılabilecek 1 adet örnek problemin olduğu kısım.

"Siz de ***<u>bir</u>*** ya da ***<u>birden fazla şekli</u>*** kullanarak **düşünebildiğiniz kadar çok sayıda** ve **farklı matematik problemleri** yazınız. Her bir **doğru problem** için <u>**1 puan, çok farklı doğru problemler** içinse **ek puan** alacaksınız." Açıklaması.</u>

1.Problem……………………………………………………………

2.Problem……………………………………………………………

.

.

.

ÖĞRENCİLERİN 1. MADDEYE VERDİKLERİ YANITLARA ÖRNEKLER

1. Şekil 1'de kaç kare daha boyanırsa şeklin tamamı boyanmış olur?

2. Şekil 1'deki toplam siyah kare sayısının Şekil 2 deki toplam siyah kare sayısından farkı kaçtır?

3. Küçük karelerin kenarı 3 birim olduğuna göre Şekil 1'in tamamının çevresi kaç birimdir?

4. Şekil 1'deki beyaz karelerin alanlarının toplamının siyah karelerin alanları toplamına oranı nedir?

5. Şekil 1'deki beyaz kareler: x, Şekil 2'deki siyah kareler: y olmak üzere; $A = \{(x^2 - y^2), (x + y).(x - y)\}$ arasındaki fonksiyonları gösteriniz.

ÖĞRENCİLERİN 1. MADDEYE VERDİKLERİ YANITLARA GÖRE OLUŞTURULAN YANIT KATEGORİLERİ

a) Sayma-Sayı

b) Çevre-Uzaklık-Uzunluk

c) Alan

d) Yüzde-Orantı

e) Sentez

f) Kategorilerarası 4 İşlem

g) Uzak Çağrışımlar

1. maddenin açıklandığı kısmın altında öğrencilerden gelen 5 yanıtın bir öğrenciye ait olduğunu varsayalım. Bunlardan 1. ve 2. madde "Sayma-Sayı" kategorisine ait maddeler, 3. madde "Çevre" kategorisine, 4. madde "Alan" kategorisine, 5. Madde ise "Sentez" kategorisine ait maddedir.

Bu öğrencinin 1. maddeye verdiği yanıtlara göre 3 yaratıcılık puan türündeki puanları aşağıdaki gibidir:

Akıcılık=5 (5 tane doğru yanıt)

Esneklik=4 (Sayma-Sayı, Çevre, Alan, Sentez olmak üzere 4 kategoriye ait maddeler)

Yaratıcılık Bölümü= Her bir kategoride altında yer alan madde sayısı dikkate alındığında

$$log_2(2+1)+log_2(1+1)+log_2(1+1)+log_2(1+1)+log_2(1+1) \quad (3.3)$$

$$=1{,}58+1+1+1+1$$

$$\text{Yaratıcılık Bölümü} = 4{,}58$$

Yukarıdaki 3 farklı yaratıcılık puanı sadece 1. maddeden elde edilen puanlardır. Her bir maddeden 3 puan türüne göre elde edilen puanlar ise aynı puan türleri kendi arasında toplanarak bir öğrencinin ölçekten alacağı toplam akıcılık, toplam esneklik ve toplam yaratıcılık bölümü puanlarını oluşturmaktadır.

MYT'NİN uygulama yöntemi

MYT kâğıt-kalem ölçüm tekniğine dayalı bir çoğul düşünme testidir. Dolayısıyla öğrencilerin sadece test kitapçığında yer alan maddeleri yanıtlamaları yeterlidir. Ölçek bir uygulayıcı denetiminde grup şeklinde veya bireysel şekilde uygulanabilmektedir. Testin uygulanması yaklaşık bir ders saatini almaktadır. Her bir maddeye ayrılan zaman dilimi yaklaşık 7 dakikadır. Uygulayıcı, öğrenciler teste başlamadan önce her bir maddeye eşit süre ayrılması gerektiğini belirtir.

MYT'NİN KURAMSAL ÇERÇEVESİ

MYT, Nickerson'ın (2010) ortaya koyduğu Matematiksel Düşünme Modeli'nin (MDM) bileşenleri temel alınarak geliştirilmiştir. MYT'nin ölçek geliştirme aşamaları tamamlandıktan sonra nihai hali toplam 3 bileşenli bir yapıdan (problem oluşturma, varsayım oluşturma ve kanıtlama) meydana gelmiştir. Bileşenleri temsil eden maddeler ise akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü olmak üzere 3 farklı yaratıcılık puanına sahiptir. MYT'nin kuramsal çerçevesini oluşturan bileşenlerin temsili Şekil 3'de yer almaktadır.

Şekil 3. *MYT'nin kuramsal yapısı*

Problem Oluşturma: Problem oluşturma maddeleri Stoyanova'nın (1997) ortaya attığı iyi yapılandırılmamış problemlerden ***bağımsız problem üretme durumu*** kavramı temel alınarak geliştirilmiştir. Bu tür maddelerde öğrencilere matematiksel durumlar sunulur. Öğrencilerden verilen matematiksel durumları kullanarak ve bu durumlarla ilişkilendirerek farklı problemler üretmeleri istenir.

MYT'nin problem oluşturma bileşeni altında toplam 2 adet madde yer almaktadır. Her bir maddeden 3 farklı yaratıcılık puanı (akıcılık, esneklik, yaratıcılık bölümü) elde edilmektedir.

Varsayım Oluşturma: Long ve diğerlerine göre (2012) varsayım, doğruluğuna olan inancın çok güçlü olduğu genellemelerdir. Belirli örneklerden yola çıkılarak genellemelere ulaşılır. Genellemeler ise ilgilenilen probleme yönelik varsayımların üretilmesine sebep olur. Bu tür maddelerde öğrencilere çeşitli matematiksel tanımlar verilir. Öğrencilerden bu tanımlardan yola çıkarak ve matematikte öğrendikleri kavramları veya işlemleri kullanarak her zaman doğru olacağını düşündükleri varsayımlar oluşturmaları istenir.

MYT'nin varsayım oluşturma bileşeni altında toplam 2 adet madde yer almaktadır. Her bir maddeden 3 farklı yaratıcılık puanı (akıcılık, esneklik, yaratıcılık bölümü) elde edilmektedir.

Kanıtlama: Fosnot ve Jacob (2009) informal kanıtlamanın sınırlarını matematiksel ifadeler arasındaki ilişkileri *açıklamak* ve *yeniden değerlendirmek* olarak çizmiştir. Bu tür maddelerde öğrencilere doğruluğu bilinen çeşitli matematiksel ifadeler ya da işlemler sunulur. Öğrencilerden bu ifadelerin ya da işlemlerin doğruluğunu çeşitli matematiksel açıklamalarla (diğer bir deyişle yollarla) göstermeleri istenir.

MYT'nin kanıtlama bileşeni altında toplam 2 adet madde yer almaktadır. Her bir maddeden 3 farklı yaratıcılık puanı (akıcılık, esneklik, yaratıcılık bölümü) elde edilmektedir.

Yukarıda MYT'nin kuramsal yapısı genel hatlarıyla açıklanmıştır. Ancak MYT'nin dayandırıldığı kuramsal yapıyı ve kuramsal yapının bileşenlerini kapsamlı bir şekilde ortaya koymak için öncelikle MDM'ye genel bir bakış sunmakta fayda vardır. MDM problem, varsayım, kanıtlama ve örüntü bileşenlerinden oluşmaktadır (Nickerson, 2010). Modele göre bu bileşenler matematiksel düşünme sürecinin temellerini oluşturmaktadır. Ancak modelin örüntü bileşenine ölçekte yer verilmemiştir. Bu nedenle çalışmanın bu bölümünde modelin problem (problem oluşturma boyutu ve problem çözme boyutu), varsayım ve kanıtlama bileşenleri detaylı bir biçimde incelenmiştir.

Matematiksel Düşünme Modeli (MDM)

Problem

MDM'de yer alan problem bileşeni iki boyutlu bir yapıdadır. Problem bileşeninin bir boyutu problem oluşturma becerisini diğer boyutu ise problem çözme becerisini kapsamaktadır. Matematik ve fen bilimi alanı uzmanları problem çözme ve problem oluşturmanın zihinsel çalışmalarda iki temel bileşen olduğunu belirtmektedirler (Nickerson, 2010; Polya, 1957). Casti'ye göre (2001) "Matematik nedir?" sorusunun cevabı tektir: Matematik, problemler ve problemlerin çözümlerinden ibarettir. Matematiksel yaratıcılık alanında da problem çözme ve problem oluşturma becerileri alana özgü yaratıcılığın önemli bileşenleridir (Chamberlin and Moon, 2005; Silver, 1997). Bu beceriler ölçülmek istenirken pek çok farklı yöntem kullanılmaktadır. Örneğin, bir probleme farklı türde çözümler üretme (problem çözme becerisi), birden çok cevabı olan problemleri çözme (problem çözme becerisi), verilen matematiksel bilgilerden problemler oluşturma (problem oluşturma becerisi) veya verilen bir problemi tekrar formüle ederek yeni bir problem oluşturma (problem oluşturma becerisi) gibi yöntemler sözü edilen becerileri ölçmede kullanılmaktadır.

Einstein ve Infeld'e göre (1938) söz konusu matematiksel ve deneysel beceriler olunca, problem oluşturma, problem çözme becerisinden daha temel bir beceridir. Yeni problemler veya farklı olasılıklar üretmek için yaratıcı düşünme gerekmektedir. Einstein ve Infeld'in fikirlerine paralel olarak Charles Darwin de bir problemi ortaya koymanın o problemi çözmeden daha zor bir beceri olduğunu vurgulamaktadır (1979'dan aktaran Stoyanova, 1997, s. 12). Sokrates'in karşılıklı diyaloğa dayalı etkili öğrenme metodunda da problem oluşturma ve problemi cevaplama süreci eleştirel ve yaratıcı düşünmeyi tetiklemekte ve yeni fikirlerin üretilmesine olanak sağlamaktadır (Singer, Ellerton and Cai, 2013). Pollak'a göre (1987) profesyonel matematikçiler, alanda çalışırken sıklıkla iyi yapılandırılmamış problemlerle ve durumlarla karşılaşmaktadırlar ve böyle durumlarda nihai amaçları ise alanın gelişmesine yol açacak orijinal problemler üretmektir. Silver'a göre (1994) problem oluşturma becerisi yaratıcı çalışmaları üretmede ve sıra dışı yeteneği belirlemede ayırt edici bir özelliktir. Örneğin Hadamard (1945) önemli araştırma problemleri keşfedebilmeyi sıra dışı matematiksel yeteneğin bir işaretçisi olarak tanımlamaktadır. Krutetskii (1976) ise matematiksel yaratıcılığı problem bulma, keşif yapma, bağımsızlık ve orijinallik bağlamında betimlemektedir.

Özelikle eğitim ortamlarında problem çözme becerilerinin geliştirilmesi hali hazırda önemli bir yer tutmaktayken (Kilpatrick, 1967) son yıllarda problem oluşturma becerileri de ön plana çıkmaktadır (Sriraman and Lee, 2011). 1920 yılında matematik eğitiminde nitelikli öğrenci yetiştirilebilmesi amacıyla kurulan NCTM de belirlediği standartlar ve ilkeleri 1989 yılında revize etmiştir (VanDe Walle, 2004). NCTM, okul ortamında matematiksel problem oluşturma uygulamalarının desteklenmesi gerektiğini hazırladığı raporda şu şekilde belirtmektedir:

Öğrenciler, problem oluşturma, çoğul düşünme, kararlılık ve derinleştirmeyi kapsayan aktiviteler yapmalıdır. Onlardan problemleri çözerken alternatif teknikler kullanmaları beklenmeli ve kendi ürettikleri matematiksel problemleri cevaplamaları talep edilmelidir (NCTM, 1990, s. 39).

Problem oluşturma becerisinin yaratıcılığı yordamada önemli bir bileşen olduğu düşünülmektedir. Yuan ve Sriraman'ın (2011) yaptıkları araştırmanın bir bölümünde problem oluşturma becerisi ve yaratıcı düşünme becerisi arasındaki ilişki incelenmiştir. 11. ve 12. sınıf lise öğrencileri ile gerçekleştirilen çalışmada problem oluşturma becerisi araştırmacıların geliştirdiği Matematiksel Problem Oluşturma Testi'yle, yaratıcı düşünme becerisi ise Torrance'ın yaratıcılık testi TTCT ile ölçülmüştür. Araştırmanın bulgularına göre, öğrencilerin problem oluşturma becerileri ve yaratıcı düşünme becerileri arasında her iki becerinin de akıcılık (r.53), esneklik (r.48) ve orijinallik (r.52) puanları bağlamında anlamlı ilişki bulunmuştur.

Yaratıcılıkla problem oluşturma becerisi arasındaki ilişkinin incelendiği bir diğer araştırma Singer, Pelczer ve Voica'nın (2011) yaptıkları nitel çalışmadır. Matematik kampına katılan 11-13 yaş arası 220 öğrenci ile yapılan çalışmada problem oluşturma becerisinin matematiksel yaratıcılığın düzeyini tahmin etmedeki rolü incelenmiştir. Çalışmada öğrencilerden kamp boyunca bir zor bir de kolay matematik problemi oluşturmaları ve problemlerin çözümlerini yazmaları istenmiştir. Sonrasında problemlerin yapısı ve çözümler göz önünde bulundurularak bu öğrencilerden 40 tanesi ile yazdıkları problemler üzerine birer görüşme yapılmıştır. Görüşmede yazılan problemlerde bir ya da birkaç değişkenin değiştirilip yeniden formüle edilmesi durumunda öğrencilerin bu durumlara göre verdikleri cevaplar değerlendirilmiştir. Yazılan problemlerin değiştirilip farklı durumlarda çözümler üretilmesi esnasında genelleme ve soyutlama yaparak çözümler üreten öğrencilerin matematik alanında yaratıcı potansiyel taşıdığı varsayılmıştır. Soyutlama becerisi yüksek olan öğrencilerin orijinal problem üretme becerilerinin de yüksek olduğu bulgusu elde edilmiştir.

Nickerson'un MDM'nde problem bileşeninin problem çözme ve problem üretme becerileri, birbirini tamamlayan beceriler olarak karşımıza çıkmaktadır. Ancak problemi çözmeden önce birçok karmaşık bilgi içerisinden uygun olanları bir araya getirerek yeni problemler üretmek üst düzey matematiksel düşünmenin en temel elementlerinden biridir. Yukarıda bahsedildiği üzere matematiksel yaratıcılığın problem oluşturma ile bağlantılı olduğunu ortaya koyan çalışmalar ve alan uzmanlarının problem oluşturma becerisi ve matematiksel yaratıcılık ile ilgili görüşleri ölçekte problem oluşturma becerisinin matematiksel yaratıcılığı ortaya koyabileceğine yönelik önemli ipuçları ortaya koymaktadır. Diğer taraftan alanyazın incelendiğinde var olan matematiksel yaratıcılık ölçekleri çoğunlukla problem çözme becerilerine odaklanmakta ve problem oluşturma becerisi ile ilgili geliştirilen ölçekler daha sınırlı kalmaktadır. Ölçeğin bileşenlerinden birinin problem çözme yerine problem oluşturma becerisine odaklanmasının bir diğer sebebi ise kanıtlama becerisi içinde de problem çözme aşamalarından faydalanılması zorunluluğudur. Çünkü kanıtlama gereken sorularda problemi çözme becerisi de devreye girmektedir. Her ne kadar matematik alanında hiçbir beceri birbirinden bağımsız beceriler olarak düşünülmese de (VanDe Walle, 2004) araştırma kapsamında belirlenen ölçek bileşenlerinin matematiksel düşünmenin farklı boyutlarını değerlendirme çabası, problem oluşturma becerisinin seçilmesini gerekli kılmıştır. Alanyazında var olan uzman görüşleri, ampirik çalışmalar ve ölçeğin yapısal gereklilikleri ve özgünlük temelinde ölçeğin bileşenlerinden birinin problem oluşturma becerisi olmasına karar verilmiştir.

Varsayım

Matematik biliminde en temel iki düşünme biçimi tümevarımsal (inductive) ve tümdengelimsel (deductive) düşünmedir (Housman, Kahane and Tıdman, 2007; Rips and Asmuth, 2007). Matematiksel düşünme biçiminin ilk aşaması olan tümevarımsal düşünme genellikle buluş, icat ya da yaratma olarak nitelendirilmekte; ikinci aşama olan tümdengelimsel düşünme ise doğrulama, kanıtlama ya da ispatlama olarak nitelendirilmektedir (Yıldırım, 2000). Yıldırım'a göre varsayım oluşturma becerisi matematiksel düşünmenin tümevarımsal düşünme aşamasında, kanıtlama becerisi ise tümdengelimsel düşünme aşamasında kullanılmaktadır. Bu başlık altında varsayım oluşturma kavramının anlamı öncelikle matematiksel düşünmenin bir boyutu olan tümevarımsal düşünme bağlamında açıklanmış sonrasında ise kavramın okul ortamındaki karşılığı incelenmiştir.

Tümevarımsal düşünme biçimi farkında olmaksızın günlük yaşamda sıklıkla kullanılmaktadır (Hausman, Kahane and Tidman, 2007). Küçük yaşlardan itibaren tümevarımsal düşünme biçimi yaşamın gerçekleri yoluyla öğretilmektedir. Örneğin, bazı yiyeceklerin tadının güzel bazılarının kötü olduğu, çok sıcak nesnelerin insan bedeni ile teması sonunda bedenin yanacağı, nefesin belli birkaç saniye süreden fazla tutulamayacağı yaşamsal deneyimlerle öğrenilir. Ya da bir başka örnekte tümevarımsal düşünme biçimi bireye şunu düşündürür:

1. Güneş şu ana kadar her sabah doğdu.

2. Yarın ve sonraki günler de doğacak.

Matematik disiplininde de gerçek yaşama paralel olarak tümevarımsal düşünmenin temeli deneyimlerden elde edilen öğrenmelere dayanmaktadır (Hausman, Kahane and Tidman, 2007). Tümevarımsal düşünme biçimi yoluyla örüntüler, benzerlikler, deneyimlerden elde edilen çeşitli düzenler fark edilir ve diğer matematiksel durumlara uyarlanarak genellenir. Tümevarımsal düşünmede deneyimler ya da gözlemler doğru bir çıkarım yapmayı ya da genellemeye ulaşmayı garantilemez ancak bu gözlemler doğru bir çıkarıma ya da genellemeye ulaşmada çok önemli veriler ortaya koyar (Brennan, 2009). Elde edilen çıkarım ya da genellemeler ise gelecekte ispatlanacak olan teoremlerin temellerini oluşturur. Tümevarımsal düşünmeye dayalı bir matematiksel örnek şu şekildedir:

1. Belirli A'lar incelendi ve B olduğu bulundu.
2. Bu sebeple bütün A'lar B'dir.

Yukarıdaki örnekte incelenen veya gözlemlenen tüm A'ların B'ye eşit olması A ile B'nin eşit olduğunu göstermekte ya da eşit olduğuna yönelik çok büyük bir kuşku barındırmaktadır. Bu sebeple A ile B'nin aynı olduğu genellemesi yapılmaktadır. Ancak gözlemlenemeyen durumlar için aynı şeyi söylemek mümkün değildir. Dolayısıyla böyle bir örnekte kesin doğruluk bulunmamaktadır ama her zaman doğru olabileceğine yönelik çok büyük bir beklenti vardır.

Isoda ve Katagiri (2012) "Tümevarımsal düşünme nedir?" sorusuna dört aşamada cevap vermektedir:

1. Gerekli verileri toplamak
2. Bu verilerin özelliklerini ve kurallarını keşfetmek için çalışmak
3. Bu verilerden yola çıkarak keşfedilen kurallar ve özelliklerden (alanda yer alan değişkenlerin tamamını içeren) bir çıkarım yapmak
4. Elde edilen genellemenin doğruluğunu yeni verilerle desteklemek.

Yukarıda bahsedilen aşamalardan dördüncü aşamaya ulaşabilmek için öncelikle gözlem yapmak gerekmektedir (Polya, 1954). Örneğin Polya'ya göre "Sayı Teorisi" ile ilgilenen bir matematikçinin 1, 2, 3, 4, … şeklinde sonsuza dek devam eden tam sayıların özelliklerini gözlemlemesi ve tam sayıların benzeyen yanlarını ortaya koyması gerekmektedir. Gözlemleme aşamasında ise tek ve çift sayıları, karesel sayıları (1, 4, 9, 16, …) ve asal sayıları (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, …) birbirinden ayırması gerekmektedir. Tam da bu esnada aşağıdaki gibi ilginç bir bilgi ya da ilişki gözüne çarpabilir:

3+7 =10

3+17 =20

13+17 =30

Yukarıdaki sayıları inceleyen bir matematikçi eşitliğin sağındaki (10, 20, 30) sayıların çift sayı olduğunu ve iki tek asal sayının toplamı şeklinde yazıldığını fark etmektedir. Bu aşamada sorulacak soru "Geriye kalan tüm çift sayılar için aynı durum söz konusu mu?" şeklindedir. Yukarıdaki özel durumu "En küçük iki adet tek asal sayının toplamından başlayarak tüm çift sayılara genelleyebilir miyim?" sorusu takip etmektedir. Bu soruya da bir cevap üretebilmek için çift sayıları aşağıdaki şekilde incelemeye başlamaktadır:

3+3 =6

3+5 =8

3+7 = 5+5 =10

5+7 =12

3+11 = 7+7 =14

Son aşamada belirli bir örnekten yola çıkarak bir dizi elde edilmiş ve sayılar arasındaki ilişkiler gözlemlenerek genel bir cümle ortaya konulmuştur: "*4'ten büyük çift sayılar iki asal sayının toplamı şeklinde yazılmaktadır.*" Bu cümle çift sayıların tamamını kapsamakta ama 4 ve 2 sayısını kapsamamaktadır. O halde bu yargı şu şekilde genişletilebilir: "*2'den büyük her çift sayı, iki asal sayının toplamı şeklinde yazılmaktadır.*" Bu cümleyi kurgulayan matematikçi belirli bir örnekten yola çıkarak bir genellemeye varmış ve bir varsayım ortaya atmıştır. Alanyazında "Goldbach'in Varsayımı" olarak anılan bu varsayım, henüz doğruluğu ispatlanmamış ama doğru olabileceğine yönelik çok önemli önseziler içeren bir yargıyı içinde barındırmaktadır.

Yukarıdaki örnekte olduğu gibi bir varsayımın ortaya atılması aşamasında, Isoda ve Katagiri'nin (2012) sözünü ettiği tümevarımsal düşünme süreçlerinde izlenen adımlar hemen hemen birbirine paraleldir. Öncelikle sayılar arasındaki ilişkiler belirli verilerden yola çıkılarak tespit edilmekte, daha sonra farklı örneklerde de aynı durumun olup olmadığı sorgulanmakta ve bir genellemeye ulaşılarak bir varsayım oluşturulmaktadır.

MDM'de varsayımın rolü şu şekilde bir analoji ile açıklanmaktadır. Matematiksel düşünmenin içinde en nihai hedefi matematiksel teoremler (kanıtlanan varsayımlar) oluşturmaktır. Teoremlerin matematik dünyası içindeki yaşamları ise varsayımlarla başlamaktadır (Nickerson, 2010). Diğer bir deyişle bir matematiksel gerçekliğe ulaşabilmek için öncelikle varsayımlar üretmek gerekmektedir. Poincarê'ye göre (1986) varsayım bir genellemedir. Bir diğer ifadeyle varsayım doğruluğuna yönelik inancın yüksek olduğu önsezisi ile araştırmaya ya da test edilmeye değer bir genellemedir. Varsayımlar doğru ya da yanlış olabilir ancak doğru olabileceğine yönelik çok fazla ipucu ya da gözlem içermektedir (Polya, 1954).

Yukarıda bahsedilen tanımlar ve örneklerde varsayım oluşturma kavramı, matematik bilimi bağlamında incelenmiştir. Kavramın eğitim ortamlarındaki karşılığı da çok farklılaşmamaktadır. Temelde iki alan için en belirgin fark, matematik biliminde varsayımlar üst düzey matematiksel yapılar ve kavramlarla ilişkili iken, eğitim alanında varsayımlar temel düzeydeki matematik kavramlarıyla ilişkilidir (Cuoco, Goldenberg and Mark, 1996).

Daha önce de belirtildiği üzere, matematik eğitiminde nitelikli öğrenci yetiştirmek amacıyla öğretmenlere ve matematik eğitimindeki öncülere rehberlik eden bir kuruluş olan NCTM, matematik müfredatının geliştirilmesine yönelik belirlediği ilke ve standartları 2000 yılında tekrar revize etmiştir. NCTM yayınladığı raporda, ilkokuldan ortaöğretim son sınıfa kadar tüm öğrencilerin matematiksel süreç becerilerinin (problem çözme, muhakeme ve kanıtlama, iletişim, bağlantılar, temsil) geliştirilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu standartlar arasında muhakeme ve kanıt standardı başlığı altında yer alan dört maddenin biri de varsayım oluşturma becerisine yöneliktir:

- Matematiğin temeli olarak kanıt ve muhakemenin farkına varmak,
- Matematiksel varsayımları incelemek ve matematiksel varsayımlar yapmak,
- Matematiksel kanıtlar ve argümanlar geliştirmek ve bunları değerlendirmek,
- Çeşitli muhakeme türleri ve kanıt yöntemleri kullanmak ve bunları seçmek

(NCTM, 2000, s. 56).

NCTM, 2000 yılında yayınladığı raporda, öğrencilerin varsayım üretebilmesi gerektiğinin ve matematiksel aktivitelerinin bir kısmında ürettikleri varsayımların gerekçelerini ortaya koymaları gerektiğinin altını çizmektedir (s. 197). Ayrıca aynı raporda 3-5. sınıf öğrencilerinin bir varsayımın doğruluğunu ortaya koymak için birkaç örneğin yeterli olamayacağını ve bir varsayımı çürütmek için karşı örneklerin verilmesi gerektiğini öğrenmeleri vurgulanmıştır (s. 188).

Long, DeTemple ve Millman'a göre (2012) matematiksel muhakeme, matematik eğitiminde eleştirel düşünme becerisinin geliştirilmesinde önemlidir. Long ve diğerleri, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin geliştirilmesi amacıyla yayınladıkları etkinlikleri, NCTM standartlarını ve matematik öğretmenlerinin eğitimi alanında önemli ve öncü bir doküman olan Öğretmenlerin Matematik Eğitimi'nin (The Mathematical Education of Teacher-MET) tavsiyelerini temel alarak geliştirmişlerdir. Matematik eğitiminde öğrencilerin matematiksel muhakeme yapabilmelerinin tümevarımsal muhakeme, temsili muhakeme ve tümdengelimsel muhakeme becerilerine bağlı olduğunu belirtmişlerdir. Bu becerilerin geliştirilmesi, öğrencilerin bilgi edinimi ve problem çözümü aşamasında eleştirel ve yaratıcı düşünmelerine olanak sağlamaktadır. Daha önce de bahsedildiği üzere matematik bilimi alanında da varsayım oluşturma tümevarımsal düşünme aşamasında, kanıtlama ise tümdengelimsel düşünme aşamasında gerçekleşmektedir. Matematik eğitimi alanında ise bu iki düşünme biçiminin karşılığı tümevarımsal mantık ve tümdengelimsel mantık olarak kavramsallaştırılmıştır. Tümevarımsal mantık aşamasında genellemelerden varsayımlara ulaşmak, tümdengelimsel muhakeme aşamasında ise varsayımlardan kanıtlara ulaşmak nihai hedef olarak karşımıza çıkmaktadır.

Long ve diğerlerine göre (2012) tümevarımsal düşünme, belirli bir örnekten elde edilen bilgi çerçevesinde genel bir sonucu resmeder. Bu sonuca yönelik resim bir genelleme olarak adlandırılır. Doğru gibi görünen bir genelleme ise henüz kanıtlanmadığı için bir varsayım olarak nitelendirilir. Araştırmacılar tümevarımsal düşünme içinde yer alan varsayım oluşturma eylemini hem günlük yaşam örneğiyle hem de matematiksel bir örnekle açıklamaktadırlar:

- Birinci örnek günlük yaşamdan varsayım oluşturmaya yönelik: Bir dergide, bir hayvanat bahçesinde ya da ormanda gördüğün ayıları düşün. Bir ayı resmetmek istediğinde, deneyimlerin sana yardımcı olur. Örneğin yaşadığın deneyimler ayının rengine karar verirken beyaz, kahverengi ya da siyah renkler arasından bir tercihte bulunmanı sağlar.
- İkinci örnek ise matematiksel varsayım oluşturmaya yönelik: Karesel sayıları düşün; 4, 9, 16, 25 ve 36. Bu sayılar ya 4'ün pozitif tam sayı katları ya da 4 ün pozitif tam sayı katlarından daha fazla. Karelerin bu özelliğinin diğer kareler için de doğruluğunu kontrol edebilirsin; 49, 64, 81 ve 100. Bu örnekte, tümevarımsal düşünme yoluyla 4 sayısının 1 katı veya 4 sayısının 1 katından daha fazla olan tüm sayıların karesi genellemesi ile karesel sayıların elde edilebileceğine yönelik bir varsayım oluşturulmaktadır (s. 47).

Yukarıda yer alan her iki örnekte de belirli özel durumlardan ya da örneklerden yola çıkılarak bir genellemeye ulaşılmaktadır. Ancak bu genelleme sıradan ya da rastgele bir genelleme olarak kabul edilmemektedir. Diğer bir deyişle, varsayım oluşturma sürecinde ilgilenilen değişkenleri gözlemlemek ve nasıl, niçin ya da ne kadar genellenebilir sorularına yanıt aramak gerekmektedir.

Ancak bu sayede doğruluğuna olan inancın güçlü olduğu bir varsayım oluşturulabilsin (Harel and Sowder, 1998). Diğer taraftan ortaya atılan varsayım kimi örneklerde tutarlı sonuçlar vermeyebilir. Bu durumda doğru bir varsayım oluşturulamamaktadır.

Varsayım oluşturma yoluyla yeni ve farklı bilgiler ya da problemler üretilmesinin matematik biliminin gelişimi ile yakından ilgili olduğu görülmektedir. Matematik eğitimi bağlamında da benzer şekilde varsayım oluşturmanın öğrencinin matematiksel bilgi kaynağını sorgulanmasına, benzerlikler arayarak genellemelere ulaşılmasına ve yeni fikirler sentezlenmesine olanak sağladığı görülmektedir.

Kanıt

Nickerson'ın MDM'nde bir diğer önemli bileşen kanıtlama becerisidir. Modelde varsayım ve kanıt arasındaki organik bağ bir analoji yoluyla açıklanmaktadır. Nickerson'a göre (2010) varsayımlar matematiksel trene güç veren bir lokomotif ise, kanıt da nihai hedeftir. Önceki bölümlerde, matematik biliminde en temel düşünme biçimlerinin tümevarımsal ve tümdengelimsel düşünme olduğundan bahsedilmişti. Tümevarımsal düşünmede belirli matematiksel örneklerden yola çıkılarak varsayımlar üretildiği ve aksi ispat edilene kadar da doğru kabul edildiği belirtilmişti. Tümdengelimsel düşünmede ise bu varsayımların doğruluğunun kesinleşmesi için ispatlar yapıldığından kısaca bahsedilmişti. Yukarıdaki analoji örneğine tekrar dönülecek olursa, matematikçilerin matematik dünyası içinde ortaya koyacakları ürünlerin çıkış noktası varsayım, sonuç noktası ise ortaya koydukları kanıtlardır. Bu bölümde kanıtlama becerisi öncelikle matematik bilimi çerçevesinde incelenmiş ardından kavramın matematik eğitimi alanındaki karşılığı açıklanmıştır.

Matematik biliminde matematiksel düşünmenin bir kısmını oluşturan tümevarımsal düşünme aşamasında, çeşitli gözlemlerden yola çıkılarak matematiksel genellemelere ulaşıldığı ve bu genellemeler yoluyla da varsayımlar ortaya atıldığı belirtilmişti. Ancak genellemeler yoluyla elde edilen bir varsayım ne kadar doğru görünürse görünsün, bu varsayımın doğruluğu daima bir olasılık olarak kalmaktadır. Tam da bu aşamada matematiksel kesinliklerden bahsedebilmek için tümdengelimsel düşünme yoluyla elde edilen kanıtlamalara ihtiyaç duyulur. Çünkü doğruluğuna inanılan varsayıma kesinlik kazandırmak gerekmektedir (Yıldırım, 2000). Matematik dünyasında kesin ve değiştirilemez gerçekleri temsil eden teoriler, teori düzeyine kanıtlar yoluyla ulaşmaktadırlar (Nickerson, 2010).

Ortaya atılan bir matematiksel varsayımın teori kimliği kazanması için geçen süreçte, sayılar arasındaki ilişkileri anlama, belirli içgörülere göre hareket etme veya benzetmelerden yararlanma (Polya, 1954) ile başlayan yolculuk genel geçer ispatlama tekniklerinin uygulanması ve her durumda doğrulanması ile biter (Davis and Hersh, 1981). Gerçekte tümevarımsal düşünme aşamasında ilişkileri anlama, içgörü veya benzetme becerisi ne denli yaratıcı düşünme gerektiriyorsa, bir ispatı ortaya koymak da o denli yaratıcı düşünmeye ihtiyaç duyar (Yıldırım, 2000). Çünkü belirli kurallara dayalı ispatlama tekniklerinin kullanıldığı ispat sürecinde de konuya ilişkin bilgilerden, benzer durumlardan veya bilinen örnek veya deneyimlerden yararlanılmaktadır. Örneğin Pierre de Fermat 1637 yılında bir teorem ortaya atmıştır (Raw, 1999). Fermat'nın son teoremi şöyledir:

"$x^n + y^n = z^n$ denkleminde,

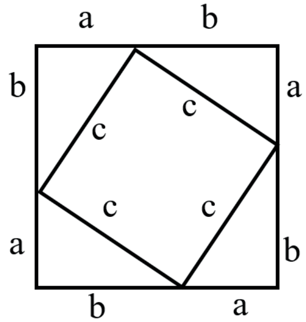
$x, y, z \in Z^+$ ve $n > 2$, $n \in Z^+$ için yukarıdaki eşitlik geçersizdir (s. 23)".

Fermat tarafından ortaya atılan bu denklemin ispatı tam 357 yıl sonra İngiliz matematikçi Andrew Wiles tarafından yapılmıştır. Fermat, Aritmetica adlı bir kitabın köşesine teoremin mükemmel bir ispatını yaptığını ancak yazacak yer olmadığı için teoremin ispatını yazmadığını not düşerek belirtmiştir. Matematik dünyası teoremin ispatı ile ilgili olarak yıllarca çalışmış hatta Fermat'nın teoremi ispatlayamadığını bile düşünmüştür. Wiles'ın yaptığı ispatta kullandığı matematiksel yollar 1600'lü yıllarda keşfedilmediğinden, Fermat'nın teoremini ispatlayıp ispatlamadığına yönelik kuşkular devam etmektedir. Bir diğer kuşku ise Fermat'nın çok daha basit bir teknikle teoremin ispatını yapabildiği yönündedir. Bu süreçte böylesine basit gibi görünen bir denklemin ispatında tümevarımsal düşünme biçimi matematiksel ilişkileri anlamaya ve içgörüye olanak sağlamaktadır.

Matematik biliminde ispat kavramı "formal ispat" olarak da adlandırılmaktadır (Harrison, 2008). Matematikçilerin kullandığı çeşitli formal ispat teknikleri bulunmaktadır. Bunlardan en yaygın olanları doğrudan ispat, olmayana ergi ile ispat, dolaylı ispat ve benzeridir (Daepp and Gorkin, 2003). Brown'a göre (2008) ispat tekniğinin adı veya ispat yöntemi ne olursa olsun, ispat kavramı matematik biliminde en temelde kesinlik (ilgili teoreme yönelik kuşkunun giderilmesi), nesnellik (alanın uzmanlarının farklı ispat yöntemleriyle aynı gerçeklere ulaşması), gereklilik (varsayımdan teoreme ulaşılması ve bu teorem temelinde farklı teoremler üretilebilmesi) standartlarını karşılamalıdır. Brown, matematiksel ispatlarda kuşkuya yer olmadığını ve bir varsayımın doğrulanması aşamasında varsayımın doğruluğuna yönelik ne kadar çok örnek gösterilirse gösterilsin, eğer ispatlanmamışsa varsayım olarak kalacağını ve şüpheli bir yanının olacağını belirtmiştir. Formal kanıtlama kavramına yakından bakmak için matematik tarihinde "Pisagor Teoremi" olarak adlandırılan teorinin Hintli matematikçi Bhaskara tarafından yapılan ispatı aşağıda sunulmuştur:

Teorem: Dik açılı bir üçgende, hipotenüsün karesi diğer iki kenarın kareleri toplamına eşittir.

Kanıt:



Şekil 4. *İç içe kareler*

Şekil 4'deki gibi küçük kareyi büyük bir kare içine yerleştirerek 4 adet birbirinin aynısı dik üçgen elde edebileceğin 2 kare düşün; Δabc'yi dikkate alarak $c^2=a^2+b^2$ yi ispatlamaya çalışıyoruz.

Dış taraftaki karenin alanı= $(a+b)^2=c^2+4x$(Δabc'nin alanı)$=c^2+2ab$, çünkü 2 kareden elde edilen her bir Δabc'nin alanı $\frac{1}{2}ab$. Cebirden, $(axb)^2=a^2+2ab+b^2$ elde ederiz. Her iki eşitlikten 2ab çıkardığımızda, $c^2=a^2+b^2$ sonucu elde ederiz (Brown, 2008, s. 3).

Yukarıda yer alan teorem, Babil tabletlerinde yazan bir "Teorem" cümlesi olarak yaklaşık M.Ö. 1900-1600 yıllarında keşfedilmiştir. Teorinin ilk ispatı M.Ö. 500'lü yıllarda Pisagor ya da Pisagor okulundaki bir öğrenci tarafından yapılmıştır. Ancak ispat matematik çevresi tarafından benimsenmemiştir. M.Ö. 300 yılına gelindiğinde ise teoremin ispatı Öklid'in Elementler kitabında iki farklı şekilde yapılmıştır. Pisagor Teoremi'nin ispatına yönelik olarak literatürde birçok farklı ispat yer almaktadır. Her bir farklı ispatta farklı ispat tekniklerinden yararlanılmıştır. Teoremin ispatına yönelik tekniklerin farklılaşmasında yatan temel neden, matematikçi Polya'nın (1954) da belirttiği üzere tümevarım sürecinde bilgi parçacıkları arasındaki farklı genellemeler, farklı ilişkiler, farklı benzerlikler arasında kurulan matematiksel bağlardır.

Kanıt kavramına, matematik eğitimi penceresinden bakıldığında kavramın adının çoğu kaynakta "informal kanıt" olarak değiştiği görülmektedir (Hersh, 1997). Long, DeTemple ve Millman'a göre (2012) matematik eğitimi bağlamında matematiksel muhakemenin bir yanının da tümdengelimsel muhakeme olduğu ve informal kanıtların bu süreçte yapıldığı daha önce belirtilmişti. Long ve diğerleri tümdengelimsel muhakemeyi şu şekilde açıklamaktadır:

Farz edelim doğru matematiksel cümlelerden oluşan bir koleksiyonumuz var. Eğer bu cümleler temel alınarak tartışabilirsek, bir sonraki cümlenin de doğru olması gerekir, işte bu süreçte tümdengelimsel muhakeme kullanırız. Diğer bir deyişle, tümdengelimsel düşünme, verilen bir bilgiden yola çıkarak gerekli sonuçları elde etmede bir kanıta ulaşmayı ya da bir probleme çözüm üretmeyi gerektirir (s. 62)

Long, DeTemple ve Millman (2012) tümdengelimsel muhakeme aşamasında kanıtlama temelli etkinlikler yaparken öğrencilerin iki farklı şekilde kanıtlama (doğrudan muhakeme yoluyla kanıtlama ve dolaylı yoldan kanıtlama) yapabileceğini belirtmişlerdir. Doğrudan kanıtlamada “Eğer p, q ile ilgili ise p’nin doğruluğunun gösterilmesi yoluyla q’nun doğru olduğu gösterilebilir.” Örneğin;

Teorem: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ oranları eşitse $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ oranları da eşittir.

Kanıt:

(p) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ise *a.d=b.c* şeklinde yazılır. O halde,

(q) $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ ise *(a+b).d=b.(c+d)* şeklinde yazılır. O halde,

a.d+b.d=b.c+b.d olduğundan *a.d=b.d* olur.

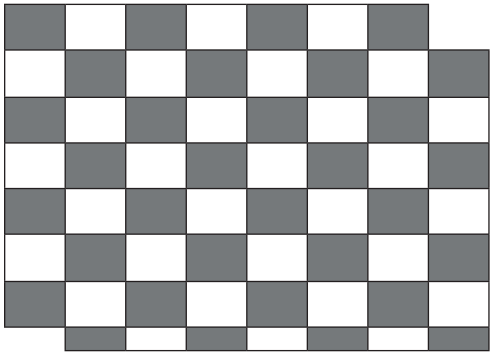
Dolayısıyla p doğru olduğunda q’nun da doğru olduğu gösterilmiş olur (s. 53).

Dolaylı kanıtlamada “Eğer p, q ile ilgili ise ve q yanlış ise p’de yanlıştır.” Bu şekilde kanıtlama tersine kanıtlamanın temelidir. Örneğin;

Teorem: 8x8 lik 64 tane kareden oluşan bir dama tahtası, biri gri biri beyaz kare yan yana olmak üzere her iki bitişik karenin üzerine 32 adet domino taşı koyularak kaplanabilir. Karşılıklı çapraz iki kare kaldırıldığında ise geriye kalan 62 adet kare, 31 adet domino taşı ile kaplanamaz.

Kanıt: p: 31 adet domino taşının 62 adet kareyi kapladığını varsayalım.

Aşağıda Şekil 5’de çıkarılan karelere ait bir görsel bulunmaktadır:



Şekil 5. *Domino tahtası* (Long, DeTemple and Millman, 2012, s. 54).

Her bir domino taşı ile yatay ya da düşey fark etmeksizin, eşit sayıda gri ve beyaz kare kaplanmalı. Fakat 2 adet aynı renk beyaz olan karenin domino tahtasından kaldırıldığını düşünelim. Öyleyse geriye 30 adet beyaz, 32 adet gri kare kalır. Bu durum, başlangıçtaki kabulümüzle ters düşmektedir. Çünkü domino taşlarının yan yana her iki renkteki kareyi kapladığı belirtilmişti. Sonuç olarak elde edilen q varsayımının yanlış olduğu ve p varsayımının da yanlış olduğu ortaya koyuldu.

-Dolayısıyla q yanlış olduğunda p'nin de yanlış olduğu gösterilmiş olur (s. 54).

Yukarıda örnekleri verilen doğrudan ve dolaylı informal kanıtların yanı sıra ilköğretim ve ortaöğretim öğrencilerinde kanıtlama becerisine "yeniden değerlendirme" veya "açıklama" bakış açısıyla da yaklaşılmaktadır. Fosnot ve Jacob (2009) matematik eğitimi bağlamında kanıtlama becerisine yönelik aşağıdaki tanımı yapmışlardır:

"Kanıt, öğrencinin kabul edilmiş kurallar temelinde daha önceki matematiksel ifadeler ve varsayımlardan yola çıkarak yeni çıkarımlar yoluyla geçerli matematiksel ifadeler kurması esasına dayanır (s. 109)".

Fosnot ve Jacob (2009) yukarıdaki tanımdan hareketle öğrencilerin yaptığı kanıtların formal olmasının gerekmediğini ancak matematiksel ifadeler arasındaki ilişkileri açıklamanın ve tekrar değerlendirmenin gerekli olduğunu belirtmişlerdir. Tekrar değerlendirme ve açıklama becerisinin kanıt yaparken öğrencilerin tümevarımsal kurallar (örneğin; yerine koyma, kaldırma, evrensel genelleme, vb.) keşfetmelerine neden olduğunu vurgulamışlardır. Araştırmacılar ilkokul öğrencilerinin kanıtlama becerilerinin geliştirilmesine yönelik yaptıkları çalışmada, öğrencilerden matematik dersinde temel olarak kullanılan matematiksel ifadeler arasındaki bağlantıları yeniden incelemelerini istemişler, sonrasında öğrencilerin kurdukları bağlantıları gerekçelendirmelerini istemişlerdir. Yapılan çalışmada tümevarımsal düşünmede kullandıkları informal kanıtlarla ilgili iki örnek aşağıda yer almaktadır. Örneklerde, öğrencilere verilen sorulara öğrencilerin sundukları gerekçeler diyaloglar şeklinde yer almaktadır:

1. Öğretmenin sunduğu ilk örnek: *C+2N+6P=6P+D+C* eşitliğini inceleyiniz.

Öğrencilerin çözüme yönelik gerekçeleri: (Eşitliğin her iki tarafında aynı ifadeler olduğundan eşitliğin değeri değişmez. *6P=6P* ve *C=C* ise *2N=D* olur.)

2N=D olur. *D*, *2* adet *N*'ye eşittir ya da *N=D-1/2D*

Öğretmen: Bunu kanıtlayabilir misin?

Öğrencinin kanıta yönelik gerekçeleri:

N=D-1/2D

25=50-25

5=10-5 ise *N, D*'nin daima yarısına eşit olur.

2. Öğretmenin sunduğu ikinci örnek:

4+27-3=20-3+11

Sayıları, kelimeleri ya da sayı doğrularını kullanarak yukarıdaki eşitliğin eşit olup olmadığını gösteriniz.

Öğrencilerin çözüme yönelik gerekçeleri:

27-3=24 *11-3=8*

24+4=28 *8+20=28*

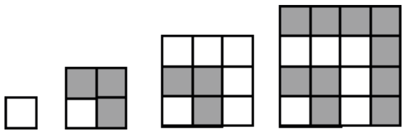
Öğretmen: Bunu kanıtlayabilir misin?

Öğrencinin kanıta yönelik gerekçeleri:

Eşit olmalı çünkü önce eşitliğin sol tarafında 11 ile -3 ün yerini değiştirsem de sonuç değişmez. *11-3=8* eder. Sonra *8+20=28* olur. Eşitliğin sol tarafında da önce *7-3=4 20+4=24 24+4=28* (s. 109).

Yukarıdaki ilk örnekte eşitliğin her iki tarafında aynı ifadelerin olması öğrencileri "aynı ifadeler olduğunda ifadelerin üstünü çizerek iptal etme sonucuna götürdüğü" sonucuna ulaştırmıştır. Ayrıca bilinmeyenlerin birbirine eşit olduğunu gösterirken (2N=D) de "çeşitli sayı değerlerini bilinmeyenin yerine koyarak eşitliğin denk olduğu sonucuna götürdüğü" bulunmuştur. Yukarıdaki ikinci örnekte ise hem değişme özelliği hem de basamak değeri özelliği kullanılarak eşitliklerin denkliği gösterilmiştir. Her iki örnekte öğrencilerin yaptıkları sözlü ve yazılı çıkarımlar temelde matematiksel işlemleri yeniden değerlendirmesi ve matematiksel işlemler arasındaki ilişkilerin tekrar açıklaması yoluyla elde edilmektedir. Bu çalışmada formal ispat yöntemleri kullanılmamış olsa da matematiksel işlemler arasındaki özellikler kullanılarak informal kanıtların yapıldığı vurgulanmaktadır.

Balacheff (1988) ise kanıt kavramını bilişsel psikolojiye dayandırarak bir taksonomi içinde incelemiştir. Taksonominin en alt basamağında pragmatik kanıt, bir üst basamağında zihinsel kanıt, en üst basamağında ise matematiksel kanıt yer almaktadır. Balachef'in ortaya attığı kanıt hiyerarşisinin en alt basamağında yer alan pragmatik kanıt en temel düzeydeki kanıttır ve sadece örneklere dayalı olarak yapılır. Bu şekildeki kanıtlar bireyin şemaları gözlemleme kapasitesine dayanır ve formül gerektirmez. Örneğin "n tane tek sayının toplamı n^2 dir." teoreminin pragmatik kanıtı Şekil 6'daki gibidir:



Şekil 6. *Pragmatik kanıt (Balachef, 1988, s. 216)*

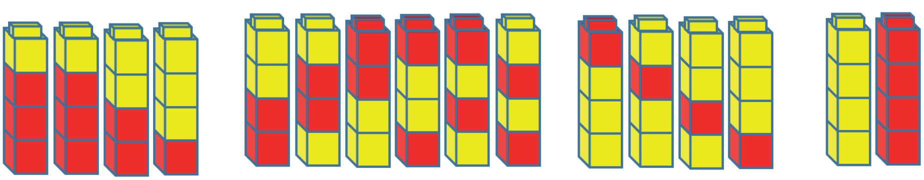
Balachef'in ortaya attığı kanıt hiyerarşisinin bir üst basamağında yer alan zihinsel kanıt ise nesnelerin özelliklerinin ve ilişkilerinin sözel olarak ifade edilmesine dayanır. Zihinsel kanıtlama süreci dilin gerçek yapısını işlevsel bir araç olarak kullanır. Öğrenci, matematiksel ilişkileri ve ifadeleri belirlemek için dili ve sembolleri kullanabilmelidir. Bu şekildeki kanıtlar belirli bir örnekten ziyade genelleme gerektirir. Örneğin, "Bir sayının 2x2 veya 5x5'e bölümünden kalanla, aynı sayının son iki basamağının 2x2 veya 5x5 ile bölümünden kalan aynıdır." teoreminin zihinsel kanıtı aşağıdaki gibidir:

43728 sayısını ve 5x5'e bölümünü ele alalım. 43728=43700+28dir. 43700 sayısı 5x5'e bölünür çünkü 43700 sayısı 437 ile 100 ün çarpımına eşittir. 100 sayısı ise 10x10 ya da 5x2x5x2 veya 5x5x2x2 ye eşittir. 100 ün çarpanlarından biri 5x5 olduğuna göre 100 5x5 e bölünebilir. Dolayısıyla 43700 sayısı 5x5'e bölünebilir. 28'in 25'e bölümünden kalan ise 3 tür. Sonuç olarak 43728 sayısının 5x5 ya da 25 sayısına bölümünden kalan sayıyla, 28'in 25 e bölümünden kalan sayı aynıdır (Balachef, 1988, s. 219).

Hiyerarşinin en üst basamağında matematiksel kanıt vardır. Matematiksel kanıtlar bir teoriye dayalı belirli bir bilgiyi gerektirir ve sunulan kanıt matematik bilimi ile uğraşan matematikçiler tarafından kabul edilmelidir. Belirli tümdengelimsel ispat teknikleri ile yapılan kanıtlar matematik topluluğuna sunulur.

Balachef'in kanıt taksonomisinde yer alan kavramların informal ve formal kanıt kavramları ile benzerlikler taşıdığı göze çarpmaktadır. Yukarıda verilen tanımlar ve örnekler incelendiğinde pragmatik ve zihinsel kanıtın kanıtlanma biçimi olarak informal kanıt ile paralellikler taşıdığı, matematiksel kanıtın da formal kanıt ile aynı anlama geldiği söylenebilir.

Alanyazın incelendiğinde eğitim ortamlarında kanıtlama kavramına yönelik farklı bir bakış açısı da Maher'in (2005) çalışmalarında göze çarpmaktadır. Maher araştırmalarında öğrencilerin sunduğu kanıtların süreç içinde ve iş birliğine dayalı olarak gerçekleştirilebileceğini savunmaktadır. Çalışmada temelde iş birliği vurgulansa da süreç incelendiğinde öğrencilerin informal kanıtlar yaptığı görülmektedir. Sınıf ortamında kanıtlama becerisinin geliştirilmesi amacıyla yapılan çalışmada, sınıf gruplara ayrılmış ve grup etkileşimi yoluyla kanıt yapmaları istenmiştir. Araştırmada, grup etkileşimi yoluyla öğrencilerin matematiksel şekiller, örüntüler ve ilişkileri keşfederek informal matematiksel kanıtlamalar yaptıkları bulunmuştur. Çalışma ilkokul üçüncü sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler çiftler şeklinde karşılıklı oturtulmuş ve onlara dört katlı bir kuleyi kırmızı ve sarı bloklarla kaç farklı şekilde inşa edilebilecekleri sorulmuştur. Öğrenciler blokları aynı anda dizmeye başlamışlar, iki farklı öğrenci aynı renkte bloklar elde edince bitirip yenisini inşa etmişlerdir. Deneme-yanılma ile toplam 16 farklı dizilim elde etmişlerdir. Araştırmacı, öğrencilere "Neden max. 16 adet 4 katlı blok elde ettiniz?", "Daha fazla blok olamaz mı?" şeklindeki sorularla sonucun gerekçelerini açıklamalarını istemiştir. Sürecin sonunda öğrenciler renkler ve sayılar arasında bir örüntü elde ederek (1 sarı için 4 farklı dizilim, 2 sarı için 6 farklı dizilim, 3 sarı için 4 farklı dizilim, 4 sarı ve 4 kırmızı için 2 farklı dizilim) kanıt yapmışlardır. Şekil 7'de kuleler ve bloklar yer almaktadır:



Şekil 7. *Kuleler ve bloklar (Maher, 2005, s.125)*

Çalışmada iş birliği, problemi yeniden değerlendirme, soru sorma becerilerinin geliştirilmesinin yanı sıra gerekçelendirme yoluyla kanıtlama becerilerinin de geliştirildiği bulgusu elde edilmiştir (Maher, 2005).

Kanıt başlığı altında kavramın matematik bilimi ve matematik eğitimi bağlamında farklılık taşıdığı görülmektedir. Formal ve informal kanıtın kanıtlama süreçlerinde kullanılan teknikler anlamında birbirinden ayrıştığı görülmektedir. Formal kanıtta, yapılan kanıtın matematikçiler tarafından kabul edilmesi ve kanıtlama aşamasında belli kanıt tekniklerinin kullanılması gerekirken, informal kanıtta ise yapılan kanıtın matematiksel bir tutarlılık sergilemesi ve gerekçeli açıklamalarının yapılması ya da örneklerle desteklenmesi yeterlidir (Balacheff, 1988). Bu çalışmada kanıtlama terimi informal kanıt kavramı çerçevesinde ele alınmıştır. Dolayısıyla öğrencilere sunulan maddelere verilen yanıtlar "açıklama" ve "yeniden değerlendirme" bağlamında değerlendirilmiştir.

MYT'NİN GELİŞTİRİLME SÜRECİ

MYT ölçeği geliştirilirken Cohen ve Swerdlik'in (2012) ölçek geliştirme basamakları temel alınmış ve önerdikleri ölçek geliştirme aşamaları bu çalışmaya uyarlanmıştır. Cohen ve Swerdlik psikolojik bir testin geliştirilmesine yönelik beş aşamalı bir ölçek geliştirme modeli sunmuşlardır. Birinci aşama testin kavramsallaştırıldığı, teorik alt yapısının oluşturulduğu aşamadır. İkinci aşama testin yapılandırıldığı, diğer bir deyişle madde havuzunun oluşturulup, maddelerin nasıl puanlandırılacağına karar verildiği aşamadır. Üçüncü aşama ise ön deneme aşaması olarak adlandırılmaktadır. Bu aşamada madde havuzundaki maddeler seçilerek deneme formu oluşturulmaktadır. Deneme formu hedef grupla benzer özellikleri taşıyan küçük bir gruba uygulanmaktadır. Dördüncü aşamada bir önceki aşamada toplanan veriler analiz edilmekte ve uygun maddeler seçilerek pilot form oluşturulmaktadır. Beşinci aşama ise testin revizyonu ve puanlanması aşamasıdır. Bu aşamada yapılan analizler doğrultusunda testin asıl formu oluşturulmaktadır.

MYT ölçek geliştirme süreci, Cohen ve Swerdlik'in (2012) sözü edilen ölçek geliştirme basamakları temeline dayandırılmış ve bu aşamaların uyarlaması ve detaylandırılması ile altı aşamalı bir ölçek geliştirme süreci takip edilmiştir. MYT'nin geliştirilmesinde aşağıda yer alan işlem adımları takip edilmiştir.

Birinci aşama: MYT'nin kavramsallaştırılması aşamasıdır. Ölçeğin temellerinin atıldığı bu süreçte, testin teorik alt yapısı oluşturularak kuramsal çerçeve belirlenmiştir.

İkinci aşama: MYT'nin yapılandırıldığı aşamadır. Bu aşamada alandaki eğitimcilerle ölçekte yer alması beklenen maddeler geliştirilmiş ve madde havuzu oluşturulmuştur.

Üçüncü aşama: MYT'nin madde seçimi aşamasıdır. Belirli ölçütler ışığında madde havuzunda yer alan maddeler seçilmiştir.

Dördüncü aşama: MYT'nin ön deneme aşamasıdır. Alan uzmanları ölçek maddelerini belirli ölçütler ışığında değerlendirmiştir. Alan uzmanlarından gelen dönütler çerçevesinde biçimsel ve içeriksel revizyonlar yapılmış ve deneme formu küçük bir örneklem grubuna uygulanmıştır. Uygulama sonrasında bazı maddeler ölçekten çıkarılmıştır.

Beşinci aşama: MYT'nin pilot uygulama aşamasıdır. Ön denemeden elde edilen veriler ışığında biçimsel revizyonlar yapılmış ve pilot form oluşturulmuştur. Ayrıca bu aşamada ön denemeden ve pilot uygulamadan elde edilen yanıtların bulunduğu cevap havuzu kullanılarak yanıt kategorileri de belirlenmiştir. Pilot uygulamadan elde edilen verilerle ölçeğin veri analizi gerçekleştirilmiştir.

Altıncı aşama: MYT'nin asıl uygulama aşamasıdır. Pilot uygulamadan elde edilen veriler ışığında biçimsel revizyonlar yapılmış ve ölçeğin asıl formu oluşturulmuştur. Ardından MYT'nin psikometrik özellikleri incelenmiştir.

Yukarıda yer alan ölçek geliştirme sürecinin ilk beş basamağı yöntem bölümünde detaylı biçimde incelenmiştir. Altıncı bölüm ise bulgular bölümünde detaylandırılmıştır.

MYT'nin kavramsallaştırılması: Kuramsal yapı

Ölçek geliştirme çalışmaları çoğunlukla deneysel veya kuramsal süreçler ile gerçekleştirilmektedir (Torgerson, 1958). Kuramsal süreçte belirli bir kuramı temel almaktansa uzman görüşlerine başvurularak ölçek geliştirilir. Nicel araştırmalarda genellikle deneysel süreçler takip edilmektedir. Deneysel süreçlerde ölçek geliştirme aşamasının ilk basamağını çoğunlukla "kavramsal çerçeveyi belirleme" oluşturmaktadır (Czaja and Blair, 1996; DeVellis, 2012; Cohen and Swerdlik, 2012).

Bir ölçek geliştirme çalışması olan bu çalışmada da öncelikle testin kavramsal çerçevesinin belirlenmesi sürecin ilk adımını oluşturmaktadır. MYT ölçeği, alanyazında yer alan yaratıcılık, matematiksel yaratıcılık ve matematiksel düşünme alanları ile ilgili yapılan araştırmaları temel almaktadır.

Matematiksel yaratıcılık, tıpkı bilim, sanat, edebiyat gibi alanlarda olduğu gibi alana özgü yaratıcılığın bir örneğidir (Peng, Cherng and Chen, 2013). Alana özgü yaratıcılığı genel yaratıcılıktan ayıran en temel nokta, ürünün yaratıcılığının ilgili alanın parametreleri ışığında değerlendirilmesidir (Kaufman and Baer, 2004). Diğer yandan, en temelde yenilik, uygunluk, yararlılık, niteliklilik (Sak, 2014) gibi ölçütler bir ürünün yaratıcılık düzeyini belirlerken hem genel hem de alana özgü yaratıcılıkta kesişen parametrelerdir.

Genel ya da alana özgü yaratıcılığın değerlendirilmesi aşamasında farklı ölçüm yöntemlerinden yararlanılmaktadır. Alanyazın incelendiğinde genellikle ürün odaklı ölçümler, performans odaklı ölçümler veya kişilik envanterleri ile karşılaşılmaktadır (Clark, 2008). MYT ölçeği performansa dayalı bir testtir. Ortaokul öğrencilerinin matematik alanındaki yaratıcı performanslarını belirlemek amacıyla geliştirilen MYT ölçeğinin kuramsal dayanağı, Nickerson'ın (2010) Matematiksel Düşünme Modeli (Mathematical Reasoning Model-MDM) temel alınarak oluşturulmuştur.

MYT'nin Yapılandırılması: Madde Geliştirme Süreci

MYT ölçeğinin madde geliştirme süreci, ölçeğin ön hazırlık süreci ile başlamıştır. Ön hazırlık süreci kuramsal çerçeveye dayalı olarak ölçeğin bileşenlerini yansıtacak prototip maddelerin geliştirilmesini kapsamaktadır. Bu aşamada, araştırmacı tarafından her bir bileşeni temsil ettiği düşünülen birer adet prototip madde geliştirilmiştir. Geliştirilen prototip maddeler yaratıcılık, matematiksel yaratıcılık ve matematik bilimi alanında çalışmalar yapan dört uzman tarafından biçim, içerik ve dil bakımından değerlendirilerek revize edilmiştir.

Ön hazırlık aşaması tamamlandıktan sonra ölçek maddelerinin geliştirilmesi aşamasına geçilmiştir. Bu aşama, ölçeğin kapsam geçerliği ile ilgilidir. Kapsam geçerliği, madde örnekleminin yeterliği, diğer bir deyişle maddelerin kuramsal çerçeveye dayalı içeriği ne seviyede yansıttığı ile ilgilidir (DeVellis, 2012). Bu çalışmada, ölçeğin kapsam geçerliğini sağlamak amacıyla ölçeğin kuramsal yapısını oluşturan her bir bileşenle ilgili yeterli sayıda maddeden oluşan bir madde havuzu oluşturulmuştur. Başlangıçta madde havuzundaki madde sayısını belirlemek olanaklı değildir. Ancak maddeler arası korelasyonun ölçüsü en başta tahmin edilemeyeceğinden, madde havuzunda ne kadar çok madde olursa, ölçeğin iç tutarlılığının düşük çıkma olasılığı da azalmaktadır (DeVellis, 2012). Alanyazın incelendiğinde ölçeğin nihai formunda yer alacak madde sayısının en az 4 katı kadar maddenin, madde havuzunda yer alması önerilmektedir (Kaplan and Saccuzo, 2012, s. 158). MYT'nin nihai versiyonunun 3 farklı bileşenden oluşacağı ve her bileşenin altında en az 2 maddenin yer alacağı düşünüldüğünde madde havuzunda en az 24 maddenin olması gerektiği kabul edilmiştir.

Ölçeğin kapsam geçerliğini sağlamak için yapılan çalışmalardan bir diğeri ise matematik eğitimi alanında deneyimli öğretmen ve uzman bir ekiple madde geliştirilmesi aşamasıdır. Bu amaçla Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğü'ne bağlı okullarda görev yapan 2 lise 3 ortaokul matematik öğretmeni, özel yetenekliler eğitimi alanında doktora yapan ve Anadolu Üniversitesi bünyesinde Üstün Yetenekliler Eğitimi Araştırma ve Uygulama Merkezi'nde özel yetenekli çocuklara matematik eğitimi veren 2 akademisyen ve aynı bölümde yüksek lisans yapıp, aynı kurumda matematik eğitimi veren 1 akademisyen ile soru hazırlama ekibi kurulmuştur. Ekip üyeleri, 2 erkek ve 6 kadın olmak üzere toplam 8 kişiden oluşmakta ve eğitim kurumlarındaki hizmet yılları 5 ile 10 yıl arasında değişmektedir. Ölçek maddelerini geliştiren ekip, gönüllülüğe dayalı olarak maddeleri geliştirmişlerdir.

Madde geliştirme ekibi ile çalışmalara akademik takvime göre 2015-2016 güz döneminde başlanmış ve oturumlar toplam 10 hafta sürmüştür. Bu oturumlar hafta sonları ortak belirlenen bir günde ortalama 3-4 saat devam etmiştir. Her bir oturumda ekibin geliştirdiği maddeler tartışılmıştır. 10 haftalık oturumun ilk oturumunda yaratıcılık, matematiksel yaratıcılık ve MYT ölçeğinin kuramsal yapısı ile ilgili 3 saatlik bir eğitim düzenlenmiştir. Araştırmacı öncelikle yaratıcılık, matematiksel yaratıcılık ve MYT ölçeğinin kuramsal yapısı ile ilgili hazırladığı sunumu sonrasında ise ölçeğin bileşenlerini temsil eden prototip maddeleri ekiple paylaşmıştır. Oturum sonunda ise madde yazma sürecinin nasıl işleyeceğine dair bilgiler sunulmuştur. İlk oturum için hazırlanan taslak program aşağıda detaylandırılmıştır:

- Yaratıcılık kavramı ve yaratıcılığın ölçülmesi
- Matematiksel yaratıcılık kavramı ve ölçülmesi
- Ölçeğin kuramsal yapısı: MDM modeli temelindeki MYT'nin bileşenlerinin (problem oluşturma, varsayım oluşturma ve kanıtlama) tanıtılması
- MYT'nin puanlanması
- MYT'nin prototip maddelerinin tanıtılması
- Her bir bileşeni temsil eden prototip maddelerin tanıtımının ardından madde ile ilişkili tartışmaların yapılması
- *İlerleyen oturumlarda maddelerin geliştirilmesinde izlenecek yolların açıklanması:* Öncelikle her bir bileşene 3 hafta ayrılmıştır. Ekip üyelerinden her biri ilgili bileşenle ilgili en az 4 soru hazırlamalıdır. Araştırmacı soruların hazırlanacağı şablonu e-mail yoluyla ekiple paylaşmalıdır. Hazırlanan sorular en geç 2 gün önce araştırmacıya e-mail yoluyla iletilmelidir. Araştırmacı maddeleri değerlendirdikten sonra, maddeye son halinin verilmesi için maddeyi hazırlayan ekip üyesine gerekli dönütleri vermelidir. Dönütlerin ardından maddeyi hazırlayan ekip üyesi maddenin son hali ile oturuma katılmalıdır. Oturum sonunda hazırlanan maddelere ait formlar (ekibin verdiği dönütlerle birlikte) araştırmacıya teslim edilmelidir. Araştırmacı ilgili maddenin son halini gerekli görülen revizyonları yaparak madde havuzuna koymalıdır.
- *Her bir oturumda geliştirilen maddelerin değerlendirilmesinde kullanılacak kriterlerin sunulması:* Ekip üyeleri hazırlanan her bir maddeyi madde değerlendirme formunda yer alan kriterler ışığında değerlendirmelidir.
- *Toplam oturum sayısının ve oturuma katılım kriterlerinin sunulması:* Ekip üyelerine ilk oturum hariç toplam 9 oturum yapılacağı açıklanmalıdır. Her bir oturumun tüm ekip üyelerinin katılımı sağlandığında gerçekleştirileceği açıklanmalıdır.

Birinci hafta yapılan oturumun sonunda her bir ekip üyesine araştırmacı tarafından yapılan sunum, madde geliştirme formu ve madde değerlendirme formu elektronik ortamda gönderilmiştir. Bir sonraki oturum için ön hazırlık süresi toplam 5 gün olarak belirlenmiştir. Toplam 5 günün sonunda her bir katılımcının madde geliştirme formunu kullanarak hazırladığı maddeler, elektronik ortamda araştırmacıya iletilmiştir. Gerekli düzenlemeler araştırmacı tarafından yapılmış ve son düzenlemelerin yapılması için maddenin sahibine elektronik ortamda iletilmiştir. Bu süreçte geliştirilen maddeler, madde değerlendirme formundaki kriterlerin çoğunu karşılamıyorsa madde sahibinden yeni bir madde yazılması talep edilmiştir. Oturumdan bir önceki gün madde sahipleri tarafından düzenlenen aynı maddeler ya da yeniden oluşturulan maddeler araştırmacıya gönderilmiştir. İlgili bileşenle ilgili geliştirilen tüm maddeler (yeniden oluşturulan maddeler ölçekle uygunluk göstermiyorsa sunuya dahil edilmemiştir) araştırmacı tarafından sunu haline dönüştürülmüştür.

Araştırmacıda toplanan maddeler ikinci oturumda power-point sunusu aracılığıyla ekip üyelerine sunulmuştur. Maddeyi geliştiren ekip üyesi tarafından maddeler diğer üyelere açıklanmıştır. Her bir maddenin sunumunun ardından yapılan tartışmalara dönük olarak madde geliştirme formundaki bu maddeye ilişkin son düzenlemeler maddeyi geliştiren kişi tarafından kaydedilmiş ve oturumun sonunda araştırmacıya iletilmiştir. Ayrıca her bir madde ile ilişkili tartışmaların ardından, madde değerlendirme formunda yer alan kriterler ışığında o madde ile ilgili değerlendirmeler katılımcılar tarafından ayrı ayrı yapılmış ve oturumun sonunda araştırmacıya teslim edilmiştir. Madde değerlendirme formu, madde yazımında göz önüne alınması gereken ilkeler (Şeker ve Gençdoğan, 2014; Seçer, 2015) çerçevesinde oluşturulmuştur. Bu ilkeler aşağıda incelenmiştir.

Hedef kitleye uygunluk: MYT ortaokul öğrencilerine yönelik olarak tasarlandığından geliştirilen maddeler hedef kitlenin sınıf düzeyine uygun olmalıdır.

Açık uçluluk: Geliştirilen her bir maddeye verilebilecek yanıt sayısı en az 10 adet olmalıdır.

Hedeflenen bileşenin ölçülmesi: Maddeler kuramsal alt yapıya dayalı olarak ilgili bileşenin özelliklerini yansıtacak şekilde tasarlanmalıdır.

Öğrenme alanına uygunluk: Geliştirilen maddeler hangi öğrenme alanı veya alanlarına ait ise o alanın ders konuları ile tutarlı olmalıdır.

İşlevi olmayan kavram ve bilgilerden kaçınma: Maddeler, yeterli sayıda bilgi ve kavram içerecek ve hedef kitlede kavram karmaşasına neden olmayacak şekilde tasarlanmalıdır.

Anlaşılırlık: Geliştirilen madde hedef kitleye sunulduğunda onların rahatlıkla anlayabileceği biçim ve dille sunulmalıdır.

İlk iki hafta tamamlandıktan sonra ekip üyeleri madde geliştirme sürecine zamanla daha da fazla adapte olmuşlar ve görevleri daha iyi biçimde yerine getirmişlerdir. 10 haftalık madde geliştirme sürecine 2015-2016 güz akademik takvimine göre Ekim aynının son haftasında başlanmış ve süreç Ocak ayının ilk haftasında tamamlanmıştır. 10 oturumun sonunda madde havuzunda toplam 139 madde (40 adet problem oluşturma, 50 adet varsayım oluşturma ve 49 adet kanıtlama) toplanmıştır. Çalışmanın sonunda gönüllü olarak madde geliştirme sürecine katılan ekip üyelerine katılım ve teşekkür belgesi verilmiştir.

Madde Seçimi: Madde Havuzundan Madde Seçme Süreci

MYT madde seçim süreci yaklaşık 1 aylık bir zaman aralığını kapsamıştır. Madde seçimi sürecine 2015-2016 güz dönemi Ocak ayının son haftasında başlanmış ve süreç Şubat ayının ilk haftasında tamamlanmıştır. MYT ölçeği madde seçiminde üç aşamadan oluşan bir yol izlenmiştir. İlk aşama puana dayalı seçim, ikinci aşama eğitmenlerin tartışmalarına dayalı seçim ve son olarak uzman görüşüne dayalı seçim olarak adlandırılmaktadır. Seçim aşamaları aşağıda detaylandırılmıştır.

İlk aşamada madde değerlendirme formundan elde edilecek puan sıralamasına göre madde seçimi gerçekleştirilmiştir. Madde değerlendirme formunda yer alan maddeler “evet” ya da “hayır” şıkkı işaretlenecek şekilde iki seçenekli bir yapıdadır. “Evet” şıkkı 1 puan, hayır şıkkı ise 0 puandır. Madde değerlendirme formunda toplam 6 madde yer almaktadır. Dolayısıyla geliştirilen her bir maddenin puan açıklığı 0 ile 6 aralığındadır. Madde havuzundan madde seçebilmek için kullanılan kriter değer, $\frac{ekipteki\ üye\ sayısı\ x\ (\text{toplam en düşük puan} + \text{toplam en yüksek puan})}{2}$ formülü yardımıyla belirlenmiştir. 6 maddeden oluşan değerlendirme formunda verilen yanıtlara göre kriter değerin $\frac{8\,x\,(0+6)}{2} = 24$ olduğu görülmüştür. Diğer bir deyişle MYT ölçeğindeki bir bileşenin altında yer alan her bir maddeye verilebilecek en düşük puan ile en yüksek puanın ortalamasının tüm ekip üyelerinin verdiği karar sayısıyla çarpımının altında kalan maddeler madde havuzunda kalmıştır. Belirlenen kriter değere göre problem oluşturma bileşeni altında 18 madde, varsayım oluşturma bileşeni altında 21 madde ve son olarak kanıtlama bileşeni altında 16 madde seçilmiştir. İlk aşamanın sonunda madde havuzunda toplam 55 adet madde kalmıştır.

İkinci aşamada seçilen maddeler, araştırmacı ve soru geliştirme ekibinde yer alan doktora seviyesindeki 2 akademisyen tarafından incelenmiştir. Akademisyenler matematiksel yaratıcılık ile ilgili daha önce de çalışmalar yaptıklarından madde seçimi tartışmalarında alanın gerekliliklerini göz önünde bulunduracakları ön görüldüğü için bu aşamada yer almışlardır. İnceleme aşamasında, her bir bileşen altında yer alan maddeler, madde değerlendirme formundaki kriterler çerçevesinde detaylı şekilde analiz edilmiştir. Toplam 3 gün süren değerlendirmenin sonunda her bir bileşeni temsil eden beşer madde seçilmiştir. İkinci aşamanın sonunda madde havuzunda toplamda 15 madde kalmıştır.

Son aşamada kapsam geçerliğini sağlamak amacıyla uzman değerlendirmelerine başvurularak madde seçimi yapılmıştır. İkinci aşamada seçilen 15 madde uzmanlara uzman görüşü formu aracılığıyla elektronik ortamda iletilmiştir. Uzmanlardan 3'ü matematik eğitimi anabilim dalında, 2'si üstün zekâlılar anabilim dalında ve 4'ü ise ilköğretim matematik öğretmenliği anabilim dalında görev yapmaktadır. Uzmanlardan 5'i doktor öğretim üyesi, 2'si doçent ve 2'si de profesör unvanına sahiptir. Uzmanlara uzman görüşü formu elektronik ortamda gönderilmiştir. Uzman görüşü formunda MYT'nin uygulama biçimi, ölçmek istediği becerilerin tanımları ve kapsamı ve bileşenleri temsil eden maddeler ve maddelere yönelik değerlendirme ölçütleri yer almaktadır. Uzmanlara gönderilen formlar, 1 ile 3 hafta süren bir zaman aralığındaki incelemenin ardından araştırmacıya iletilmiştir. Bu aşamada uzmanlar hem madde revizyonları önermişler hem de uzman görüşü formunda kuramsal çerçeve ile ilgili maddelere yanıtlar vermişlerdir. Maddelerin kuramsal yapıya uygunluğunun değerlendirildiği bu aşamada içerik geçerliğinin sağlanması amaçlanmıştır (Şencan, 2005, s. 746). Uzmanların revizyon önerileri dikkate alınarak 15 maddelik ölçeğin 3 maddesinde uzmanların uzman görüşü formundaki maddelere verdikleri yanıtların uyuşma düzeyi yaklaşık %50-60 arasında diğer 12 maddenin ise % 90-100 aralığında çıkmıştır. Büyüköztürk (2011, s. 168), kapsam geçerliğine yönelik olarak uzman görüşüne başvurulması durumunda formlardan elde edilen uyuşma yüzdesinin %90-100 arasında olmasını önermektedir. Bu nedenle ölçekten sözü edilen 3 madde çıkarılmış ve ölçek 12 maddeye düşürülmüştür. Bu maddelere gerekli biçimsel ve içeriksel revizyonlar yapılmıştır. 12 maddenin dördü problem oluşturma, dördü varsayım oluşturma ve dördü de kanıtlama bileşenini temsil etmektedir.

MYT'nin Ön Deneme Uygulaması Süreci

Ön denemeye 2016-2017 bahar dönemi Mart ayının ilk haftasında başlanmış, Mayıs ayının son haftasında tamamlanmıştır. Ön deneme uygulama süreci 1 haftalık, verilerin analizi, yorumlanması ve revizyonu ise 2 aylık bir zaman aralığını kapsamaktadır.

Ön deneme uygulamasına başlamadan önce 2 adet deneme formu (MYT-A Formu ve MYT-B Formu) oluşturulmuştur. Deneme formlarının her birinde toplam 6 madde (2 adet problem oluşturma, 2 adet varsayım oluşturma ve 2 adet kanıtlama) yer almıştır.

Erkuş'a göre (2016) ön deneme uygulaması ölçekte yer alması planlanan maddelerin anlaşılırlığını, yanlış yazılan yerlerin saptanmasını, maddelerin zorluk düzeylerinin belirlenmesini, ortalama cevap sürelerinin tespit edilmesini sağlayan önemli bir ölçek geliştirme basamağıdır. Ön denemenin uygulama süreci 1 haftalık bir zaman aralığını kapsarken verilerin analizi, yorumlanması ve revizyonu ise 2 aylık bir zaman aralığını kapsamıştır. Ön deneme uygulaması araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir.

Tablo 2. *Ön deneme çalışmasında MYT-A ve MYT-B'nin farklı sınıf düzeylerine göre betimsel bulguları ve madde güçlük indeksi göstergeleri*

		MYT-A Formu			MYT-B Formu		
Madde	**Sınıf**	$\bar{X}$	**SS**	P_j	$\bar{X}$	**SS**	P_j
1.Madde Problem Oluşturma (PO1)	5	1.09	1.13	.65	1.30	1.56	.75
	6	1.33	1.15		2.88	1.62	
	7	1.38	1.20		2.92	2.46	
	8	2.21	1.12		1.92	1.25	
2.Madde Problem Oluşturma (PO2)	5	.91	1.04	.50	1.70	1.82	.49
	6	.92	.66		2.19	1.22	
	7	.63	.95		2.62	3.15	
	8	1.57	.93		1.46	1.33	
3.Madde Varsayım Oluşturma (VO1)	5	2.27	2.72	.50	0.80	1.39	.45
	6	2.80	2.29		1.19	1.16	
	7	2.00	1.50		1.23	1.16	
	8	.36	.92		2.00	1.29	
4.Madde Varsayım Oluşturma (VO2)	5	.21	.57	.23	1.20	1.03	.46
	6	.50	1		1.56	1.26	
	7	.56	.89		1.62	1.60	
	8	1.18	1.83		1.85	1.62	
5.Madde Kanıtlama (K1)	5	.27	.64	.29	1.10	1.44	.46
	6	1.33	2.06		1.21	.98	
	7	1.00	1.50		1.54	.96	
	8	1.21	1.67		1.62	1.19	
6.Madde Kanıtlama (K2)	5	1.36	.80	.65	.91	1.03	.55
	6	1.75	.96		1.18	.83	
	7	1.56	1.50		1.94	.80	
	8	1.57	1.74		1.00	1.08	

Ön deneme uygulaması üç aşamayı kapsamaktadır. İlk aşamada ortaokul 5,6,7 ve 8. sınıf düzeyindeki 4 farklı sınıfa formlar dağıtılmıştır. Her bir düzeydeki sınıflar ikiye ayrılmış, sınıfın yarısına MYT-A Formu, diğer yarısına ise MYT-B Formu dağıtılmıştır. Formlar dağıtıldıktan sonra her bir madde teker teker açıklanmıştır. Uygulama esnasında maddelerin anlaşılmadığı durumlarda öğrencilere yapılan ek açıklamalar araştırmacı tarafından ön deneme sonrasında yapılacak revizyonlarda kullanılması amacıyla kaydedilmiştir.

Ön deneme uygulamasının ilk aşamasında uygulanan formların betimsel bulguları ve madde analizi için madde güçlük indeksi parametreleri de incelenmiştir. Katılımcıların puanları her bir maddeye verdikleri doğru yanıt sayısının (akıcılık puanı) toplamı alınarak karşılaştırılmıştır. Tablo 2'de MYT-A ve MYT-B formlarının farklı sınıf düzeylerine göre betimsel bulguları ve madde analizi için madde güçlük indeksleri yer almaktadır.

Tablo 2 incelendiğinde MYT-A formunda yer alan 4. madde-varsayım oluşturma ve aynı formda yer alan 5. madde-kanıtlama maddelerinin 5. sınıf düzeyindeki ortalamalarının ($\bar{X}_{VO}$= .21 ve $\bar{X}_{K}$= .27) oldukça düşük olduğu görülmüştür. Diğer taraftan maddelerin parametrelerini belirlemek için yapılan madde güçlük analizi ile maddelerin zorluk düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştır. Yılmaz'a göre (2006) madde güçlük indeksi (P_j) 0.30-0.70 aralığında değişen maddelerin güçlük düzeyleri ortalama seviyededir. Tablo 2'de yer alan madde güçlük indeksleri incelendiğinde yine aynı iki maddenin madde güçlük düzeylerinin de kabul edilebilir sınırların dışında yer aldığı ve zorluk seviyelerinin 5. sınıf düzeyine göre oldukça yüksek olduğu bulunmuştur. Her iki formda yer alan maddelerin çoğunluğunda 8. sınıfların ortalamalarının diğer sınıf düzeylerinden düşük olduğu bulunmuştur. Bu durumun önemli bir nedeninin uygulama esnasında öğrencilerin uygulamayı ciddiye almamasından kaynaklandığı düşünülmüştür.

Ön deneme uygulamasının ikinci aşamasında formların uygulandığı öğrencilerden gönüllü olan 5. ve 6. sınıf düzeyindeki 10 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Özellikle zor ve anlaşılamayan maddelere yönelik geri bildirimler elde edilmesi amacıyla 5. ve 6. sınıf düzeyindeki gönüllü öğrencilerle görüşme yapılması tercih edilmiştir. Görüşmeler ölçeğin uygulandığı günün ertesinde yapılmıştır. Öğrencilerle yapılan birebir görüşmeler yaklaşık 10-20 dakika aralığında sürmüş ve verilen cevaplar görüşme formuna kaydedilmiştir. Formda yer alan sorular maddelerin anlaşılırlığı, zorluğu ve katılımcı önerileri ile ilgilidir. Yapılan görüşmeler çerçevesinde öğrencilerden elde edilen geri bildirimler aşağıdaki gibidir:

- Öğrenciler böyle bir testle daha önce karşılaşmadıklarını, bu sebeple problemlerin bazılarını anlamadıklarını belirtmişlerdir.
- Öğrenciler problem oluşturma görevlerini nispeten daha kolay anladıklarını ancak genel olarak varsayım oluşturma ve kanıtlama becerilerini anlamada zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir.
- Varsayım oluşturma ve kanıtlama maddelerine yönelik anlaşılırlığı artırmak için maddelerin açıklama kısmında yer alan örnek cevabın arttırılması gerektiğini belirtmişlerdir.
- 40 dakikanın 6 maddeyi cevaplamak için yeterli olmadığını belirtmişlerdir.

- Görsellerin daha fazla renklendirilmesi gerektiğini belirtmişlerdir.
- Formlar dağıtıldığında tüm maddelerin açıklamalarının başlangıçta peş peşe yapılmasının karışıklığa sebep olduğunu ve görevlerin birbirine karıştırıldığını belirtmişlerdir.
- Varsayım oluşturma ve kanıtlama maddelerinde yer alan örneklerin kolaylaştırılması gerektiğini belirtmişlerdir.
- Problem oluşturma maddelerine de birer örnek cevap eklenmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Ön deneme uygulamasının son aşamasında betimsel bulgular, öğrenci görüşmeleri ve araştırmacının uygulama esnasında aldığı notlar karşılaştırılmıştır. Öğrencilerin görüşme esnasında maddelerle ilgili görüşleri betimsel bulgularla paralellik göstermiştir. Öğrenciler, özellikle ortalaması çok düşük çıkan varsayım oluşturma (MYT-A Formu 4. madde) ve kanıtlama (MYT-A Formu 5. madde) görevlerini anlamada ve yanıtlamada çok zorlandıklarını belirtmişlerdir. Bu nedenle bu maddelerin ölçekten çıkarılmasına karar verilmiştir. Pilot uygulama öncesinde ölçekte yapılan düzenlemeler aşağıda yer almaktadır:

- 10 maddelik 3 ayrı pilot form oluşturulmalıdır. Her bir formda farklı bir bileşene yönelik maddeler yer almalıdır.
- Her bir form için 40 dakikalık zaman ayrılmalıdır. Zamanın yeterli olup olmadığı bu yolla tekrar test edilmelidir.
- Uygulama esnasında öğrencilerin ölçekte yer alan ilk sorulara çok daha fazla zaman ayırdıkları gözlemlenmiştir. Bu sebeple pilot uygulamada her bir maddeye belirli bir süre ayrılmalı ve öğrenci belirlenen eşit sürelerde maddeleri cevaplamalıdır. Madde için ayrılan süre tamamlanmadan bir sonraki maddeye geçilmemelidir.
- Varsayım oluşturma ve kanıtlama maddelerinde 1 yerine 2 adet örnek cevap yer almalıdır. Var olan örnek cevaplar revize edilmelidir.
- Maddelerin yanıtlanması için ayrılan cevap alanında biçimsel revizyonlar yapılmalıdır.
- Ölçek maddelerinde bütünlüklü bir format oluşturabilmek ve problem oluşturma maddelerinin de anlaşılırlığını arttırmak için varsayım oluşturma ve kanıtlama maddelerinin yanı sıra problem oluşturma maddelerine de örnekler eklenmelidir.

Farklı üç kaynaktan elde edilen (betimsel veriler, öğretmen notları ve öğrenci görüşmeleri) veriler ışığında gerekli biçimsel ve içeriksel revizyonlar gerçekleştirilmiştir. Yapılan revizyonların ardından ölçeğin kapsam geçerliğini yeniden sağlamak üzere ölçek, 9 alan uzmanına tekrar gönderilmiştir. Uzmanlar ön deneme öncesinde ölçeğin ilk versiyonunu inceleyen uzmanlardan oluşmaktadır. Revize edilen 10 madde uzmanlar tarafından uzman görüşü formu aracılığıyla incelenmiştir. Uzman görüşü formunda birkaç değişiklik yapılarak form revize edilmiştir. Formda tüm maddeler önceki formda yer alan kriterler çerçevesinde değerlendirilmiştir. Ek olarak forma, varsayım oluşturma ve kanıtlama bileşenlerini temsil eden maddelere eklenen 2. örnek cevabı ve problem oluşturma maddelerine eklenen bir örnek cevabı uzmanların değerlendirmeleri amacıyla değerlendirme maddeleri eklenmiştir. Yapılan biçimsel ve içeriksel değişikliklere ilişkin uzman değerlendirmelerinin ardından revize edilen maddelerin geçerliği uzmanların uyuşma yüzdeleri ile test edilmiştir. Büyüköztürk (2011, s. 168) kapsam geçerliğini sağlamak için uzmanların uyuşma düzeylerinin %90-100 arasında olması gerektiğini, %70-80 arasında olması durumunda ise gerekli düzenlemelerin yapılmasının uygun olacağını belirtmiştir. MYT'yi değerlendiren uzmanların uyuşma düzeyleri %88 olarak belirlenmiştir. Bu değer %90 sınırına yakındır. Ancak yine de uzmanların revizyon önerileri dikkate alınarak gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra maddelere son biçimi verilmiş ve 10 maddenin ölçekte kalmasına karar verilmiştir.

Ön deneme sonunda MYT-A (4 adet problem oluşturma), MYT-B (3 adet varsayım oluşturma) ve MYT-C (3 adet kanıtlama) olmak üzere toplam 10 maddeden oluşan 3 adet pilot form oluşturulmuştur. Problem oluşturma kategorisindeki maddeler sayılar ve işlemler (2 adet), geometri ve ölçme (1adet) ve veri işlemleme (1 adet) öğrenme alanı; varsayım oluşturma kategorisindeki maddeler cebir (2 adet), ve sayılar ve işlemler (1 adet) öğrenme alanı ve son olarak kanıtlama kategorisindeki maddeler ise sayılar ve işlemler (2 adet) ve cebir (1 adet) öğrenme alanı ile ilgilidir. Ön deneme uygulamasının sonunda öğrencilerin maddelere verdikleri doğru yanıtlarla yanıt havuzu oluşturulmuştur.

MYT'nin Pilot Uygulama Süreci

Pilot uygulama, (1) verilerin toplanması, (2) yanıt kategorilerinin oluşturulması, (3) verilerden elde edilen betimsel istatistikler ve ölçeğin güvenirlik analizleri ve (4) ölçeğin yapı geçerliğine yönelik analizler olmak üzere dört aşamayı kapsamaktadır.

Pilot uygulamanın veri toplama süreci

Pilot uygulamada veri toplama süreci, akademik takvime göre 2017-2018 güz dönemi Ekim ayının ilk iki haftasını kapsamaktadır. Ölçek maddelerinin puanlanması (cevap havuzunun ve kategorilerin oluşturulması) ve verilerin analizi ise Ekim ayının son iki haftası ile Ocak ayının ilk iki haftasında gerçekleşmiş ve yaklaşık 3 aylık bir süreci kapsamıştır. Uygulama araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir.

Pilot uygulamanın ilk aşaması olan veri toplama kısmı, Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğü'ne bağlı bir ortaokuldaki 62 erkek 82 kız öğrenci olmak üzere toplam 144 öğrenci (34 beşinci sınıf, 38 altıncı sınıf, 37 yedinci sınıf ve 35 sekizinci sınıf) ile gerçekleştirilmiştir. Formlardan her biri araştırmacı tarafından bir ders saati (40 dk.) süresinde uygulanmıştır. Bir sınıf düzeyindeki uygulama toplam 2 günde (3 ders saati) bitirilmiştir. Örneğin 5. sınıf düzeyindeki öğrencilere pazartesi günü ilk ders MYT-A formu, ikinci ders ise MYT-B formu verilmiştir. Salı günü ise bir ders saati süresinde MYT-C formu uygulanmıştır. Araştırmacı MYT-A formunu uygulamadan önce kendisini tanıtmış, ölçeğin kapsamından bahsetmiş ve öğrenci bilgilerini doldurmalarını istemiştir. Her soru için yaklaşık 10 dk. süreleri olduğunu, bir soruya ayrılan 10 dakikayı tamamlamadan bir sonraki soruyu yanıtlayamayacaklarını belirtmiştir. MYT-A-B-C formlarının, 3 ders saatindeki uygulama prosedürü Tablo 3'te açıklanmaktadır.

Tablo 3. *MYT uygulama prosedürü*

1. Ders	Araştırmacı-Kendini tanıtır, MYT-A'nın yönergelerini okur. Öğrenci- Öğrenci bilgileri alanını doldurur.	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-A/1. maddeyi okur. Öğrenci- MYT-A/1. maddeyi cevaplar.	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-A/2. maddeyi okur Öğrenci- MYT-A/2. maddeyi cevaplar	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-A/3. maddeyi okur Öğrenci- MYT-A/3. maddeyi cevaplar	10 dk.
	Ara	15 dk.
2. Ders	Araştırmacı- MYT-A/4. maddeyi okur Öğrenci- MYT-A/4. maddeyi cevaplar	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-B/1. maddeyi okur Öğrenci- MYT-B/1. maddeyi cevaplar	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-B/2. maddeyi okur Öğrenci- MYT-B/2. maddeyi cevaplar	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-B/3. maddeyi okur Öğrenci- MYT-B/3. maddeyi cevaplar	10 dk.
	Ara	1 gün
3. Ders	Araştırmacı- MYT-C/1. maddeyi okur Öğrenci- MYT-C/1. maddeyi cevaplar	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-C/2. maddeyi okur Öğrenci- MYT-C/2. maddeyi cevaplar	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-C/3. maddeyi okur Öğrenci- MYT-C/3. maddeyi cevaplar	10 dk.

Pilot uygulamada okul, seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Ardından öğrencilerin ders saatleri ve derslerde işledikleri konuların uygunluğuna göre okul yönetimi tarafından uygulamanın yapılacağı sınıflar belirlenmiştir. Araştırmacı, okul idaresinin belirlediği uygulama programına göre ilk hafta 5. ve 6. sınıflarla, ikinci hafta ise 7. ve 8. sınıflarla uygulamaları gerçekleştirmiştir. Uygulama esnasında öğrencilerden gelen sorular ve uygulama gözlemleri kaydedilmiş daha sonra veri analizlerinden elde edilen bulgularla karşılaştırılarak madde revizyonları sağlanmıştır. Uygulama esnasında öğrencilerin motivasyonlarını arttırmak amacıyla her sınıf düzeyinde birinciliği kazanan öğrenciye çanta hediye edileceği söylenmiştir. Uygulama sonunda her sınıf düzeyindeki sınıf birincilerine çantaları teslim edilmiştir.

Pilot uygulamada yanıt kategorilerinin oluşturulması

Pilot uygulamanın ikinci aşaması farklı türdeki yanıtlardan elde edilen kategorilerin oluşturulduğu aşamadır. Yaratıcılık testlerinde ölçekte yer alan her bir maddeye çok çeşitli yanıtlar üretilmektedir. Bu yanıtlardan benzer olanlar farklı yanıt kategorileri altında toplanmaktadır. Örneğin problem oluştıurma alt ölçeğinin 1. maddesini ele alalım. Bu maddeye 5 adet problem üretildiği görülmektedir. Bunlardan ilk 2 problem 1. maddedeki şeklin kenar sayısı, eleman sayısı ya da şekil sayısı ile ilgili olduğundan saymayı içeren tüm problemler "Sayma-Sayı" kategorisi altında yer almaktadır. 3. problem ise şekillerin çevreleri, uzaklıkları veya uzunluklarından herhangi biri ile ilgili olduğu için "Çevre-Uzaklık-Uzunluk" kategorisi altında yer almaktadır. Örnekten anlaşılacağı üzere cevap havuzunda yer alan cevaplara göre de bu kategoriler şekillenmektedir. MYT ölçeğinde de öncelikle ön deneme aşamasında öğrenci yanıtları bir cevap havuzunda toplanmıştır. Pilot uygulama sonrasında ise aynı cevap havuzu öğrenci yanıtlarıyla genişletilmiştir. Tüm bu yanıtlar arasından kavramsal olarak benzer olanları ise farklı kategoriler altında toplanmıştır. Kategori belirleme işlemi ise araştırmacı ve 3 akademisyen ile gerçekleştirilmiştir. Bu akademisyenler aynı zamanda ölçeğin madde geliştirme ekibinde yer alan ve yaratıcılık alanında çalışan uzmanlardır.

Kategori oluşturmada iki aşamalı bir süreç takip edilmiştir. İlk olarak araştırmacı, öğrencilerin verdiği yanıtlara göre kavramsal başlıklar belirlemiştir. Üç farklı bileşen için (problem oluşturma, varsayım oluşturma ve kanıtlama) kategoriler belirlenmiştir. Kategoriler ise bileşenlerin altında yer alan her bir madde için verilen cevapların oluşturduğu örüntülere göre belirlenmiştir. İkinci aşamada ise araştırmacının oluşturduğu kategoriler ve kategorilerin altında yer alan cevaplar listelenerek uzmanlarla paylaşılmıştır. Uzmanlar bu kategorileri verilen yanıtların oluşturduğu örüntüleri göz önünde bulundurarak incelemişlerdir. Sonrasında ise kategorilerin uygunluğunu değerlendirmek için bir oturum düzenlenmiştir. Oturumda yanıtlar, yanıtların çeşitliliği, kategorilere uygunluğu tartışılmıştır. Oturum sonunda her bir madde için 5-7 aralığında değişen farklı kategori sayısı elde edilmiştir.

Pilot uygulamanın betimsel istatistikleri ve güvenirlik analizleri

Pilot uygulamanın üçüncü aşamasında öğrencilerin yanıtladığı formlardan elde edilen veriler analiz edilmiştir. Öğrencilerin puanları, her maddeye verilen doğru yanıt sayısı (akıcılık) toplamı ile elde edilmiştir. Dolayısıyla analizler toplam akıcılık puanı üzerinden gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin maddelere verdikleri yanıtlarla ön denemeden elde edilen cevap havuzu genişletilmiştir.

Pilot uygulamadan elde edilen verilerle öncelikle madde ortalamalarını ve maddeler arasındaki bağıntıları incelemek için betimsel istatistikler ve maddeler arası korelasyon değerleri incelenmiş, ayrıca ölçeğin iç tutarlığını incelemek için Cronbach Alpha (α) güvenirlik katsayısı ve madde ayırt edicilik indeksi incelenmiştir. Tablo 4'te MYT pilot formlarda yer alan 10 maddenin betimsel istatistikleri yer almaktadır.

Tablo 4. *MYT pilot formda yer alan maddelerin betimsel istatistikleri*

Madde	N	Min.	Min. Frekans	Max.	Max. Frekans	$\bar{X}$	SS	Varyans
K1	144	0	6	18	2	4.51	3.01	9.06
K2	144	0	24	12	1	3.00	2.42	5.88
K3	144	0	15	11	1	2.43	1.80	3.24
PO1	144	0	8	15	1	5.31	3.39	11.51
PO2	144	0	12	31	1	4.60	3.98	15.87
PO3	144	0	12	24	1	7.00	4.81	23.13
PO4	144	0	28	20	1	4.47	3.95	15.67
VO1	144	0	8	11	2	4.41	2.53	6.43
VO2	144	0	21	20	1	5.19	4.25	18.08
VO3	144	0	30	13	1	3.53	3.15	9.92

* K:Kanıtlama, PO:Problem Oluşturma, VO:Varsayım Oluşturma

Tablo 4 incelendiğinde maddelere üretilen yanıtların 0-31 aralığında değiştiği görülmüştür. Ortalamaların ise $\bar{X}$= 2.43 (kanıtlama bileşeni) ve $\bar{X}$ = 7.00 (problem oluşturma bileşeni) aralığında değiştiği bulunmuştur. Ön denemenin ardından varsayım oluşturma ve kanıtlama bileşenlerini temsil eden maddelerde yapılan revizyonlardan sonra maddelere üretilen yanıtların ortalamalarında (Bkz. Tablo 3.2) artış olduğu görülmüştür.

MYT ölçeğinde yer alan maddeler arasındaki ilişkiyi incelemek için maddeler arası korelasyon analizi yapılmıştır. Tablo 5'te maddeler için hesaplanan Pearson Korelasyon kat sayıları yer almaktadır.

Tablo 5. *MYT pilot form maddeler arası korelasyonları*

N=144	K2	K3	PO1	PO2	PO3	PO4	VO1	VO2	VO3
K1	.63**	.32**	.21*	.17*	.20*	.24**	.24**	.26**	.16
K2	-	.41**	.44**	.42**	.30**	.31**	.29**	.37**	.17*
K3	-	-	.42**	.27**	.15	.37**	.38**	.41**	.33**
PO1	-	-	-	.57**	.43**	.41**	.24**	.45**	.25**
PO2	-	-	-	-	.39**	.33**	.12	.41**	.12
PO3	-	-	-	-	-	.40**	.23**	.27**	.29**
PO4	-	-	-	-	-	-	.20*	.43**	.34**
VO1	-	-	-	-	-	-	-	.24**	.25**
VO2	-	-	-	-	-	-	-	-	.50**

* p<.05 ** p<.01

Tablo 5 incelendiğinde bileşenlere ait maddelerin çoğunluğunun kendi aralarındaki korelasyonel ilişkisinin pozitif ve anlamlı olduğu görülmüştür. Ayrıca bileşenleri temsil eden bazı maddeler arasında düşük korelasyon olduğu da bulunmuştur. Bu maddelerden varsayım oluşturma bileşenini temsil eden VO1 maddesi ile VO2 ve VO3 maddeleri arasında düşük korelasyon olduğu (r=.24 p<.01 ve r=.25, p<.01), diğer taraftan K3 maddesi ile PO1 maddesi arasında orta düzeyde bir ilişki (r=.42, p<.01) olduğu, VO2 maddesi ile sırasıyla PO1 ve PO2 maddeleri arasında orta düzeyde bir ilişki (r=.45, p<.01 ve r=.41, p<.01) olduğu görülmüştür. Korelasyon katsayıları dikkate alındığında PO1, PO2, VO1 ve K3 maddelerinin ilgili yapıyı temsil etmesi bağlamında problem yaratabileceğine dair ön fikir elde edilmiştir. Ayrıca uygulama esnasında öğrencilerin VO1 ve K3 maddelerinde yer alan görevleri anlamakta güçlük yaşadığı görülmüştür. Varsayım oluşturma ve kanıtlama bileşenlerine ait maddeler ön deneme aşamasında öğrencilere zor geldiği için revize edilmişti. Ancak sözü edilen bileşenlere ait bu maddelerde revizyon sonrasında dahi problem olduğu bulunmuştur.

MYT ölçeğinden elde edilen test puanları arasındaki iç tutarlığı belirlemek için madde ayırt edicilik indeksi ve Cronbach Alpha (α) güvenirlik katsayısı incelenmiştir. MYT ölçeğinin Cronbach Alpha değeri incelendiğinde, MYT'nin güvenirliğinin yüksek düzeyde (α=.81) olduğu görülmüştür. Madde ayırt edicilik indeksi hem ölçek maddelerinden alınan puanlar ile ölçeğin toplam puanı arasındaki ilişkiyi yorumlamada hem de maddelerin katılımcıları ölçülen özellik bağlamında ne derece ayırt edebileceğine yönelik yorumlamalarda kullanılmaktadır (Büyüköztürk, 2011, s.171). Bu çalışmada maddelerin ayırt ediciliğini belirlemek için 144 katılımcının maddelere verdikleri yanıtlardan elde edilen puanlar doğrultusunda alt %27 (38 katılımcı) ve üst %27'lik (38 katılımcı) grup belirlenmiştir. Daha sonra madde ortalama puanları arasındaki farklar ilişkisiz t-testi ile sınanmıştır. Tablo 6'da MYT'nin madde ayırt edicilik değerleri yer almaktadır.

Tablo 6. *MYT pilot form madde ayırt edicilik analizi sonuçları*

Madde No	Varyansların Eşteşliği için Levene Testi		Varyansların Eşteşliği için t-Testi		Doğrulanmış Madde Toplam Korelasyonları	
	F	P	t	p		sd
K1	6.41	.01	6.01	.00	.38	75
K2	10.75	.00	8.26	.00	.56	75
K3	24.49	.00	7.49	.00	.52	75
PO1	3.81	.05	9.19	.00	.62	75
PO2	6.85	.01	5.62	.00	.51	75
PO3	6.28	.01	7.22	.00	.47	75
PO4	25.25	.00	7.71	.00	.55	75
VO1	.34	.56	5.60	.00	.35	75
VO2	17.89	.00	10.80	.00	.59	75
VO3	16.96	.00	8.80	.00	.42	75

*** p<.001

Tablo 6 incelendiğinde, ölçeğin toplam puanlarına göre oluşturulan alt %27 (38 kişi) ve üst %27'lik (38 kişi) grupların madde ortalama puanları arasındaki farklardan elde edilen t değerlerinin anlamlı olması (p<.001) tüm maddelerin üst ve alt grupları ayırt ettiğini göstermiştir. Ölçek maddelerinin doğrulanmış madde toplam korelasyonlarının ise .35 - .62 arasında değiştiği bulunmuştur. Pallant'a göre (2005, s. 92) doğrulanmış madde toplam korelasyonu .30 ve daha yüksek olan maddeler bireyleri iyi derecede ayırt etmektedir. Büyüköztürk'e göre (2011, s.171) ise .20 ile .30 arasında kalan maddelerin zorunlu görülmesi durumunda teste alınabileceği veya düzeltilmesi, .20'nin altında yer alan maddelerin ise ölçekten çıkarılması gerekmektedir. Bu bağlamda ölçek maddelerinin ayırt edicilik düzeylerinin kabul edilebilir sınırlar içinde yer aldığı görülmüştür.

Pilot uygulamanın yapı geçerliği analizi

MYT'nin geçerlik çalışmaları kapsamında; ölçeğin yapı geçerliği ve ölçüt geçerliği analizleri gerçekleştirilmiştir. MYT'nin yapı geçerliği analizleri ise pilot uygulamadan ve asıl uygulamadan elde edilen verilerle yapılmıştır. Ölçeğin yapı geçerliğini incelemek amacıyla pilot uygulamadan elde edilen verilerle Açımlayıcı Faktör Analizi (AFA), asıl uygulamadan elde edilen verilerle ise Doğrulayıcı Faktör Analizi (DFA) yapılmıştır. Ölçeğin ölçüt geçerliği ve güvenirlik analizi çalışmaları da asıl uygulamadan elde edilen verilerle gerçekleştirilmiştir. AFA testi, ölçeğe verilen doğru yanıtların sayısı ile elde edilen akıcılık puanı üzerinden gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmada AFA tekniği açımlama ve değişken azaltma olmak üzere iki amaca hizmet etmektedir. Açımlama amacıyla, belli bir faktör altında toplanan maddelerin (göstergelerin) kuramsal yapıya dayanan göstergeler olup olmadığı sorgulanmış (Green, Salkind and Akey, 1997), değişken azaltma amacıyla ise veri seti içerisinde azami değişkenlik ve güvenirliğe sahip madde sayısı belirlenmiştir (Floyd and Widaman, 1995). Worthington ve Whittaker (2006) madde seçimi sürecinde ölçek uzunluğunun belirlenmesini ve ölçek uzunluğunun olabildiğince kısa olması gerektiğini önermektedir. Bu nedenle AFA tekniğinden yararlanarak pilot uygulamadan elde edilen verilerle ölçekte yer alacak madde sayısı azaltılmıştır.

AFA uygulama sürecine başlamadan önce analiz ile ilgili çıkabilecek sorunları en aza indirmek amacıyla öncelikle ön sayıltılar sorgulanmıştır. Bu doğrultuda örneklem büyüklüğünün uygunluğu, kayıp değerler, uç değerler, çok değişkenli normallik, doğrusallık, çoklu bağıntı ve tekillik ve varyans artış faktörleri ve tolerans değeri varsayımları (Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2012, s. 205) test edilmiştir.

Faktör analizi yapmadan önce veri setinde yer alan kayıp değerler incelenmiştir. Yapılan betimsel analiz sonrasında veri setinde kayıp değerin olmadığı bulunmuştur. Veri setindeki tek değişkenli uç değerleri kontrol etmek için maddelerin göstergelere göre mahalanobis, cook ve centered leverage uzaklıkları incelenmiş, çok değişkenli uç değerleri kontrol etmek için ise z puanları incelenmiştir. Tek değişkenli uç değer sayıltısına göre, cook değerlerinin 1'den yüksek olmaması, centered leverage değerlerinin .02'nin altında olması ve hiçbir değerin .05'in üstünde olmaması gerekmektedir (Akbulut, 2010, s.69). Bu değerler dikkate alındığında kritik değerleri aşan göstergelerden 5 tanesi (1., 21., 95., 10., 7. göstergeler) analiz örnekleminden çıkarılmıştır. Çok değişkenli uç değerleri incelemek için ise madde puanları standart z puanlarına dönüştürülmüştür. Standart puanların +3.3, -3.3 aralığında olması gerekmektedir (Tabachnick and Fidel, 2007). Bu nedenle kritik değerleri aşan göstergeler (14., 12., 9., 5., 6., 29., 26. göstergeler) örneklemden çıkarılmıştır. AFA uygulamadan önce uç değerler varsayımının karşılanması amacıyla 144 katılımcıdan 12'si analiz dışı bırakılmış ve AFA 132 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Kline'a göre (1994) örneklem büyüklüğü değişken sayısının 10 katı olmalıdır. Pilot uygulamanın örneklem büyüklüğü 144'tür. Uç değerler çıkarıldıktan sonra örneklem büyüklüğü 132'ye düşmüştür. MYT pilot form ise 10 maddeden oluşmaktadır. Dolayısıyla 10x10=100 katılımcıya ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bağlamda örneklem büyüklüğü (132>100) varsayımı karşılanmıştır. Diğer taraftan AFA öncesinde örneklem sayısının yeterli olup olmadığının kontrolü için *"Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)"* testi de yapılmıştır. KMO istatistik değerinin ise .6 ve üstünde olması gerekmektedir (Pallant, 2005, s. 178). Pilot uygulamadan elde edilen verilerin KMO testi istatistik değeri .813 > .6 olduğundan örneklem sayısının AFA'ya uygun olduğu görülmüştür. Çok değişkenli normallik şartının karşılanıp karşılanmadığını belirlemek için öncelikli olarak tek değişkenli normallik incelenmiştir. Tek değişkenli normallik sayıltısının sınanması amacıyla örneklem sayısı 30'un üstünde olduğundan Kolmogorov-Smirnov testi yapılmış, kutu bıyık ve Q-Q Plot grafikleri incelenmiştir. Kolmogorov-Smirnov testinde tüm değişkenler için değerler anlamlı olmadığından, tek değişkenli normallik varsayımı sağlanmıştır. Diğer taraftan Q-Q Plot grafikleri incelendiğinde değerlerin 45 derecelik doğru üzerinde sıralandığı görülmüştür. Sözü edilen testlerin sonuçları incelendiğinde tek değişkenli normalliğin sağlandığı görülmüştür. Çok değişkenli normallik sayıltısı için "*Bartlett Küresellik Testi"* ve çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerleri incelenmiştir. Bartlett küresellik testi ki kare (x^2) istatistik değerini verir. Bu değerin anlamlı bulunması ($\chi^2_{(45)} = 338.307; p < .001$) hem veri setinin çok değişkenli normallik sayıltısının karşılandığı hem de veri setinden elde edilen korelasyon matrisinin faktörleştirmeye uygun olduğu anlamına gelmektedir (Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2012, s. 208). Diğer taraftan her bir değişken için incelenen çarpıklık ve basıklık değerlerinin -, + 1 sınırları içinde kaldığı görülmüştür. AFA aşamasında, faktörleştirme tekniklerinden maximum olasılık (ML) yöntemi seçilmiştir. Bu tekniğin uygulanması çok değişkenli normallik sayıltısının karşılanmasını ve çarpıklık değerinin 2'den, basıklık değerinin ise 7'den büyük olmamasını gerektirmektedir (Şencan, 2005). Değişkenler için incelenen basıklık ve çarpıklık değerlerinin de, sözü edilen kritik değerleri aşmadığı bulunmuştur. Değişken çiftleri arasındaki doğrusallık sayıltısı ise saçılma diyagramları (scatterplot) yardımıyla incelenmiştir. Matriste yer alan şekillerin elipse benzer bir şekil oluşturması doğrusallık sayıltısının sağlandığına yönelik ipucu vermiştir (Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2012, s. 209). AFA öncesinde son olarak çoklu doğrusal bağlantı ve tekillik sayıltıları da kontrol edilmiştir. Tabachnick ve Fidel (2007, s. 91) değişken çiftleri arasındaki ilişkinin r_{xy} >.90 ve üstünde olduğunda çoklu doğrusal bağlantı probleminin yaşanacağını ve değişkenlerin veri setinden çıkarılmasını önermektedir. Tekillik problemi ise bir testin madde çiftleri arasındaki korelasyon katsayısı r_{xy}=1.00 olduğunda gerçekleşmektedir (Şencan, 2005). Ayrıca korelasyon katsayıları veri setinin faktörleştirmeye uygun olup olmadığı konusunda da ipucu vermektedir. Pallant (2005, s.179) korelasyon tablosunda yer alan maddelerin çoğunluğunun korelasyon değerlerinin .30 ve üstünde olması gerektiğini belirtmiştir. Çoklu doğrusal bağlantı ve tekillik sayıltılarının kontrol edilmesi ve veri setinin faktörleştirmeye uygun olup olmadığına karar verilmesi için maddeler arası korelasyon değerleri incelenmiştir. Tablo 7'de yer alan korelasyon değerleri korelasyon matrisinden (correlation matrix) elde edilmiştir.

Tablo 7. *MYT pilot uygulama korelasyon matrisi*

		K2	K3	PO1	PO2	PO3	PO4	VO1	VO2	VO3
Kanıtlama Bileşeni	**K1**	.56**	.31**	.29**	.31**	.32**	.22**	.30**	.26 **	.16
	K2	-	.36**	.45**	.36**	.25**	.28**	.28**	.29**	.15
	K3	-	-	.41**	.43**	.21**	.45**	.38**	.41**	.32**
Problem Oluşturma Bileşeni	**PO1**	-	-	-	.57**	.41**	.44**	.26**	.37**	.24**
	PO2	-	-	-	-	.46**	.47**	.16	.36**	.20*
	PO3	-	-	-	-	-	.37**	.32**	.15	.27**
	PO4	-	-	-	-	-	-	.21*	.37**	.33**
Varsayım Oluşturma Bileşeni	**VO1**	-	-	-	-	-	-	-	.23**	.23**
	VO2	-	-	-	-	-	-	-	-	.50**

* p<.05 ** p<.01

Tablo 7'de yer alan maddelerin korelasyon katsayıları incelendiğinde çoklu doğrusal bağlantı ve tekillik kriterleri bağlamında bir sorun yaşanmadığı görülmüştür. Diğer taraftan maddelerin çoğunluğunun korelasyon katsayılarının .30 ve üstünde yer alması veri setinin faktörleştirmeye uygun olduğunu göstermiştir.

Çoklu doğrusal bağlantı sayıltısının sınandığı diğer testler ise, varyans artış faktörü değeri (VIF) ve bağımsız değişkenler için tolerans değeri (TV) dir. VIF < 10 (Albayrak, 2005) ve TV > .10 (Field, 2009) olduğu durumlarda çoklu doğrusal bağlantı problemi yaşanmamaktadır. Tablo 8'de TV ve VIF değerleri yer almaktadır.

Tablo 8. *Çoklu bağıntı ve tekillik kriterleri*

	Tolerans	**VIF**
K1	.62	1.58
K2	.57	1.72
K3	.58	1.70
PO1	.54	1.82
PO2	.52	1.89
PO3	.63	1.58
PO4	.63	1.57
VO1	.74	1.33
VO2	.60	1.66
VO3	.68	1.54

Tablo 8 incelendiğinde VIF değerleri 1,338<VIF<1,895 aralığında; Tolerans değerleri 0,528<TV<0,747 aralığında değiştiği görülmüştür. Bu nedenle çoklu doğrusal bağlantı sayıltısının karşılandığı düşünülmüştür.

AFA öncesi gerekli ön sayıltıların karşılandığına yönelik kanaat elde edildikten sonra, MYT'nin faktör desenini ortaya koymak ve yapı geçerliğini test etmek amacıyla faktörleştirme aşamasına geçilmiştir. AFA teknikleri arasından faktörleştirme yöntemi olarak maximum olasılık (ML) faktör analizinin seçildiği daha önce belirtilmişti. Sürekli göstergelerle yapılan açımlayıcı faktör analizi için en sık kullanılan faktörleştirme tekniklerinden biri olan ML'nin önemli avantajları vardır. Bunlardan ilki, veri setinde göstergeler arasındaki ilişkilerin yeniden düzenlenebilmesi için daha iyi faktör çözümlemeleri yapılabileceğine ilişkin istatistiksel bilgiler sunmasıdır (Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2012, s. 199). İkincisi ise küçük örneklemlerden kaynaklanan istatistiksel problemlerle baş etmede yetkindir (Tanaka, 1987). Öte yandan AFA sonrasında ölçeğin kuramsal yapısının doğrulanması amacıyla DFA yapılacağından ML faktörleştirme tekniği tercih edilmiştir (Akbulut, 2010, s. 102).

MYT'nin faktör desenini ortaya koyma aşamasında öncelikle ölçeğin faktör sayısını belirleme işlemleri gerçekleştirilmiştir. Pallant'a göre (2005, s. 175) ölçeğin faktör sayısına karar vermek için üç kriter bir arada değerlendirilmelidir. Bunlar kaiser kriteri, Cattel'in scree testi (Scree Plot) ve paralel analizdir. Kaiser kriteri, özdeğeri 1 ve 1'in üzerinde olan faktörlerin alınması ile gerçekleştirilir ve faktörlerin açıkladığı varyansı hesaplamaya yardımcı olur (Büyüköztürk, 2011, s.125). Tablo 9'da 10 maddeden oluşan MYT'nin açıkladığı toplam varyans ve faktörlerin öz değerleri yer almaktadır.

Tablo 9. *Açıklanan toplam varyans*

	Başlangıç Öz Değeri				Kareler Toplamı Çıkartma	
Bileşen	**Toplam**	**% Varyans**	**Birikimli Varyans**	**Toplam**	**% Varyans**	**Birikimli Varyans**
1	3.990	39.900	39.900	3.463	34.632	34.632
2	1.162	11.617	51.517	.671	6.713	41.345
3	1.019	10.186	61.703	.534	5.341	46.686
4	.885	8.854	70.557			
5	.739	7.385	77.942			
6	.570	5.701	83.644			
7	.502	5.023	88.666			
8	.437	4.370	93.036			
9	.356	3.558	96.595			
10	.341	3.405	100.000			

Tablo 9 dikkate alındığında 10 madde için öz değeri 1'in üzerinde olan 3 bileşen olduğu görülmüştür. Bu bileşenlerin toplam varyansa yaptıkları katkının ise %46.68 olduğu bulunmuştur.

Söz konusu üç bileşen için faktör sayısına karar vermede Kaiser kriterinin yanı sıra Cattel'in scree testi de incelenmiştir. Her öz değerin grafikteki monoton dağılımının bozulduğu nokta üçüncü noktadır. Bu durum Kaiser kriterine paralel olarak ölçeğin faktör sayısının 3 olabileceğine yönelik bir ipucu vermiştir. Ancak faktör sayısını belirlemede son olarak paralel analiz yöntemine de başvurulmuştur. Tablo 10'da yapılan paralel analiz sonuçları yer almaktadır.

Tablo 10. *ML faktör analizi öz değerlerinin paralel analiz değerleri ile karşılaştırması*

Bileşen No	Birincil Öz Değer	Paralel Analiz Eşik Değeri	Karar
1	3.990	1.4982	Kabul
2	1.162	1.3193	Ret
3	1.019	1.2094	Ret
4	.885	1.1022	Ret
5	.739	1.0175	Ret
6	.570	0.9282	Ret
7	.502	0.8576	Ret
8	.437	0.7789	Ret
9	.356	0.6888	Ret
10	.341	0.5998	Ret

Monte Carlo PCA for Parallel Analysis (Watkins, 2000) programı kullanılarak veri seti matrisi (10 değişken x 132 katılımcı) için rastgele yapılan 1000 analiz sonucunda elde edilen eşik değerleri geçen 1 bileşenin olması, 1 faktörlü bir yapıya işaret etmiştir.

Faktör sayısını belirlemek amacıyla yapılan üç farklı yöntemden Cattel'in Scree testi ve Kaiser kriteri 3 bileşenli bir yapı tavsiye ederken, paralel analiz testi ise 1 faktörlü bir yapıyı işaret etmiştir. Bu noktada önemli bir dayanak olarak MYT'nin kuramsal yapısı temel alındığında, Kaiser kriteri ve scree test bulgusuna paralel olarak analizin 3 faktör için tekrarlanmasına karar verilmiştir. Çünkü matematiksel yaratıcılığı oluşturan 3 farklı gizil değişken olduğu düşünülmüştür.

Son olarak, MYT'te yer alan 10 madde için Cronbach Alpha iç tutarlık katsayısı (α=.810) da incelenmiştir. Özdamar'a göre (2004, s. 632-633) Cronbach Alpha değeri .80 ile 1.00 arasında ise ölçek yüksek derecede güvenilirdir.

MYT'nin faktör sayısına karar verdikten sonra, faktör desenini ortaya koymak amacıyla ML tekniği kullanılarak yapılacak AFA öncesinde, bazı maddelerin ölçekte kalıp kalmaması ile ilgili çeşitli kararlar verilmiştir. Karar alma esnasında betimsel bulgular, AFA sonuçları, güvenirlik bulguları, uygulama sonrası gözlemler ve kuramsal çerçeve temel alınmıştır.

K3 maddesinin 2 farklı faktörde yakın yük değerleri taşıması (faktör 1 ve faktör 2 altındaki faktör yükü sırasıyla $\lambda_1 = .41$; $\lambda_2 = .39$) bu maddenin karmaşık bir madde olduğu (Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2012, s. 234) konusunda şüphe uyandırmıştır. Ayrıca K3 maddesinin silinmesinin ardından 3 faktörün açıkladığı toplam varyansın %50.64'e yükseldiği görülmüştür. K3 maddesinin betimsel bulguları dikkate alındığında ise maddenin ortalamasının 2.30 (SS=1.64) olduğu bulunmuştur. Diğer maddelerin ortalamalarının 3,5-6.61 aralığında değiştiği bilindiğinden, bu maddenin ortalamasının diğer maddelere göre düşük olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca maddenin 5. ve 6. sınıflar arasındaki ortalamalarının oldukça düşük ($\overline{x_5}$=1.68, SS=1.24; $\overline{x_6}$=1.58, SS=1.13) ve 5. sınıfların lehine olduğu görülmüştür. Oysa sınıf düzeyi arttıkça üretilen yanıt sayılarının da artması beklenmektedir. Sonuç olarak, istatistiksel bulgular dikkate alındığında, K3 maddesinin problemli bir madde olduğu düşünülmüştür.

VO1 maddesi de binişiklik anlamında problemli bir maddedir. VO1 maddesinin birinci faktördeki faktör yükü $\lambda_1 = .44$ iken ikinci faktördeki faktör yükü $\lambda_2 = .42$ dir. Diğer taraftan VO1 maddesinin hesaplanan ortak faktör varyansı (*h^2=.192*) da düşüktür. Tabachnick ve Fidel (2007) değişkenlerin ortak faktör varyanslarının .20'nin üzerinde olması gerektiğini, Şencan (2005) ise ortak faktör varyansı .20'den küçük olan maddelerin ölçekten çıkarılması gerektiğini belirtmektedir. Ayrıca VO1 maddesinin silinmesi durumunda KMO katsayısının .815'e yükseldiği görülmüştür. Akbulut, (2010, s. 96) maddeler silindikten sonra KMO değerindeki artışın madde azaltma sürecinde olumlu olduğunu belirtmektedir. Field'a göre (2009) KMO değeri 1'e yaklaştıkça değişkenler arasındaki ilişkiler netlik kazanmakta ve faktör analizinin daha güvenilir sonuçlar vermesi beklenmektedir. Sonuç olarak, VO1 maddesinin de zayıf bir madde olduğu düşünülmüştür.

PO3 maddesinin de 2 farklı faktörde yakın yük değerleri taşıması (faktör 1 ve faktör 2 altındaki faktör yükü sırasıyla $\lambda_1 = .41$; $\lambda_2 = .39$) bu maddenin de karmaşık bir madde olduğunu göstermiştir. Maddenin betimsel bulguları incelendiğinde ise PO3 maddesinin ortalamasının 6.61 (SS=4.40) olduğu görülmüştür. Diğer maddelerin ortalamalarının genellikle 4 ile 4.5 arasında değiştiği dikkate alındığında, PO3 maddesinin diğer maddelere göre daha kolay bir madde olduğu düşünülmüştür. Ayrıca madde silindiğinde KMO değerinin .826'ya yükseldiği bulunmuştur. İstatistiki bulgular, PO3 maddesinin ölçek ile uyumlu bir madde olmadığını işaret etmiştir.

PO4 maddesinin istatistiksel değerleri incelendiğinde ise bu maddenin faktör yük değerinin (.22) kabul düzeyini karşılamadığı görülmüştür. Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk (2012, s.194) bir maddenin herhangi bir faktör altında yer alabilmesi için asgari yük değerinin .30 ve üstünde olması gerektiğini belirtmektedir. Diğer taraftan maddenin betimsel bulguları dikkate alındığında 7. ve 8. sınıfların maddeye ürettikleri yanıtların ortalamalarının 7. sınıfların lehine olduğu ($\bar{x}_7$=6.12, SS=4.11; $\bar{x}_6$=4.90, SS=3.38) görülmüştür. Bu nedenle PO4 maddesinin de istatistiksel anlamda sıkıntılı bir madde olduğu düşünülmüştür.

Ölçekten madde çıkarmaya karar verme aşamasında yukarıda sözü edilen analiz bulgularının yanı sıra araştırmacının uygulama esnasındaki notlarından da yararlanılmıştır. Özellikle K3 ve VO1 maddelerine yönelik kitapçıkta yer alan açıklamaların yeterli olmadığı görülmüştür. Öğrenciler uygulama esnasında maddeleri anlamakta güçlük yaşamışlardır (Bkz. pilot uygulama ikinci aşama, s. 82). Ayrıca 4 maddeye ilişkin değerler, pilot uygulamanın AFA öncesi analizlerinden (Bkz. s. 86-89) elde edilen bulgularla paralellik taşımıştır. AFA öncesi analizlerde de K3 ve VO1 maddelerinin sorun yaratacağına yönelik kestirimlerde bulunulmuştur.

K3, VO1, PO3 ve PO4 maddelerinin ölçekten çıkarılmasına yönelik olarak verilen karar aşamasında yöntem başlığı altında pilot uygulamanın ön değerlendirmelerinden elde edilen bulgular, uygulayıcı gözlemleri, AFA sonuçları dikkate alınmıştır. Öte yandan ön deneme ve pilot uygulamadan elde edilen uygulama gözlemleri ışığında, her bir açık uçlu maddenin çözümü için ortalama 7 dakikaya ihtiyaç duyulduğundan bir ders saatinde (40 dk.) 6 maddenin rahatlıkla yanıtlanabileceği düşünülmüştür. Dolayısıyla elde edilen deneyimler ve bulgular çerçevesinde asıl formda 6 maddenin yer almasına karar verilmiştir.

Üç faktör için tekrarlanan ve analiz dışı bırakılan maddelerin ardından, teorik olarak tanımlanan maddelerin kendi faktörleri altında toplandığı görülmüştür. Tekrarlanan faktör analizinde dik döndürme (orthogonal rotation) yöntemlerinden varimax (maximum değişkenlik) tercih edilmiştir. Tabachnick ve Fidel (2007) faktörlerin birbirinden bağımsız olduğu durumlarda dik döndürme yöntemini kullanmayı önermektedir. Ölçeğin kuramsal çerçevesini oluşturan bileşenlerin birbirinden farklı matematiksel yapıları ve farklı becerileri temsil ettiği düşünüldüğünden yapılan analizde dik döndürme yöntemi tercih edilmiştir. Tablo 3.11 incelendiğinde, faktör yük değerlerinin, kanıtlama bileşeni için .52 ve .98, varsayım oluşturma bileşeni için .59 ve .77, problem oluşturma bileşeni için .46 ve .96 olduğu görülmektedir. Faktör yük değerleri büyüklüğü açısından incelendiğinde ise maddeleri iyiden mükemmele doğru nitelendirmek mümkündür (Comrey and Lee, 1992, s. 243). Faktörlerin toplam varyansa yaptıkları katkının birinci faktör için % 24.17, ikinci faktör için %20.92 ve üçüncü faktör için %18.26 olduğu görülmüştür. Belirlenen üç faktörün varyansa yaptıkları toplam katkı ise % 63.36'dır. Sosyal bilimlerde açıklanan varyansın %40 ile %60 arasında olması yeterlidir (Dunteman, 1989). Bu bakımdan ölçeğin açıkladığı toplam varyansın % 63.36 olması ideal sınırlar içinde olduğunu göstermiştir. Diğer taraftan çok faktörlü desenlerde ortak faktör varyansının hesaplanması önemlidir. Çünkü ortak faktör varyansı, faktörlerin her bir değişken üzerinde yol açtığı ortak varyansı belirtir. Başka bir ifadeyle bir maddenin tüm faktörlerce açıklanan varyans oranını ortaya koyar (Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2012, s. 240). Ortak faktör varyansının .20'den büyük olması önerilmektedir. Aksi durumda maddeler arasında heterojenlik olduğu düşünülebilir (Tabachnick and Fidel, 2007). Bu bağlamda Tablo 3.11'de yer alan ortak faktör varyans değerleri ($h^2_{min.}=.37$ *ve* $h^2_{max.}=.99$) incelendiğinde, her bir maddenin toplam varyansa önemli ölçüde katkı yaptığı görülmektedir. MYT'nin iç tutarlık düzeyinin ise .73 olduğu bulunmuştur. Büyüköztürk'e göre (2010, s.171), ölçekler için hesaplanan güvenirlik değerinin .70 ve üstünde olması test puanlarının güvenirliği için yeterlidir. Özdamar (2004, s. 632-633) ise .60-.80 arası alpha değerine sahip ölçeklerin oldukça güvenilir olduğunu belirtmiştir. Ölçeği oluşturan alt testlerden ikisinin Cronbach Alpha güvenirlik değerlerinin >.70 olduğu, ancak varsayım oluşturma alt testinin güvenirlik katsayısının göreli düşük ($\alpha =$.65) olduğu bulunmuştur. Pallant (2005, s. 90) alpha güvenirlik katsayısının madde sayısına oldukça duyarlı olduğunu ve 10 maddenin altındaki ölçeklerin düşük alpha değerleri alabileceğini belirtmiştir. Clark ve Watson (1995) ise maddeler arası korelasyon katsayılarının ortalama değerlerinin .15 - .50 arasında değerler alması durumunda ölçeğin güvenirliğinin düşük olmasının problem oluşturmayacağını belirtmiştir. MYT varsayım oluşturma bileşeninin 2 maddeden oluşması ve varsayım oluşturma alt ölçeğinin maddeler arası korelasyon katsayılarının ortalamalarının (Bkz. Tablo 3.7., r_{min}=.23, r_{max}=.50, r_{ort}=.32) Clark ve Watson'ın belirttiği değerlere yakın olması, varsayım oluşturma bileşeninin ölçeğin temsil ettiği yapıdan tümüyle farklılaşmadığını göstermiştir. Ayrıca ölçeğin iç tutarlığının bir kanıtı olarak görülen doğrulanmış madde toplam korelasyonlarının .30 ve üzerinde değerler alması (r_{min}=.39, r_{max}=.55), maddelerin benzer davranışları örneklediğini ve bireyleri iyi derecede ayırt ettiğini göstermiştir (Büyüköztürk, s. 171). MYT ölçeğinin faktör deseni, maddelerin faktör yük değerleri, betimsel değerler ve alpha güvenirlik değerleri Tablo 11'de yer almaktadır.

Tablo 11. *MYT'nin faktör ve maddelere ilişkin betimsel değerleri*

Faktörler ve maddeler	Açıklanan varyans (%)	$\bar{X}$	SS	Doğrulanmış madde toplam r	Faktör yükü	Ortak faktör varyansı (h^2)
Kanıtlama (α=0,71)						
Madde1.Kibrit	24.17	4.12	2.275	0.42	0.52	.99
Madde2.Toplama		2.63	2.002	0.51	0.98	.33
Varsayım Oluşturma (α=0.65)						
Madde3.Tek-Cift	20.92	4.80	3.975	0.54	0.59	.67
Madde4.Ardışık		3.45	3.156	0.39	0.77	.37
Problem Oluşturma (α=0.72)						
Madde5. Kareler	18.26	5.05	3.223	0.55	0.46	.99
Madde6. Pist		4.07	2.674	0.52	0.96	.42
Toplam (α=0.73)	63.36	24.11	11.68			

Sözü edilen tüm AFA bulguları dikkate alındığında MYT'nin yapı geçerliğini kanıtlamaya yönelik girişimlerin, MYT'nin kuramsal yapısını desteklediğini göstermiştir. Ayrıca maddelerin farklı faktörler (problem oluşturma, varsayım oluşturma, kanıtlama) altında toplanması ölçeğin 3 alt ölçekten oluştuğunun bir kanıtı olarak düşünülmüştür. AFA sonunda MYT'nin problem oluşturma alt ölçeğinde sayılar ve işlemler (1 adet) ve geometri (1 adet); varsayım oluşturma alt ölçeğinde cebir (2 adet) ve kanıtlama alt ölçeğinde ise sayılar ve işlemler (1 adet) ve cebir (1 adet) alt öğrenme alanları ile ilgili sorular yer almıştır.

Pilot uygulama sonrası MYT'de yapılan revizyonlar

Pilot uygulama sonrası MYT ölçeğinde çeşitli biçimsel değişiklikler yapılmıştır. Yapılan bu değişiklikler, ölçeğin kapağının değiştirilmesi, ölçeğin tamamının dil ve biçim açısından değerlendirilmesi yönünde olmuştur. Bu bağlamda hem ölçeğin tamamına ilişkin hem de varsayım alt testine ilişkin revizyonlar yapılmıştır. Varsayım oluşturma alt testinin güvenirlik değerinin düşüklüğünün nedeni her ne kadar madde sayısının yetersizliği ile ilişkilendirilse de yine de bu maddelere yönelik incelemeler yapılmıştır. AFA sonrası ölçekte kalan 6 maddenin her biri (a) kullanılan matematiksel dil, (b) ölçek maddesinin uzunluğu, (c) görselin (PO1, PO2, K3 maddeleri görsel içermektedir) anlaşılırlığı, (d) açıklamaların anlaşılırlığı, (e) yönergelerin anlaşılırlığı ve (f) örnek cevabın anlaşılırlığı bağlamında değerlendirilmiştir. Bu aşamada madde geliştirme ekibinde de yer alan 3 akademisyen ve 2 ortaokul matematik öğretmeni ile tekrar bir değerlendirme oturumu planlanmış ve yaklaşık 4 saatlik bir oturumda sözü edilen kriterler çerçevesinde her bir madde tek tek analiz edilmiştir. Yukarıda belirtilen kriterlerin her birinde %100 uzlaşı sağlanana kadar her bir madde gözden geçirilmiştir.

Yapılan biçimsel revizyonların ardından ölçeğin sunum formatı tasarlanmıştır. Toplamda 6 maddeden oluşan asıl form, 40 dakikalık bir ders saatinde çözülebilecek şekilde tasarlanmış olsa da araştırmacının kendini tanıtması, araştırma amacını açıklaması ve ölçek maddelerini tanıtması ile birlikte gereken sürenin daha fazla olacağı öngörülmüştür. Bu sebeple MYT asıl form kitapçığı 2 alt kitapçık şeklinde tasarlanmıştır. Birinci ve ikinci kitapçığa eşit sayıda madde (MYT-A formu: 2 adet PO ve 1 adet VO maddesi; MYT-B formu: 1 adet VO ve 2 adet K maddesi) eklenmiştir. Kitapçık formatları belirlendikten sonra ise kitapçığın kapak sayfası tasarlanmıştır.

Veri Toplama Süreci

Pilot uygulama sonrasında asıl uygulama gerçekleştirilmiştir. Asıl uygulamanın veri toplama süreci, akademik takvime göre 2017-2018 bahar dönemi Nisan ayı boyunca sürmüştür. Ölçek maddelerinin puanlanması ve cevap havuzunun genişletilmesi ise Mayıs ve Eylül ayları da dahil olmak üzere toplam 5 aylık bir süreci kapsamıştır. Verilerin analizi ise 2018-2019 güz dönemi Eylül ayının son bir haftasında gerçekleştirilmiştir. Ölçeğin ölçüt geçerliğini incelemek için katılımcılardan 2017-2018 güz dönemi matematik dersi karne notları temin edilmiştir. Matematik dersi karne notları ortaokul düzeyinde 0 ile 100 arasında derecelendirilmektedir.

Ölçeğin asıl uygulama sürecinde, araştırmacı ve 3 uygulayıcı yer almıştır. Bu uygulamalar arasında A, B, C okulları ve ÜYEP uygulamaları araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. D okulunun yönetimi, uygulama süresinin uzatılmamasını ve uygulamaların eş zamanlı olarak yapılmasını talep ettiğinden bu okulda hem araştırmacı hem de 3 uygulayıcı uygulama yapmıştır. Bu sebeple sadece 1 okulda toplam 4 uygulayıcıya gereksinim duyulmuştur. Uygulayıcılar soru geliştirme ekibinde yer alan 3 akademisyenden oluşmuştur. Uygulamada özellikle madde geliştirme ekibinde yer alan ekip üyelerinin tercih edilmesinin nedeni uygulama güvenirliğini yüksek tutma amacından kaynaklanmıştır. Çünkü uygulayıcıların maddelerin gelişim hikâyesiyle ve ölçek maddeleriyle tanışıklığının, ölçeğin uygulama güvenirliğini artıracağı düşünülmüştür. Aynı zamanda uygulama güvenirliğini artırmaya dönük olarak yapılan bir diğer çalışma ise uygulamanın yapılacağı haftanın öncesinde uygulayıcılarla bir toplantı düzenlenmesi olmuştur. Toplantıda yaklaşık 1 saat ölçek maddelerinin içeriği ve uygulama biçimi anlatılmıştır.

MYT-A ve MYT-B formları uygulayıcılar tarafından toplam 2 ders saati (40+40 dk.) süresinde uygulanmıştır. Uygulayıcı MYT-A formunu uygulamadan önce kendisini tanıtmış, ölçeğin kapsamından ve araştırmanın amacından bahsetmiş ve öğrenci bilgilerini doldurmalarını istemiştir. Her soru için yaklaşık 10 dk. süreleri olduğunu, bir soruya ayrılan 10 dakikayı tamamlamadan bir sonraki soruyu yanıtlayamayacaklarını belirtmiştir. MYT-A-B formlarının, 2 ders saatindeki uygulama prosedürü Tablo 12’de yer almaktadır.

Tablo 12. *MYT uygulama prosedürü*

1. Ders	Araştırmacı- Kendini tanıtır, araştırmanın amacını anlatır, MYT-A’nın yönergelerini okur. Öğrenci- Öğrenci bilgileri alanını doldurur.	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-A/1. maddeyi okur. Öğrenci- MYT-A/1. maddeyi cevaplar.	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-A/2. maddeyi okur Öğrenci- MYT-A/2. maddeyi cevaplar	10 dk.
	Ara	15 dk.
2. Ders	Araştırmacı- MYT-A/3. maddeyi okur Öğrenci- MYT-A/3. maddeyi cevaplar	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-B/1. maddeyi okur Öğrenci- MYT-B/1. maddeyi cevaplar	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-B/2. maddeyi okur Öğrenci- MYT-B/2. maddeyi cevaplar	10 dk.
	Araştırmacı- MYT-B/3. maddeyi okur Öğrenci- MYT-B/3. maddeyi cevaplar	10 dk.

Asıl uygulamada öğrencilerin ders saatleri ve derslerde işledikleri konuların uygunluğuna göre okul yönetimi tarafından uygulamanın yapılacağı sınıflar belirlenmiştir. Okul idaresince belirlenen uygulama programına göre uygulamalar her bir okul için birer haftalık sürelerde tamamlanmıştır. ÜYEP'te ise eğitimler hafta sonu gerçekleştirildiğinden, uygulamalar toplam 2 hafta sonunu almıştır. Uygulama esnasında öğrencilerden gelen sorular ve uygulama gözlemleri kaydedilmiş, daha sonra veri analizlerinden elde edilen bulgularla karşılaştırılarak maddelerin son revizyonları sağlanmıştır. Uygulama esnasında öğrencilerin motivasyonlarını arttırmak amacıyla her bir sınıf düzeyinde ölçekten en yüksek puan alan öğrenciye çanta hediye edileceği söylenmiştir. Uygulama sonunda birincilere çantaları teslim edilmiştir.

Testin Psikometrik Özelliklerinin Belirlenmesi

MYT'nin psikometrik özelliklerini ortaya koymak için testin yapı geçerliği ve ölçüt geçerliği test edilmiştir. MYT'nin yapı geçerliğini incelemek için öncelikli olarak pilot verilerle AFA yapıldığından bahsedilmişti. Sonrasında ise yapı geçerliğinin ikinci boyutunu oluşturan analizlerde DFA yapılmıştır. Yapı geçerliğini incelemek için yapılan DFA uygulamalarında, ölçüt geçerliğini incelemek için yapılan varyans analizi, t-testi ve korelasyon analizlerinde ve güvenirlik incelemeleri için yapılan iç tutarlık ve korelasyon analizlerinde asıl uygulamadan elde edilen veriler kullanılmıştır. Analizlerden elde edilen bulgulara Bölüm 4'te yer verilmiştir.

BÖLÜM 4

MYT'NİN PSİKOMETRİK ÖZELLİKLERİ

Bu bölümde MYT'nin psikometrik özelliklerine yönelik bulgular sunulmuştur. Öncelikle betimsel bulgular ve yapılan doğrulayıcı faktör analizine (DFA), sonrasında ise testin altı maddelik son formu üzerinden testin psikometrik özelliklerine yer verilmiştir.

BETİMSEL analizler

DFA öncesinde asıl uygulamadan elde edilen verilerle madde analizleri gerçekleştirilmiştir. Madde analizleri betimsel bulgulardan ve maddeler arası korelasyonlardan oluşmaktadır. Asıl forma ilişkin betimsel bulgular Tablo 13'de yer almaktadır.

Tablo 13. *MYT asıl form betimsel bulgular*

Madde	Puan Tipi	Min.	Min. Sıklık	Max.	Max. Sıklık	$\bar{X}$	SS
1. Madde (Problem Oluşturma)	Akıcılık	0	46	18	1	3.34	2.13
	Esneklik	0	46	6	3	1.42	.85
	Yaratıcılık Bölümü	.00	46	11.58	1	2.29	1.20
2. Madde (Problem Oluşturma)	Akıcılık	0	89	15	1	2.52	1.86
	Esneklik	0	89	8	1	1.58	1.04
	Yaratıcılık Bölümü	.00	89	10.16	1	2.05	1.32
3. Madde (Varsayım Oluşturma)	Akıcılık	0	61	20	1	4.37	3.11
	Esneklik	0	61	5	6	1.51	.94
	Yaratıcılık Bölümü	.00	61	10.38	1	2.70	1.62
4. Madde (Varsayım Oluşturma)	Akıcılık	0	73	19	1	3.53	2.90
	Esneklik	0	73	5	3	1.62	.91
	Yaratıcılık Bölümü	.00	73	8.16	1	2.45	1.52
5. Madde (Kanıtlama)	Akıcılık	0	92	10	1	2.63	1.73
	Esneklik	0	92	5	4	1.81	1.07
	Yaratıcılık Bölümü	.00	92	6.74	1	2.24	1.33
6. Madde (Kanıtlama)	Akıcılık	0	35	12	2	3.34	1.97
	Esneklik	0	35	4	19	1.85	.91
	Yaratıcılık Bölümü	.00	35	6.24	1	2.57	1.24

Tablo 13'te yer alan 3 puan türünün ortalamaları dikkate alındığında akıcılık puanına bağlı olarak en az yanıt üretilen maddenin problem oluşturma alt ölçeğine ait 2. madde (2.52), en çok yanıt üretilen maddenin ise varsayım oluşturma alt ölçeğine ait 4. madde (4.37) olduğu görülmüştür. Maddeler esneklik puanı, diğer bir deyişle kategori sayısı bağlamında incelendiğinde, en az farklı fikir üretilen maddenin problem oluşturma alt ölçeğine ait 1. Madde (1.42), en çok farklı fikir üretilen maddenin ise yine kanıtlama alt ölçeğine ait 6. Madde (6 adet) olduğu görülmüştür. Yaratıcılık bölümü puanı bağlamında elde edilen puanların tüm maddeler için birbirine yakın olduğu ve 2 civarında olduğu bulunmuştur. Ayrıca herhangi bir puan türünde (akıcılık, esneklik, yaratıcılık bölümü) yanıt üretemeyen katılımcı sayısının toplam katılımcıların (1180 katılımcı) en çok %9'unu (min. sıklık) oluşturmaktadır. Bu bulgu öğrencilerin %90'ının maddelere yanıt üretebildiğini göstermiştir.

Geçerlik analizleri

MYT'nin geçerliğini test etmek için öncelikle pilot uygulamadan elde dilen verilerle AFA yapılmış aradından asıl uygulamadan elde edilen verilerle DFA yapılmıştır. Ayrıca asıl uygulamadan elde edilen verilerle ölçüt geçerliği incelenmiştir. Testten akıcılık, esneklik, orijinallik ve yaratıcılık bölümü olmak üzere dört puan türü elde edilmektedir. Maddelerin esneklik ve orijinallik puanları öğrencilerin doğru yanıt sayısına (akıcılık) bağlıdır. Yaratıcılık bölümü puanı ise akıcılık ve esneklik puanlarından elde edilmektedir. Bütün puan türleri aynı maddeler üzerinden elde edildiğinden ölçeğin yapı geçerliğine yönelik analizler akıcılık puanı üzerinden yapılmıştır. Diğer analizler ise tüm puanlar üzerinden gerçekleştirilmiştir.

MYT'nin Yapı Geçerliği

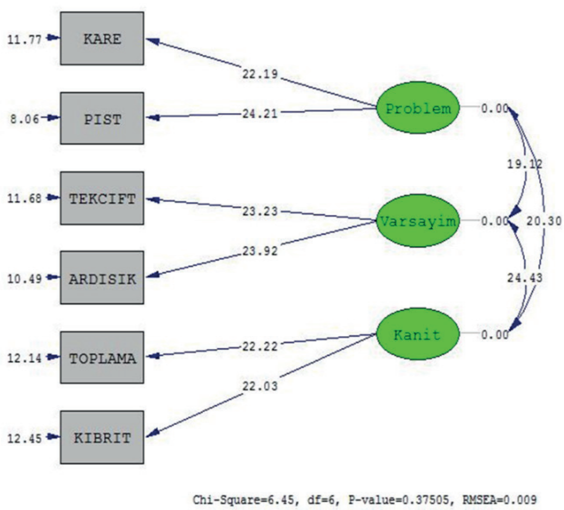
MYT'nin yapı geçerliğinin ikinci boyutunu DFA oluşturmuştur.

Doğrulayıcı faktör analizi

Asıl uygulamadan elde edilen verilerle maddelerin genel olarak betimsel istatistikleri ve ilişkisel analizleri incelendikten sonra ölçeğin yapı geçerliğini test etmede ikinci aşamaya geçilmiştir. Yapı geçerliği sınamasının ilk boyutu olan AFA önceki bölümde detaylandırılmıştır. Bu kısımda ise yapı geçerliği çalışmalarının ikinci boyutunu oluşturan DFA bulgularına yer verilmiştir.

MYT'nin kuramsal çerçevesini oluşturan 3 bileşenli yapının, AFA sonunda meydana çıkan 3 faktörlü yapı ile benzerlik gösterdiği kanıtlanmıştır. Diğer bir deyişle AFA sonucunda, 3 faktör altında toplanan göstergelerin, kuramsal yapının göstergeleri olup olmadığı sorgulanmış ve benzer olduğu bulunmuştur. DFA ise kuramsal yapı doğrultusunda geliştirilen MYT'nin asıl uygulamadan elde edilen verilere dayanarak 3 bileşenli yapıyı doğrulayıp doğrulamadığını test etmiştir.

DFA, LISREL programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Analiz sonunda DFA'nın yol şemasında gizil değişkenlerin (problem oluşturma, varsayım oluşturma, kanıtlama faktörleri) gözlenen değişkenleri (6 madde) açıklama durumlarına ilişkin t değerleri, göstergelerin hata varyansları, DFA modelinin anlamlılığını beklenen kovaryans matrisi ile gözlenen kovaryans matrisleri arasındaki fark yoluyla açıklayan χ^2 değeri ve kuramsal modelin doğruluğunu kontrol eden uyum indekslerinden RMSEA değerleri incelenmiştir. Şekil 8'de MYT'nin kuramsal modeline ilişkin parametre tahminlerini gösteren yol şeması yer almaktadır.



Şekil 8. *MYT DFA sonuçlarına ilişkin yol şeması*

Şekil 8'de 6 madde için elde edilen t değerlerinin kritik değer 2.56'yı aştığı (Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2012, s. 304) ve .01 düzeyinde anlamlı olduğu bulunmuştur. Yol şemasında yer alan DFA sonuçlarına göre beklenen ve gözlenen kovaryans matrisleri arasındaki farkın ise anlamlı olmadığı bulunmuştur ($\chi^2(6)=6.45$, $p=.375$). Ayrıca göstergelerin hata varyansları kontrol edildiğinde problem oluşturma maddelerinin .41 - .30, varsayım oluşturma maddelerinin .39 - .35 ve kanıtlama maddelerinin .42 - .43 değerlerini aldığı görülmüştür. Ölçekten elde edilen hata varyansı değerleri dikkate alındığında, elde edilen değerlerin araştırmanın beklentisine paralel olarak düşük olduğu bulunmuştur. Diğer bir deyişle maddelerin ait olduğu gizil değişkeni yeterli düzeyde temsil ettiği ve ölçekte var olması gerektiği düşünülmüştür.

MYT'nin kuramsal modeli ve DFA modelinin uyumu için yapılan parametre tahminlerinden sonra uyum indeksleri incelenmiştir. DFA'nın değerlendirmesine yönelik uyum iyiliği değerleri, sınırları ve sonuçları Tablo 14'te yer almaktadır.

Tablo 14. *MYT için hesaplanan uyum iyiliği istatistikleri*

İndeks	İstatistik	Kesme Noktası	Karar	Kaynak
χ^2	6.45; p>.05	$0 \leq \chi^2 \leq 2sd$	-	
χ^2 /sd	1.075	$0 \leq \chi^2 /sd \leq 2$	Mükemmel uyum	Kline (2010)
RMSEA	.009	$0 \leq RMSEA \leq 0.05$	Mükemmel uyum	Jöreskog ve Sörbom (1993)
RMR	.042	$0 \leq RMR \leq 0.05$	Mükemmel uyum	Tabachnick ve Fidell (2007)
SRMR	.011	$0 \leq SRMR \leq 0.05$	Mükemmel uyum	Tabachnick ve Fidell (2007)
NFI	.998	$0.95 \leq NFI \leq 1.00$	Mükemmel uyum	Thompson (2004)
NNFI	1.00	$0.95 \leq NNFI \leq 1.00$	Mükemmel uyum	Thompson (2004)
CFI	1.00	$0.95 \leq CFI \leq 1.00$	Mükemmel uyum	Thompson, 2004
GFI	.997	$0.95 \leq GFI \leq 1.00$	Mükemmel uyum	Sümer, 2000
AGFI	.991	$0.95 \leq AGFI \leq 1.00$	Mükemmel uyum	Sümer, 2000

Tablo 14 incelendiğinde MYT için gerçekleştirilen DFA sonunda ölçeğin kuramsal yapısının doğrulanıp doğrulanmadığını değerlendirmek amacıyla alanyazında öne çıkan uyum indekslerinin bir arada değerlendirildiği görülmektedir. Sözü edilen uyum iyiliği istatistiklerinin kabul düzeylerinin *mükemmel uyum* sınırları içinde olduğu bulunmuştur. Ayrıca DFA sonunda herhangi bir modifikasyon önerisi ile karşılaşılmamıştır. DFA'nın uyum iyiliği indeksleri dikkate alındığında 6 maddeden oluşan ölçeğin 3 faktörlü yapısının kuramsal modelinin doğrulandığı görülmüştür.

Ölçeğin yapı geçerliğini incelemek için yapılan AFA ve DFA neticesinde elde edilen bulgular, MYT'nin ölçmeyi hedeflediği matematiksel yaratıcılık becerisini doğru şekilde ölçebileceğinin kanıtı olarak görülmüştür.

MYT'nin Ölçüt Geçerliği

MYT'nin ölçüt geçerliğini incelemek için sınıf düzeyi, yetenek seviyesi ve matematik başarısı olmak üzeri 3 farklı dış ölçüt çerçevesinde analizler gerçekleştirilmiş ve bulguları ortaya koyulmuştur.

Farklı sınıf düzeyine göre ayırt edicilik

Ölçüt geçerliği bağlamında ilk olarak ölçekte yer alan maddelerin farklı sınıf seviyesindeki katılımcıları (5., 6., 7., 8. sınıf) ayırt edebilme düzeyi incelenmiştir. Bu amaçla MYT'den elde edilen akıcılık, esneklik, yaratıcılık bölümü puanları ve testin 3 puan türünden elde edilen toplam puanları öncelikle betimsel değerler (ortalama, standart sapma, vb.) açısından incelenmiş, ardından MYT'nin sınıf düzeyleri arasındaki ayırt ediciliğini incelemek amacıyla bağımsız gruplar için tek yönlü varyans analizi (oneway ANOVA) gerçekleştirilmiştir. Farklı sınıf düzeylerinde yer alan katılımcılardan elde edilen puanların ortalama, standart sapma, minimum ve maximum değerleri Tablo 15'te yer almaktadır.

Tablo 15. *MYT puanlarının sınıf düzeylerine göre betimsel istatistikleri*

Sınıf	N	Bileşen	Puan Türü	Min.	Max.	$\bar{X}$	SS
5	213	**Problem Oluşturma (PO)**	Akıcılık	0	28.00	4.90	3.75
			Esneklik	0	8.00	2.29	1.22
			Yaratıcılık Bölümü	0	12.58	3.52	2.08
		Varsayım Oluşturma (VO)	Akıcılık	0	31.00	6.80	4.94
			Esneklik	0	7.00	2.63	1.23
			Yaratıcılık Bölümü	0	14.80	4.39	2.45
		Kanıtlama (K)	Akıcılık	0	16.00	4.92	3.08
			Esneklik	0	7.00	2.83	1.51
			Yaratıcılık Bölümü	0	9.48	3.83	2.04
		Toplam	Akıcılık	0	67.00	16.63	10.04
			Esneklik	0	17.00	7.76	3.22
			Yaratıcılık Bölümü	0	31.92	11.76	5.59
6	237	**Problem Oluşturma (PO)**	Akıcılık	0	23.00	5.61	3.48
			Esneklik	0	11.00	2.91	1.48
			Yaratıcılık Bölümü	0	16.16	4.19	2.18
		Varsayım Oluşturma (VO)	Akıcılık	0	25.00	6.39	4.58
			Esneklik	0	6.00	2.66	1.33
			Yaratıcılık Bölümü	0	10.90	4.26	2.40
		Kanıtlama (K)	Akıcılık	0	14.00	5.44	2.97
			Esneklik	0	9.00	3.59	1.71
			Yaratıcılık Bölümü	0	10.90	4.52	2.18
		Toplam	Akıcılık	0	48.00	17.45	9.23
			Esneklik	0	19.00	9.18	3.53
			Yaratıcılık Bölümü	0	29.08	12.98	5.61

Sınıf	N	Bileşen	Puan Türü	Min.	Max.	$\bar{X}$	SS
7	217	**Problem Oluşturma (PO)**	Akıcılık	0	18.00	6.36	3.23
			Esneklik	0	8.00	3.06	1.38
			Yaratıcılık Bölümü	0	11.32	4.57	1.98
		Varsayım Oluşturma (VO)	Akıcılık	0	31.00	8.71	5.23
			Esneklik	0	7.00	3.20	1.35
			Yaratıcılık Bölümü	0	14.60	5.49	2.51
		Kanıtlama (K)	Akıcılık	0	16.00	6.74	2.91
			Esneklik	0	8.00	4.17	1.64
			Yaratıcılık Bölümü	0	12.32	5.51	2.17
		Toplam	Akıcılık	0	60.00	21.82	9.39
			Esneklik	0	23.00	10.44	3.42
			Yaratıcılık Bölümü	0	33.28	15.59	5.54
8	213	**Problem Oluşturma (PO)**	Akıcılık	0	26.00	6.59	3.84
			Esneklik	0	10.00	3.70	1.88
			Yaratıcılık Bölümü	0	13.16	5.08	2.56
		Varsayım Oluşturma (VO)	Akıcılık	0	36.00	9.82	6.49
			Esneklik	0	9.00	4.08	1.91
			Yaratıcılık Bölümü	0	16.12	6.58	3.44
		Kanıtlama (K)	Akıcılık	0	20.00	6.80	3.76
			Esneklik	0	8.00	4.04	1.75
			Yaratıcılık Bölümü	0	10.64	5.38	2.48
		Toplam	Akıcılık	0	65.00	23.21	11.30
			Esneklik	0	24.00	11.84	4.39
			Yaratıcılık Bölümü	0	38.30	17.05	6.99

Tablo 15 incelendiğinde farklı sınıf düzeylerinde toplam akıcılık puanı ortalamaları ($\bar{X}_5$=16.63; $\bar{X}_6$=17.45; $\bar{X}_7$=21.82; $\bar{X}_8$=23.21) sınıf düzeyi arttıkça artmaktadır. Toplam esneklik puanı ortalamalarına ($\bar{X}_5$=7.76; $\bar{X}_6$=9.18; $\bar{X}_7$=10.44; $\bar{X}_8$=11.84) bakıldığında ortalamalar üst sınıfların lehinedir. Toplam yaratıcılık puanlarının ortalamaları da ($\bar{X}_5$=11.76; $\bar{X}_6$=12.98; $\bar{X}_7$=15.59; $\bar{X}_8$=17.05) sınıf düzeyinin artışı ile doğrusal olarak artmaktadır. Sınıf düzeyi arttıkça farklı puan türlerindeki bu artışın anlamlı olup olmadığının analizi için 880 katılımcı ile bağımsız gruplar için tek yönlü ANOVA gerçekleştirilmiştir. Tablo 16'da farklı sınıf düzeylerinden elde edilen ANOVA sonuçları yer almaktadır.

Tablo 16. *Farklı sınıf düzeylerinde MYT puanlarının ANOVA sonuçları*

N= 880		Puan Türü	Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	P<	η^2
5-6-7-8	Problem Oluşturma (PO)	Akıcılık	G. arası	378.024	3	126.008	9.820	.000	.033
			G. içi	11240.153	876	12.831			
			Toplam	11618.177	879				
		Esneklik	G. arası	215.231	3	71.744	31.209	.000	.097
			G. içi	2013.759	876	2.299			
			Toplam	2228.990	879				
		Yaratıcılık B.	G. arası	276.912	3	92.304	18.849	.000	.061
			G. içi	4289.743	876	4.897			
			Toplam	4566.655	879				
5-6-7-8	Varsayım Oluşturma (VO)	Akıcılık	G. arası	1723.261	3	574.420	20.117	.000	.064
			G. içi	25013.121	876	28.554			
			Toplam	26736.382	879				
		Esneklik	G. arası	300.421	3	100.140	45.869	.000	.136
			G. içi	1912.487	876	2.183			
			Toplam	2212.908	879				
		Yaratıcılık B.	G. arası	769.387	3	256.462	34.415	.000	.105
			G. içi	6527.954	876	7.452			
			Toplam	7297.341	879				
5-6-7-8	Kanıtlama (K)	Akıcılık	G. arası	575.498	3	191.833	18.779	.000	.060
			G. içi	8948.546	876	10.215			
			Toplam	9524.044	879				
		Esneklik	G. arası	236.857	3	78.952	28.723	.000	.090
			G. içi	2407.906	876	2.749			
			Toplam	2644.763	879				
		Yaratıcılık B.	G. arası	399.589	3	133.196	26.871	.000	.084
			G. içi	4342.200	876	4.957			
			Toplam	4741.789	879				
5-6-7-8 Toplam		Akıcılık	G. arası	6806.822	3	2268.941	22.671	.000	.072
			G. içi	87671.268	876	100.081			
			Toplam	94478.090	879				
		Esneklik	G. arası	1958.257	3	652.752	48.452	.000	.142
			G. içi	11801.515	876	13.472			
			Toplam	13759.772	879				
		Yaratıcılık B.	G. arası	3759.102	3	1253.034	35.302	.000	.108
			G. içi	31093.357	876	35.495			
			Toplam	34852.460	879				

Tablo 16'da yer alan ANOVA testi sonuçları incelendiğinde, MYT'nin bileşenlerine ait puanların ve ölçekten elde edilen toplam puanların akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puan türü ortalamalarının sınıflar arasında anlamlı farklılıklar yarattığı bulunmuştur. Bu nedenle varyansların eşteşliğinin sağlanma ve sağlanamama durumuna göre sınıf düzeyleri arasındaki farkın kaynağını belirlemek için PO-akıcılık ve K-yaratıcılık bölümü puanları Scheffe izleme testi ile diğer puanlar ise Games-Howell izleme testi ile incelenmiştir (Akbulut, 2010, s. 123). İzleme testi sonuçlarına göre gruplar arasındaki farklılıkların belirtildiği çizelge Tablo 17'de yer almaktadır.

Tablo 17. *Sınıflar arası ortalama farkların anlamlılık düzeyleri*

	Sınıf	**Akıcılık**	**Esneklik**	**Yaratıcılık Bölümü**
Problem Oluşturma (PO)	5-6	-	p<.05	p<.05
	5-7	p<.05	p<.05	p<.05
	5-8	p<.05	p<.05	p<.05
	6-7	-	p<.05	p<.05
	6-8	p<.05	p<.05	p<.05
	7-8	-	p<.05	p<.05
Varsayım Oluşturma (VO)	5-6	- *	-	-
	5-7	p<.05	p<.05	p<.05
	5-8	p<.05	p<.05	p<.05
	6-7	p<.05	p<.05	p<.05
	6-8	p<.05	p<.05	p<.05
	7-8	-	p<.05	p<.05
Kanıtlama (K)	5-6	-	p<.05	p<.05
	5-7	p<.05	p<.05	p<.05
	5-8	p<.05	p<.05	p<.05
	6-7	p<.05	p<.05	p<.05
	6-8	p<.05	p<.05	p<.05
	7-8	-	-*	-*
Toplam	5-6	-	p<.05	p<.05
	5-7	p<.05	p<.05	p<.05
	5-8	p<.05	p<.05	p<.05
	6-7	p<.05	p<.05	p<.05
	6-8	p<.05	p<.05	p<.05
	7-8	-	p<.05	p<.05

* : Tabloda yer alan * işareti alt sınıf ortalamalarının üst sınıftan yüksek olduğu anlamına gelmektedir.

- : Tabloda yer alan - işareti sınıflar arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı anlamına gelmektedir.

Tablo 17 incelendiğinde sınıflar arasında akıcılık puanı bağlamında tüm alt ölçeklerde ve toplam puanda 5-6. ve 7-8. sınıflar arasındaki farkın anlamlı olmadığı görülmüştür. Ayrıca 5. ve 6. sınıfların varsayım oluşturma alt ölçeği akıcılık puanları arasındaki farkın anlamlı olmadığı ancak 5. sınıfların lehine olduğu görülmüştür. Esneklik puanı dikkate alındığında, varsayım oluşturma alt ölçeğinde 5. ve 6. sınıflar arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olmadığı bulunmuştur. Kanıtlama alt ölçeğinde ise 7-8 sınıflar arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olmadığı ancak 7. sınıfların lehine olduğu görülmüştür. Son olarak yaratıcılık bölümü puanı ortalamalarının varsayım oluşturma alt ölçeğinde 5. ve 6. sınıflar arasında anlamlı bir farklılık yaratmadığı görülmüştür. Ayrıca 7-8. sınıflar arasındaki ortalamalar arası farkların anlamlı olmadığı ancak 7. sınıfların lehine olduğu bulunmuştur. Diğer taraftan ölçeğin esneklik ve yaratıcılık puan türlerine göre sınıflar arasındaki farkların anlamlı olduğu bulunmuştur.

Ölçüt geçerliği çalışmalarının bir boyutunu oluşturan sınıflar arası ayırt edicilik analizleri sonunda gruplar arasında farklılıkların olduğu görülmüştür. Sınıf düzeyleri dikkate alındığında akıcılık puan türünde tüm alt ölçeklere ait maddelerin 5-6. ve 7-8. sınıflarını ayırt etmediği bulunmuştur. Varsayım oluşturma alt ölçeğine ait maddeler dikkate alındığında ise bu maddelerin 5. ve 6. sınıfları tüm puan türlerinde ayırt edemediği bulunmuştur. Kanıtlama alt ölçeği dikkate alındığında ise yine bu maddelerin 7. ve 8. sınıfları tüm puan türlerinde ayırt edemediği bulunmuştur. Diğer taraftan Tablo 4.5'teki her bir hücre incelendiğinde MYT'nin alt ölçekleri ve toplamından elde edilen akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanlarının yer aldığı toplam hücre sayısının yaklaşık % 83'ünde (*anlamlı farklılık olan hücre sayısı=[alt ölçek sayısı x ikili sınıfların kombinasyonunun sayısı x puan türü sayısı]-anlamlı fark olmayan hücre sayısı=6x4x3-12=60*) sınıflar arası anlamlı farklılık ($p<.05$) olduğu görülmüştür. 3 farklı puan türü için elde edilen bu bulgu ölçeğin sınıflar arası ayırt ediciliğinin bir kanıtı olarak düşünülmüştür. Ayrıca Tablo 4.4'te yer alan eta kare (η^2) etki büyüklüğü değerlerinin, problem oluşturma alt ölçeği akıcılık puan türü hariç diğer tüm alt ölçeklerin tüm puan türlerinde .06'nın üstünde ve .14'ün ün değerler alması, sınıflar arası ayırt edicilik çalışmalarının kuram ve uygulamada orta düzeyde ve yüksek düzeyde anlamlı olduğu şeklinde yorumlanmıştır (Huck, 2012, s. 223). Diğer bir deyişle, alt ölçekler ve toplam test puanlarının yarattığı istatistiksel farklılıklar ölçeğin sınıf düzeyi bağlamında ölçüt geçerliğine yönelik bir kanıt olarak görülmüştür.

Matematik başarı düzeyiyle uyum

MYT'nin ölçüt geçerliğini test etmek için dış ölçütlerden biri olan karne notları ile MYT puanları arasındaki ilişki incelenmiştir. Bu nedenle ölçüt geçerliğini belirlemeye yönelik yapılan korelasyon analizinde katılımcıların matematik dersi karne notları ile MYT'den elde edilen akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanları arasındaki bağıntılar incelenmiştir. Katılımcıların karne notları ve MYT puanları arasındaki ilişkiyi ortaya koyan Pearson bağıntı katsayıları Tablo 18'de yer almaktadır.

Tablo 18. *MYT puanları ve matematik ders notları arasındaki bağıntı katsayısı sonuçları*

N=880 Bileşen	Puan Türü	Karne Notu
Problem Oluşturma (PO)	Akıcılık	.430**
	Esneklik	.430**
	Yaratıcılık Bölümü	.469**
Varsayım Oluşturma (VO)	Akıcılık	.410**
	Esneklik	.420**
	Yaratıcılık Bölümü	.446**
Kanıtlama (K)	Akıcılık	.424**
	Esneklik	.485**
	Yaratıcılık Bölümü	.476**
Toplam	Akıcılık	.504**
	Esneklik	.554**
	Yaratıcılık Bölümü	.550**

** p<.001

Tablo 18 incelendiğinde MYT'nin problem oluşturma, varsayım oluşturma ve kanıtlama bileşenlerine ait akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanları ile matematik dersi karne notları arasındaki bağıntı katsayılarının (r_{min}=.410 ve $r_{max.}$=.485; p<.001) orta büyüklükte (>.30) olduğu görülmüştür (Cohen, 1988). MYT'den elde edilen toplam puanlar dikkate alındığında ise akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanları ile matematik dersi karne notları arasındaki ilişkinin ($r_{top.\ akı.}$=.504, $r_{top.\ esn.}$=.554, $r_{top.\ y.\ böl.}$=.550; p<.001) yüksek düzeyde (>.50) olduğu bulunmuştur.

MYT ile matematik alanı arasındaki ölçüt geçerliğinin test edilmesine yönelik korelasyon analizi sonuçları ölçeğin ölçüt geçerliğine yönelik bir kanıt olarak değerlendirilmiştir.

Güvenirlik analizleri

MYT'nin güvenirliğinin test edilmesi ve kanıtlanması amacıyla iç tutarlık güvenirlik analizleri ve okuyucular arası güvenirlik analizleri gerçekleştirilmiştir.

MYT'nin İç Tutarlık Güvenirliği

MYT'nin iç tutarlık güvenirliğini belirlemek için öncelikle MYT'nin Cronbach Alpha güvenirlik katsayıları incelenmiştir. 3 alt ölçekten oluşan MYT'nin her bir alt ölçeğinde 2 adet madde yer almakta ve her bir madde için akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanları hesaplanmaktadır. Dolayısıyla yapılan iç tutarlık güvenirlik analizlerinde ölçeğin tamamından ve alt ölçeklerden elde edilen güvenirlik değerleri akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanları bağlamında ayrı ayrı incelenmiştir. Tablo 19'da MYT'nin iç tutarlık analizi bulguları yer almaktadır.

Tablo 19. *MYT madde toplam korelasyonları ve alpha katsayısı analiz sonuçları*

N=880	Puan Türü	Madde	Doğrulanmış Madde-Toplam Korelasyonu	Madde Silindiğinde Cronbach Alpha	Cronbach Alpha Güvenirkik Katsayısı
MYT	Akıcılık	PO1	.607	.803	.831
		PO2	.604	.807	
		VO1	.667	.797	
		VO2	.685	.788	
		K1	.584	.812	
		K2	.572	.811	
	Esneklik	PO1	.500	.755	.780
		PO2	.519	.750	
		VO1	.571	.736	
		VO2	.489	.756	
		K1	.551	.742	
		K2	.546	.743	
	Yaratıcılık Bölümü	PO1	.591	.836	.852
		PO2	.615	.831	
		VO1	.690	.818	
		VO2	.670	.821	
		K1	.626	.829	
		K2	.647	.826	
Problem Oluşturma Alt Ölçeği	Akıcılık	PO1	.649		.783
		PO2	.649		
	Esneklik	VO1	.413		.622
		VO2	.413		
	Yaratıcılık Bölümü	K1	.465		.765
		K2	.465		
Varsayım Oluşturma Alt Ölçeği	Akıcılık	PO1	.623		.809
		PO2	.623		
	Esneklik	VO1	.682		.622
		VO2	.682		
	Yaratıcılık Bölümü	K1	.451		.805
		K2	.451		
Kanıtlama Alt Ölçeği	Akıcılık	PO1	.675		.726
		PO2	.675		
	Esneklik	VO1	.574		.672
		VO2	.574		
	Yaratıcılık Bölümü	K1	.513		.761
		K2	.513		

Tablo 19 incelendiğinde ölçeğin tamamından elde edilen akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanlarının Cronbach Alpha güvenirlik değerlerinin ($\alpha_{akı.}$ =.831; $\alpha_{esn.}$ =.780; $\alpha_{y.böl.}$ =.852) ölçekler için ideal bir değer olarak kabul edilen .70’in üzerinde olduğu görülmüştür (Pallant, 2005, s. 90). Diğer taraftan ölçekten bir madde silindiğinde akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanlarının Cronbach Alpha iç tutarlık katsayılarında negatif yönde bir etki yarattığı görülmüştür. Bu bulgu ölçek maddelerinin tutarlılığının bir göstergesi olarak yorumlanmıştır (Akbulut, 2010, s. 81). Ayrıca doğrulanmış madde toplam korelasyonları dikkate alındığında elde edilen bağıntı değerlerinin .30'un üstünde olması her bir maddenin ait olduğu alt ölçeğin toplam akıcılık, toplam esneklik ve toplam yaratıcılık bölümü puanlarıyla ilişkili olduğunu göstermiştir (Field, 2009, s. 678). Alt ölçeklerin esneklik puanı ($\alpha_{min.}$ =.622 ve $\alpha_{max.}$ =.672) hariç diğer puan türlerindeki Cronbach Alpha değerlerinin ise $\alpha_{k-akıcılık}$ =.726 ve $\alpha_{vo-akıcılık}$ =.809 aralığında değiştiği görülmüştür. Sonuç olarak Cronbach Alpha iç tutarlık güvenirlik analizi bulguları dikkate alındığında her bir maddenin ölçeğin amacına hizmet ettiği düşünülmüştür.

MYT'nin iç tutarlık güvenirlik değerini ortaya koymak için ikinci olarak maddeler arası korelasyon analizleri gerçekleştirilmiştir. Şencan'a göre (2005, s. 121) çok faktörlü ölçeklerde Cronbach Alpha katsayısının yanı sıra maddeler arası korelasyon değerleri de incelenmelidir. Çünkü Cronbach Alpha katsayısı örneklem sayısı, madde sayısı ve maddeler arası korelasyon değerleri ile doğru orantılı iken faktör sayısı ile ters orantılıdır (Akbulut, 2010, s. 80; Urbina, 2004, s. 131). Ayrıca Pallant (2005, s. 6) 10 maddenin altındaki ölçeklerde maddeler arası güvenirlik analizleri bağlamında korelasyon değerlerinin de hesaplanması gerektiğini belirtmektedir. Tablo 20'de MYT için hesaplanan korelasyon katsayıları yer almaktadır.

Tablo 20. *MYT maddeler arası korelasyon katsayıları*

N=880 Puan Türü		**Doğrulanmış Madde Toplam Korelasyonu**	**Maddeler**				
			PO2	**VO1**	**VO2**	**K1**	**K2**
Akıcılık	**PO1**	.607	.649*	.455*	.469*	.393*	.381*
	PO2	.604		.450*	.412*	.380*	.445*
	VO1	.667			.682*	.428*	.417*
	VO2	.685				.481*	.438*
	K1	.584					.574*
	K2	.572					
Esneklik	**PO1**	.500	.465*	.389*	.282*	.295*	.345*
	PO2	.519		.394*	.300*	.344*	.353*
	VO1	.571			.451*	.399	.368*
	VO2	.489				.382*	.324*
	K1	.551					.513*
	K2	.546					

Yaratıcılık Bölümü	**PO1**	.591	.623*	.438*	.420*	.401*	.434*
	PO2	.615		.494*	.433*	.410*	.449*
	VO1	.690			.675*	.500*	.492*
	VO2	.607				.498*	.500*
	K1	.604					.616*
	K2	.667					

* p<.001

Tablo 20 incelendiğinde maddelerin üç puan türündeki korelasyon katsayılarının $r_{min.}$=.282 ile $r_{max.}$=.675 arasında değiştiği görülmüştür. Akıcılık puan türüne göre korelasyon katsayıları $r_{min.}$=.380 ile $r_{max.}$=.649 arasında değişirken, korelasyon katsayılarının ortalamasının ise $r_{ort.}$=.479 olduğu bulunmuştur. Esneklik puan türüne göre korelasyon katsayıları $r_{min.}$=.282 ile $r_{max.}$=.513 arasında değişirken, korelasyon katsayılarının ortalamasının ise $r_{ort.}$=.373 olduğu görülmüştür. Yaratıcılık bölümü puan türüne göre korelasyon katsayıları $r_{min.}$=.401 ile $r_{max.}$=.675 arasında değişirken, korelasyon katsayılarının ortalamasının ise $r_{ort.}$=.492 olduğu bulunmuştur. Clark ve Watson (1995) maddeler arası iç tutarlığı sağlamak için maddeler arası korelasyon katsayılarının ortalamasının .15 ile .50 arasında olması gerektiğini belirtmektedir. Diğer taraftan tabloda yer alan doğrulanmış madde toplam korelasyonu değerleri incelendiğinde, ölçeğin toplam puanı ve ilgili madde çıkarıldıktan sonra elde edilen akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanları arasındaki korelasyon değerlerinin .30'dan yüksek olduğu görülmüştür. Bu bulgu, ölçekte yer alan maddelerin benzer becerileri örneklediğini göstermiştir (Büyüköztürk, 2010, s. 171). Yapılan maddeler arası korelasyon analizleri, elde edilen korelasyon katsayısı değerlerinin de MYT'nin iç tutarlığını desteklediğini ortaya koymuştur.

Ölçeğin iç tutarlık güvenirliğini kanıtlamak için son olarak örneklemde yer alan alt ve üst %27'lik grubun madde analizleri yapılmıştır (Tablo 21.). Büyüköztürk'e göre (2011, s. 171) çok boyutlu yapı gösteren ölçeklerde alt ve üst grupların her bir boyut için tanımlanması ve madde puanlarının karşılaştırılması iç tutarlığın bir göstergesidir. Diğer bir deyişle, her bir madde için gruplar arasında yapılan karşılaştırmalar maddeler arasındaki tutarlılığa yönelik kanıtlar sunmaktadır (Anastasi and Urbina, 1997).

Tablo 21. *Alt-Üst %27'lik gruplarda t-testi sonuçları*

	Puan Türü	Grup	N	X̄	SS	Sd	T	P<	η²
Madde 1 Kare	Akıcılık	Alt %27	237	1.80	1.29	359.432	-19.062	.001	.349
		Üst %27	237	5.21	2.43				
	Esneklik	Alt %27	237	.96	.56	374.120	-14.352	.001	.240
		Üst %27	237	2.03	.99				
	Yaratıcılık Bölümü	Alt %27	237	1.38	.83	404.668	-20.019	.001	.378
		Üst %27	237	3.38	1.28				
Madde 2 Pist	Akıcılık	Alt %27	237	1.07	.97	336.194	-21.160	.001	.389
		Üst %27	237	4.21	2.06				
	Esneklik	Alt %27	237	.82	.66	387.912	-19.854	.001	.344
		Üst %27	237	2.47	1.09				
	Yaratıcılık Bölümü	Alt %27	237	.95	.78	382.857	-23.647	.001	.435
		Üst %27	237	3.32	1.32				
Madde 3 Tek-Çift	Akıcılık	Alt %27	237	1.89	1.66	352.762	-23.030	.001	.419
		Üst %27	237	7.33	3.23				
	Esneklik	Alt %27	237	.84	.52	353.606	-20.875	.001	.382
		Üst %27	237	2.40	1.02				
	Yaratıcılık Bölümü	Alt %27	237	1.31	.91	379.089	-26.224	.001	.502
		Üst %27	237	4.41	1.57				
Madde 4 Ardışık	Akıcılık	Alt %27	237	1.28	1.07	281.895	-22.420	.001	.460
		Üst %27	237	6.52	3.43				
	Esneklik	Alt %27	237	.89	.62	424.433	-19.881	.001	.316
		Üst %27	237	2.30	.88				
	Yaratıcılık Bölümü	Alt %27	237	1.09	.78	361.211	-26.758	.001	.493
		Üst %27	237	3.99	1.47				
Madde 5 Toplama	Akıcılık	Alt %27	237	1.09	.96	400.203	-26.442	.001	.426
		Üst %27	237	4.18	1.51				
	Esneklik	Alt %27	237	.84	.68	452.821	-28.099	.001	.450
		Üst %27	237	2.81	.83				
	Yaratıcılık Bölümü	Alt %27	237	.98	.80	450.850	-30.361	.001	.484
		Üst %27	237	3.51	1.00				
Madde 6 Kibrit	Akıcılık	Alt %27	237	1.69	1.22	414.050	-23.429	.001	.384
		Üst %27	237	5.02	1.81				
	Esneklik	Alt %27	237	1.09	.63	463.240	-23.850	.001	.363
		Üst %27	237	2.59	.72				
	Yaratıcılık Bölümü	Alt %27	237	1.40	.84	465.638	-28.352	.001	.479
		Üst %27	237	3.74	.95				
Toplam	Akıcılık	Alt %27	237	8.81	3.54	309.720	-38.200	.001	.711
		Üst %27	237	32.47	8.85				
	Esneklik	Alt %27	237	5.44	1.92	432.160	-43.218	.001	.724
		Üst %27	237	14.59	2.63				
	Yaratıcılık Bölümü	Alt %27	237	7.13	2.53	393.911	-48.708	.001	.796
		Üst %27	237	22.37	4.09				

Ölçeğin iç tutarlık güvenirliğini kanıtlamak için son olarak örneklemde yer alan alt ve üst %27'lik grubun madde analizleri yapılmıştır (Tablo 21.). Büyüköztürk'e göre (2011, s. 171) çok boyutlu yapı gösteren ölçeklerde alt ve üst grupların her bir boyut için tanımlanması ve madde puanlarının karşılaştırılması iç tutarlığın bir göstergesidir. Diğer bir deyişle, her bir madde için gruplar arasında yapılan karşılaştırmalar maddeler arasındaki tutarlılığa yönelik kanıtlar sunmaktadır (Anastasi and Urbina, 1997). Bu nedenle, öncelikle katılımcılar akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanlarına göre alt ve üst %27'lik gruplara ayrılmış, daha sonra madde ortalama puanları arasındaki farklar bağımsız örneklemler t-testi kullanılarak değerlendirilmiştir. Üst ve alt %27'lik grupta yer alan katılımcıların (237+237=474 katılımcı) ürettiği yanıtlara göre her bir madde için hesaplanan akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanı ortalamalarının üst grupların lehine farklılaştığı görülmüştür. Gruplar arasındaki bu farklılaşmanın anlamlı olup olmadığının değerlendirilmesi amacıyla bağımsız örneklemler t-testi analizi gerçekleştirilmiştir. Ancak t-testinde toplam 18 (6 madde x 3 farklı puan türü) karşılaştırma yapıldığından, aynı veri setinde aynı grupla birden çok karşılaştırmanın yaratacağı tip 1 hatadan kaçınmak için bonferonni uyarlaması yapılmıştır (Huck, 2012, s. 782). Bu sebeple t-testi karşılaştırmalarında anlamlılık değeri .003 (.05/18 karşılaştırma) olarak belirlenmiştir. Alt %27 ve üst %27'lik grupta yer alan katılımcılarım t-testi sonuçları Tablo 21'de yer almaktadır.

Tablo 21 incelendiğinde üst %27 ve alt %27'lik gruplarda tüm maddelerin akıcılık, esneklik ve yaratıcılık puan türlerinden elde edilen ortalamalar arasındaki farkın anlamlı olduğu ($p>.001$) görülmüştür. Yapılan etki büyüklüğü ölçümlerinde ise tüm maddelerin etki büyüklüklerinin .14'den yüksek olması, gruplar arasındaki istatistiksel farklılığın kuram ve uygulamada da önemli olduğunu göstermiştir. Ayrıca gruplar arasındaki anlamlı farklar, MYT'nin matematik alanında üst düzeydeki yaratıcı grubu ile alt düzeydeki grubu ayırt edebildiğini göstermiştir.

MYT'nin iç tutarlığının test edilmesi amacıyla Cronbach Alpha, korelasyon ve t-testi analizleri yapılmıştır. Bu analizlerden elde edilen sonuçların tamamının ise ideal sınırlar arasında yer aldığı bulunmuştur. Yapılan farklı analizlerden elde edilen bulguların birbirine paralel olması ölçeğin iç tutarlık güvenirliğine yönelik çoklu kanıtlar sunmuştur.

MYT'nin Okuyucular Arası Güvenirliği

MYT açık uçlu maddelerden oluşan çoğul düşünmeye dayalı bir kalem-kâğıt ölçeğidir. Ölçekte yer alan her bir madde için toplam doğru sayısına göre akıcılık, kategorilerin sayısına göre esneklik ve bu puan türünün bir algoritma altında birleşmesiyle yaratıcılık bölümü puanları elde edilmektedir.

Okuyucu, madde cevap havuzunda yer alan maddeleri ve maddelerin ait olduğu kategorileri temel alarak katılımcıların yanıtlarını puanlamaktadır. Tabi her bir yanıtı yanıt havuzuna eklemek mümkün olmamaktadır. Ancak birbirine çok benzeyen temel yanıtlar çoğu cevap havuzunda yer almaktadır. Dolayısıyla ölçek maddelerinin puanlanması aşamasında tüm yanıtların listelenememesinden kaynaklı, puanlama problemleri yaşanabileceği ön görülmektedir. Bu öngörüden hareketle okuyucuların puanlarındaki tutarlılık düzeyi araştırılmıştır.

Okuyucuların puanlarındaki tutarlılık düzeyi okuyucular arası güvenirlik (inter-scorer reliability-IRR) analizleri ile belirlenmiştir. Okuyucular arası güvenirlik, okuyucular tarafından yapılan değerlendirmeler neticesinde elde edilen puanların benzerliğinin derecesi anlamına gelmektedir (Henning, 1993). MYT'nin okuyucular arası güvenirlik çalışması, örneklemden rastgele seçilen 100 (23-5.sınıf, 26-6.sınıf, 28-7.sınıf, 23-8.sınıf) öğrencinin kitapçıklarının, araştırmacının dışında farklı bir okuyucu tarafından da değerlendirilmesi yoluyla gerçekleştirilmiştir. Okuyucu, daha önce çoğul düşünme ölçeği değerlendiren uygulayıcılar arasından seçilmiştir. Okuyucular katılımcıların kitapçıklarını birbirlerinden bağımsız olarak puanlamışlardır. Sonrasında elde edilen veriler ile sınıf içi korelasyon (intra-class correlations-ICC) analizi gerçekleştirilmiştir. Tablo 22'de ölçeğin okuyucular arası güvenirlik değerleri yer almaktadır.

Tablo 22 incelendiğinde madde bazında ve ölçeğin toplam puanlarında sınıf içi korelasyon değerlerinin .954 ve .966 arasında değiştiği görülmüştür. Cicchetti ve Sparrow'a göre (1990) sınıf içi korelasyon değerleri .90 ve üstünde olduğunda ölçeğin okuyucular arası güvenirliği yüksek düzeydedir. Bu bulgulara dayanarak okuyucular arası güvenirlik bakımından da ölçeğin güvenilir olduğu bulunmuştur.

Tablo 22. *MYT'nin okuyucular arası güvenirlik sonuçları*

Madde	**Puan Türü**	r_{ICC}	**F**	**sd**	**P<**
Madde 1 Kare	Akıcılık	.994	159.904	99	.001
	Esneklik	.976	41.525	99	.001
	Yaratıcılık Bölümü	.989	87.485	99	.001
Madde 2 Pist	Akıcılık	.996	280.925	99	.001
	Esneklik	.988	82.725	99	.001
	Yaratıcılık Bölümü	.994	162.133	99	.001
Madde 3 Tek-Çift	Akıcılık	.993	137.021	99	.001
	Esneklik	.958	23.695	99	.001
	Yaratıcılık Bölümü	.982	55.301	99	.001

Madde 4 Ardışık	Akıcılık	.996	226.705	99	.001
	Esneklik	.968	31.176	99	.001
	Yaratıcılık Bölümü	.991	109.849	99	.001
Madde 5 Toplama	Akıcılık	.973	36.461	99	.001
	Esneklik	.957	23.037	99	.001
	Yaratıcılık Bölümü	.969	31.754	99	.001
Madde 6 Kibrit	Akıcılık	.984	61.172	99	.001
	Esneklik	.954	21.509	99	.001
	Yaratıcılık Bölümü	.973	36.471	99	.001
Toplam	Akıcılık	.991	116.887	99	.001
	Esneklik	.981	52.106	99	.001
	Yaratıcılık Bölümü	.988	83.282	99	.001

BÖLÜM 5

MYT'NİN PSİKOMETRİK ÖZELLİKLERİNE İLİŞKİN TARTIŞMA VE SONUÇ

MYT'Nİn Geçerliğine Yönelik Tartışma ve Sonuç

MYT'nin geçerliğine ilişkin tartışmalar ölçeğin yapı geçerliği ve ölçüt geçerliği kapsamında yapılmıştır.

MYT'nin Yapı Geçerliği İle İlgili Tartışma ve Sonuç

Matematiksel yaratıcılık becerisini ölçmede kullanılacak bir ölçme aracı geliştirmek amacıyla yürütülen çalışmaya, ölçeğin kavramsallaştırılması ve kuramsal çerçevesinin çizilmesi ile başlanmıştır. Ölçeğin kuramsal yapısı Matematiksel Düşünme Modeli-MDM'nde (Nickerson, 2010) yer alan dört bileşenin (problem, örüntü, varsayım, kanıt) üçüne odaklanmıştır. MYT'nin MDM'nde odaklandığı bu bileşenler problem, varsayım ve kanıt bileşenleridir. Kuramsal çerçeveye örüntü bileşeninin dahil edilmemesinin sebebi alanyazın incelendiğinde örüntülerin çoğunlukla kanıtlama sürecindeki araçlar (Wolf, 1998; Balachef, 1988; Küchemann and Hoyles, 2009) olarak ele alınmasından kaynaklanmaktadır. Modelin problem bileşeni ise problem oluşturma ve problem çözme olmak üzere iki alt bileşenden oluşmaktadır. MYT'nin bu alt bileşenlerden problem oluşturma bileşenlerine odaklanmasının sebebi problem oluşturma becerisinin matematiksel yaratıcılığı yordamada önemli bir bileşen (Yuan and Sriraman, 2011; Singer, Pelczer and Voica, 2011; Leung, 1997) olarak görülmesinden kaynaklanmaktadır. Bu bağlamda MYT'nin kuramsal çerçevesi MDM'de yer alan bileşenlerden problem oluşturma, varsayım oluşturma ve kanıtlama becerilerini içermektedir.

MYT'nin kuramsal çerçevesinin uygunluğunu belirlemek amacıyla yapı geçerliği analizleri gerçekleştirilmiştir. Ölçeğin yapı geçerliğini test etmek için AFA ve DFA yapılmıştır. Öncelikle yapılan yapı geçerliği analizlerinin akıcılık puanı üzerinden elde edildiğini belirtmekte fayda vardır. Çünkü maddelerden elde edilen esneklik ve yaratıcılık bölümü puanlarının kaynağı akıcılık puanlarıdır. Alanyazın incelendiğinde sınırlı sayıda faktör analizi çalışması ile karşılaşılmış ve yapılan faktör analizi çalışmalarında ise genellikle akıcılık, esneklik ve orijinallik puanlarının toplamının kullanıldığı (Akgül, 2014; Balka, 1984) görülmüştür.

Pilot araştırmadan elde edilen verilerle yapılan AFA sonunda 10 maddeden oluşan ölçek 6 maddeye düşürülmüştür. AFA sonunda teorik olarak tanımlanan maddelerin kendi faktörleri altında toplandığı ve kuramsal çerçevenin önerdiği 3 faktörlü yapıyı desteklediği bulgusu elde edilmiştir. Ayrıca belirlenen üç faktörün varyansa yaptıkları toplam katkının ise % 63.36 olduğu görülmüştür. Bu değer sosyal bilimlerde ideal olarak belirlenen %40-%60 barajının üzerindedir (Dunteman, 1989). Diğer taraftan maddelerin faktör yük değerlerinin ise $\lambda_{min.}$ =.46 ile $\lambda_{max.}$ =.98 arasında değişmesi maddelerin temsil ettikleri faktörleri açıkladığını göstermiştir (Çokluk, Şekercioğlu, Büyüköztürk, 2012, s. 194). Toplam varyans ve faktör yük değerleri dikkate alındığında teorik olarak önerilen 3 faktörlü yapının deneysel olarak da desteklendiği görülmüştür.

MYT'nin yapı geçerliğini test etmek amacıyla yapılan bir diğer analiz ise DFA'dır. DFA ise asıl uygulamadan elde edilen verilerle gerçekleştirilmiştir. Ölçeğin kuramsal yapısının doğrulanıp doğrulanmadığını değerlendirmek amacıyla gerçekleştirilen DFA sonunda uyum iyiliği istatistiklerinin kabul düzeylerinin *mükemmel uyum* sınırları içinde olduğu bulunmuştur. Bunun nedeni ölçeğin ön deneme ve pilot uygulamalarında hem istatistiksel hem de uygulamaya dönük çalışmaların beraber yürütülmesi olabilir. Teori ve pratik arasında paralel yürütülen bu çalışmalarda ölçek maddeleri tekrar tekrar revize edilmiştir. Örneğin, MYT'nin ön deneme aşamasında akıcılık puanları üzerinden elde edilen maddelerin ortalamalarının ($\bar{X}_{min}$=.81, SS=1.39 ve $\bar{X}_{max.}$=2.92, SS=2.46) genellikle 1 ile 2 arasında değiştiği bulunmuştur. Başlangıç kriteri olarak *açık uçluluk* bağlamında öğrencilerin her bir maddeye 1'den fazla yanıt üretmesi gerektiği ön koşul olarak belirlendiğinde ve bu değerin maddenin anlaşılırlığına yönelik bir işaretçi olduğu varsayıldığında, öğrencilerin maddeleri anlamada güçlük çektikleri istatistiksel olarak ortaya koyulmuştur. Diğer taraftan ölçeğin uygulanması esnasında öğrencilerden gelen sorular ve öğrencilerle gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmelerde bu maddelerin anlaşılırlığının düşük ve zor maddeler olduğu tespit edilmiştir. Madde ortalamalarının düşüklüğünden ve nitel verilerden hareketle maddenin anlaşılırlığına yönelik biçimsel ve içeriksel revizyonların ardından MYT'nin asıl uygulamasında öğrencilerin maddelere verdiklerin yanıtların ortalamalarının yükseldiği ve ortalamaların en az 2 olduğu bulunmuştur ($\bar{X}_{min}$=2.52, SS=1.86 ve $\bar{X}_{max.}$=4.37, SS=3.11).

Uluslararası literatür incelendiğinde matematiksel yaratıcılığın ölçümü için geliştirilen çoğul düşünme testlerinde (MYT kağıt-kaleme dayalı çoğul düşünme testidir) ya ölçeğin yapı geçerliği analizlerinin yapılmadığı (Evans, 1964; Jensen, 1973) veya ölçeğin yapı geçerliğini test etmek amacıyla sadece AFA'ya odaklanıldığı (Balka, 1974) ya da sadece tahmin ve uyum geçerliğine yönelik geçerlik kanıtlarının (Haylock, 1984; Leikin and Lev, 2013; Leung, 1997; Sarouphim, 1999; Singh, 1987) sunulduğu görülmektedir. Bunun nedeni, ölçek geliştirme süreçlerinde farklı modellerden beslenilmesi (DeVellis, 2012) ya da ölçeğin maddelerine odaklanılması olabilir. Bu çalışmada yapı geçerliğinin testi için AFA gerçekleştirildiğinden, alanyazında AFA bulgularını ortaya koyan araştırmaları incelemekte fayda görülmektedir.

Yukarıda bahsedildiği üzere alanyazın incelendiğinde yapı geçerliğini test eden sınırlı sayıda matematiksel yaratıcılık ölçeği ile karşılaşılmaktadır. Balka (1974) matematik alanında yaratıcı yeteneği ölçmek amacıyla geliştirdiği CAMT'ın yapı geçerliğini ortaya koymak amacıyla sadece temel bileşenler analizi (PCA) uygulamıştır. Yapılan analizler problem çözmeye dönük 2 faktörlü yapının olduğunu ortaya koymuştur. Bu faktörler çoğul ve tekil düşünme faktörleri olarak belirlenmiştir. Faktörlerin açıkladığı varyansın ise %48.4 olduğu görülmektedir.

Matematiksel yaratıcılık ölçeği geliştirme esnasında ölçeğin yapı geçerliğini AFA ve DFA ile test eden bir diğer çalışma ise Akgül'ün (2014) çalışmasıdır. Çalışma matematik alanında özel yetenekli ortaöğretim öğrencileriyle gerçekleştirilmiş, çalışmada özel yetenekli öğrencilerin matematik yaratıcılıkları, matematik öz-yeterlikleri, matematik dersi üstbiliş becerileri ve matematik başarıları arasındaki ilişki incelenmiştir. Ölçeğin yapı geçerliği kanıtı olarak AFA'dan yararlanılmıştır. Açık uçlu maddelerden oluşan çoğul düşünme testinde ölçek maddelerinin puanlaması akıcılık, esneklik ve orijinallik puanları üzerinden gerçekleştirilmiş ve matematiksel yaratıcılık puanı sözü edilen puanların toplamıyla elde edilmiştir. 297 öğrenci ile gerçekleştirilen AFA sonunda tek faktörlü bir yapı elde edilmiş ve ölçek maddelerinin açıkladığı toplam varyansın %42 olduğu bulunmuştur. Faktör yük değerlerinin .60'ın üzerinde değerler alması ölçek maddelerinin faktörle yeterince güçlü bir ilişki içinde olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak matematiksel yaratıcılığın belirlenmesi amacıyla geliştirilen MYT'nin AFA'dan elde edilen bulgularla kuramsal modelinin desteklendiği, DFA'dan elde edilen bulgularla ise kuramsal modelinin doğrulandığı söylenebilir.

MYT'nin Ölçüt Geçerliği İle İlgili Tartışma ve Sonuç

MYT'nin ölçüt geçerliği çalışmaları MYT'nin farklı sınıf seviyesindeki öğrencileri ayırt etme düzeyi, matematik alanında yetenekli olan öğrencileri ayırt etme düzeyi ve matematik başarısı ile uyumu çerçevesinde üç başlıkta gerçekleştirilmiştir.

MYT'nin farklı sınıf düzeyindeki öğrencileri ayırt ediciliği ile ilgili tartışma ve sonuç

MYT'nin ölçüt geçerliğini test etmek için öncelikle 5., 6., 7. ve 8. sınıf düzeyindeki öğrencilerin puanları ile sınıflar arası ayırt edicilik analizleri gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla MYT'den elde edilen akıcılık, esneklik, yaratıcılık bölümü puanları ve testin 3 puan türünden elde edilen toplam puanları ile bağımsız gruplar için tek yönlü varyans analizi (oneway ANOVA) gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizde her bir maddeye üretilen yanıtların ortalamaları arasında farklılığın olduğu bulunmuştur. Sınıflar arası bu farkın anlamlı olup olmadığı ise tek yönlü ANOVA ile test edilmiştir.

ANOVA testi sonuçları incelendiğinde, MYT'nin alt ölçeklerine ait puanların ve ölçeğin tamamından elde edilen toplam puanların akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puan türü ortalamalarının sınıflar arasında anlamlı farklılıklar yarattığı bulunmuştur. Farklılıkların hangi sınıflar arasında olduğunu incelemek için yapılan post-hoc testleri ve ortalama karşılaştırmalarında genellikle yaş düzeyi arttıkça tüm puan türlerindeki ortalamaların üst sınıfların lehine olduğu bulunmuştur. Bu bulgu alanyazında yer alan diğer matematiksel yaratıcılık testlerinin ölçüt geçerliği çalışmaları incelendiğinde, MYT'nin ayırt edicilik geçerliğinin yüksek olduğunu ortaya koymaktadır (Bahar and Maker, 2011; Kim, Cho and Ahn, 2003; Sak and Maker, 2006). Ancak diğer taraftan sınıflar arası farklılıkların kimi puan türlerinde tutarsız sonuçlar ürettiği de (5. ve 6. sınıflarda varsayım oluşturma alt ölçeği akıcılık puanı ortalamaları arasındaki fark anlamlı olmamakla birlikte 5. sınıflar lehine, 7. ve 8. sınıflarda kanıtlama alt ölçeği esneklik ve yaratıcılık bölümü puanı ortalamaları arasındaki fark anlamlı olmamakla birlikte 7. sınıflar lehine) saptanmıştır. Problem oluşturma alt ölçeği dikkate alındığında 5-6., 6-7., 7-8. sınıfların ortalamaları arasındaki farkların akıcılık puan türünde anlamlı olmadığı bulunmuştur. Varsayım oluşturma alt ölçeği dikkate alındığında ise üç puan türünde de 5-6. sınıflar ve akıcılık puan türünde 7-8. sınıflar arasında sınıfların ortalamaları arasındaki farkların anlamlı olmadığı ve 5-6. sınıflar arasında ortalamaların 5. sınıfların lehine olduğu görülmüştür. Kanıtlama becerisi dikkate alındığında ise yine akıcılık puan türünde 5-6. sınıflar arasındaki farkların anlamlı olmadığı bulunmuştur. Ayrıca kanıtlama alt ölçeğinde tüm puan türlerindeki ortalamaların 7-8'ler arasında anlamlı olmadığı ve esneklik ve yaratıcılık bölümü puan türlerinde 7. sınıfların lehine olduğu bulunmuştur. Toplam puanlar dikkate alındığında ise 5-6. ve 7-8. sınıfların arasındaki farkların akıcılık puan türünde anlamlı olmadığı bulunmuştur. Araştırmanın sözü edilen bulguları temelinde yapılan alanyazın incelemesinde yaşın matematiksel yaratıcılıkta ayırt edici bir değişken olmadığını ortaya koyan araştırmaların (Hall, 2009; Sarouphim, 2001) varlığından bahsedilebilir. Bu nedenle farklı sonuçlar üreten farklı ampirik çalışmaların incelenmesinde fayda görülmektedir.

Ampirik çalışmalar incelendiğinde farklı araştırmaların farklı bulgular ortaya koyduğu görülmektedir. Sak ve Maker'ın (2009) 841 kişilik örneklem grubu ile yaptığı çalışmada ilköğretim düzeyinde sınıflar arasında matematiksel yaratıcılık puanı ortalamalarının üst sınıfların lehine olduğu görülmüştür. Özellikle matematik bilgisi kontrol edildiğinde öğrencilerin akıcılık ve akıcılık-esneklik-detaylandırma puanı toplamının üst sınıflarda anlamlı bir şekilde farklılaştığı görülmüştür. Bir diğer ampirik araştırmada Kim, Cho ve Ahn (2003) matematiksel yaratıcılığı ölçmek amacıyla Matematiksel Problem Çözme Yeteneği Testi (MPCSAT) geliştirmiş ve geçerlik çalışmaları kapsamında sınıflar arası ayırt edicilik analizleri gerçekleştirmiştir. Hem açık uçlu hem de kapalı uçlu maddelerin yer aldığı ölçekten her iki problem türünde de elde edilen puan ortalamalarının sınıf düzeyi arttıkça arttığı görülmüştür. Diğer taraftan Hall'ın (2009) 170 altıncı ve yedinci sınıf öğrencisi ile yaptığı çalışmada, öğrencilerin matematiksel yaratıcılık düzeyleri problem çözmede çoklu yöntemlerin kullanıldığı bir ölçekle belirlenmiştir. Öğrencilerin ürettikleri çoklu çözümlerin düzeyinde ve sayısında sınıf düzeyi açısından bir farklılığın olmadığı sonucu saptanmıştır. Hall'ın çalışması ile benzer bulguları ortaya koyan Sarouphim (1999) anasınıfı, iki, dört ve beşinci sınıf düzeyindeki 257 öğrenci ile gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını DISCOVER değerlendirme ölçeği ile belirlemeye çalışmıştır. Yapılan analizlerde öğrencilerin yaş düzeyine bağlı olarak matematiksel yaratıcılıklarının farklılaşmadığı bulunmuştur.

Alanyazın kuramsal açıdan incelendiğinde de iki farklı görüş ile karşılaşılmaktadır. Amabile'ın Bileşensel Yaratıcılık Kuramı'nda yaş değişkeni ile bağlantılı olarak alan bilgisinin yaratıcılığın ortaya çıkması için olmazsa olmaz bir bileşen olduğu belirtilmektedir. Ancak diğer taraftan Simonton (1983, s. 149) ise yaratıcılık ve formal eğitim arasındaki ilişkinin doğrusal değil ters U şeklinde parabolik bir yapıda olduğunu iddia etmektedir. Simonton yaptığı araştırmada 1450 ve 1850 yılları arasında yaşamış 300 önemli bilim insanının hayatını formal eğitim alıp almamalarına göre kategorize etmiştir. Bilim insanları arasında formal eğitim alanların (yüksek lisans da dahil olmak üzere) elde ettiği yüksek bilgi seviyesinin yaratıcılıkta negatif etki yaptığı bulunmuştur. Bu bağlamda alana özgü bilgi düzeyi ve yaratıcılık arasındaki ilişkinin yönü ile ilgili farklı görüşlerin olduğu söylenebilir. Farklılıkların temel nedeninin ise yaratıcılığın doğasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Ervynck'e göre (1991, s.42) yaratıcılık bir fanusun içinde değil çeşitli faktörlerin (çevresel, eğitsel, zihinsel, vb.) bir araya gelmesiyle ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla yaratıcılığı tek bir faktör ile açıklamaktansa bağlamı içinde düşünmekte fayda vardır.

Elde edilen verilerle ilgili olarak özellikle 7. ve 8. sınıfların alt ölçekler bağlamında (problem oluşturma, varsayım oluşturma ve kanıtlama) ortalamaları arasındaki farkların anlamlı olmaması ya da hem anlamlı olmayıp hem de 7. sınıfların lehine olması literatürde "*eight-grade cliff / sekizinci sınıf uçurumu*" olarak adlandırılan kavramla ilişkilendirilebilir. Amerikan öğrencilerinin başarılarının dördüncü sınıfta (*fourth grade slump/ dördüncü sınıf düşüşü*) düştüğü ve bunun çeşitli sebeplerinin olduğu önemli bir araştırma başlığı olarak literatürde yer almaktadır (Tompkins, 1994). Sözü edilen bu sebeplerden ilki, eğitim materyalleri olan kitapların içeriği, ikincisi ise ders öğretmenlerinin akademik tutumlarıdır. Okul kitaplarında yer alan akademik bilginin basitten karmaşığa doğru düzenlenmesi gerekirken, doğrudan içeriğe özgü kavramlardan, kelimelerden, grafiklerden, tablolardan oluşması öğrencilerin en temel bilgi kaynakları olan ders kitaplarına mesafeli yaklaşmasına sebep olmaktadır. Çünkü kelime bilgisi okuduğunu anlama ile doğrudan ilişkilidir (Anderson and Freebody, 1981). Diğer taraftan ilkokul seviyesindeki öğrenciler problem çözmede çok daha fazla açıklamaya, kelime öğrenme aşamasında ise daha çok deneyim ve etkinlik temelli uygulamalara ve akademik sorularının yanıtlanmasına ihtiyaç duymaktadır (Sanacore and Palumbo, 2008). İlköğretimin son kademesinde ve ortaokul dönemindeki öğretmenlerin bakış açısı ise bu ihtiyaçların sadece ilkokul yıllarında karşılanabileceği ve sözü edilen ihtiyaçların karşılanmasında sorumluluğun ilkokul öğretmenine ait olduğu yönündedir. Bu durum ise öğrencilerin akademik başarıları üzerinde dördüncü sınıf düşüşüne ve sekizinci sınıf uçurumuna sebep olmaktadır (Sanacore and Palumbo, 2008). Amerikan eğitim sistemi içinde yaşanan bu sorunun ülkemizdeki yansıması da benzerlik gösterebilir. Çünkü ortaokul seviyesinde öğrencilerin okuma, yazma, anladığını yorumlama gibi beceriler bağlamında hazır bulunuşluğunun var olduğu düşünülerek farklı disiplinlerde disipline özgü akademik eğitim sunulmaktadır. Bu durum ise temeli sağlam olmayan bir binanın üstüne tuğla koymaya benzemektedir. Öğrencinin temel bilgi düzeyi eşitlenmeden özellikle matematik dersi bağlamında yeni kazanımların elde edilmesi oldukça güçtür. Dolayısıyla özellikle bu çalışma kapsamında matematikte 7. ve 8. sınıflar arasındaki farkın bir sebebinin sekizinci sınıf uçurumu ile ilişkili olduğu düşünülebilir.

Diğer taraftan 7. ve 8. sınıfların alt ölçekler bağlamında ortalamaları arasındaki farkların manidar olmaması ya da hem manidar olmayıp hem de 7. sınıfların lehine olmasının nedeni liselere giriş sınav kaygısı ile ilgili olabilir. Sekizinci sınıfların "Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş" (TEOG) olarak adlandırılan sınavda, başarılı olabilmek için stres yaşadıkları ve bu stresin de matematik başarısını olumsuz yönde etkilediği düşünülmektedir. Kesici ve Aşılıoğlu (2017) sekizinci sınıf düzeyindeki 985 öğrenci ile yaptıkları araştırmada, öğrencilerin matematiğe yönelik kaygı, tutum ve motivasyonları ile TEOG sınavları öncesi stres düzeylerini belirlemek amacıyla matematik başarısını yordayan değişkenleri belirlemeye çalışmışlardır. Bu amaçla çalışmalarında dört farklı ölçek kullanmışlardır: "Matematik Kaygısı Ölçeği", "Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği", "Matematik Motivasyon Ölçeği" ve "Stres Ölçeği". Ölçeklerden elde edilen veriler ışığında, matematik kaygısının matematik başarısını olumsuz etkilediği bulunmuştur. Özellikle öğrencilerin 8. sınıf döneminde kaygı düzeylerinin yüksek olduğu dikkate alındığında, MYT'nin sekizinci sınıf uygulamalarında öğrencilerin MYT maddelerinin yanıtlama sürecini olumsuz yönde etkilediği düşünülebilir.

MYT'nin ayırt edicilik geçerliğine yönelik farklı bulguların (*problem oluşturma alt ölçeğinde 5-6., 6-7. sınıflar; varsayım oluşturma alt ölçeğinde 7-8. ve 5-6. sınıflar -5'ler lehine-, kanıtlama alt ölçeğinde 5-6., 7-8. sınıflar ve ölçeğin toplamında 5-6. ve 7-8. sınıflar arasında anlamlı bir farklılık yok*) elde edilmesinde akıcılığın kirletici etkisinin rol oynadığı da düşünülmektedir. Kaufman, Plucker ve Baer (2008) akıcılık puanlarının yaratıcılık çalışmalarında kirletici etkisinin olabileceğini ve kontrol edilmesi gerektiğini belirtmektedir. Çünkü akıcılık üretilen doğru sayısı olarak kabul edildiğinde birbirinin çok benzeri cevapların da yaratıcılık puanlarında şişirilmiş bir artışa sebep olduğu görülmektedir (Seddon, 1983). Bu çalışmada MYT'nin sınıflar arası ayırt ediciliğinin akıcılık, esneklik, yaratıcılık bölümü puanlarının ortalamaları karşılaştırılarak yapıldığı daha önce belirtilmişti. Sınıflar arasındaki farklar dikkate alındığında üç alt ölçekte de anlamlı çıkmayan ya da hem anlamlı olmayıp hem de alt sınıfların lehine çıkan değerlerin genellikle akıcılık puanları ile ilgili olması, akıcılığın kirletici etkisinin bir kanıtı olarak değerlendirilebilir. Nitekim akıcılığın kirletici etkisini ortadan kaldırmak için bu çalışmada yaratıcılık bölümü puanı öğrencilerin üç puan türünden biri olarak kullanılmıştır (Bkz. Snyder vd., 2004). Bu bağlamda farklı sınıf düzeylerinde akıcılık puanları üzerinden elde edilen ve istatistiksel olarak anlamlı olmayan bu değerlerin, yaratıcılık bölümü puanlarında anlamlı farklılıklar yarattığı görülmüştür (Bkz. Tablo 4.5). Bu nedenle puanlamada tercih edilen yöntemin tutarlı sonuçlar ürettiği söylenebilir.

Ölçeğin geneli dikkate alındığında ise ölçeğin tamamından elde edilen ortalamalar arası farkların sınıflar arasında anlamlı farklılıklar ortaya koyduğu bulunmuştur. Özellikle sınıflar arasındaki farkların istatistiksel olarak anlamlı olduğu sonuçlarda (η^2) etki büyüklüğü değerlerinin çoğunluğunun .06'nın üstünde ve .14'ün üstünde değerler alması, sınıflar arası ayırt edicilik çalışmalarının kuram ve uygulamada orta ve yüksek düzeyde etki yarattığı şeklinde yorumlanmıştır (Huck, 2012, s. 223). Bu yönüyle bakıldığında MYT'nin farklı sınıf düzeyindeki öğrencileri matematiksel yaratıcılık düzeyi bağlamında ayırt edebildiği söylenebilir.

MYT'nin matematik başarısıyla uyumu ile ilgili tartışma ve sonuç

MYT'nin ölçüt geçerliğini test etmek için son olarak matematiksel yaratıcılığın matematik başarısı ile uyumu incelenmiştir. Bu amaçla matematik dersine ait karne notları ile MYT puanları arasındaki ilişki incelenmiştir. Yapılan korelasyon analizinde katılımcıların güz dönemi matematik dersi karne notları ile MYT'den elde edilen akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanları arasındaki bağıntının ($r_{top.\ akı.}$=.504, $r_{top.\ esn.}$=.554, $r_{top.\ y.\ böl.}$=.550; $p<.001$) yüksek düzeyde (>.50) olduğu bulunmuştur (Cohen, 1988).

Matematiksel yaratıcılık ile matematik başarısı arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmalarda da iki değişken arasında anlamlı bir ilişkinin olduğu bulunmuştur (Almegta, 1997'den aktaran Sak and Maker, (2005), Bahar and Maker, 2011; Kim, Cho and Ahn, 2003 , Pitta-Pantazi vd., 2011). Yapılan çalışmalarda matematik başarısı ile matematiksel yaratıcılık arasında ortaya koyulan ilişkinin $r_{min.}$=.31 ile $r_{max.}$=.58 aralığında olduğu görülmüştür. MYT'den elde edilen korelasyon bağıntıları göz önünde bulundurulduğunda elde edilen uyum katsayılarının alanyazın ile benzer bulgular ortaya koyduğu bulunmuştur. Diğer bir deyişle alana özgü yaratıcılıkta alan bilgisinin önemli bir bileşen olduğu düşünüldüğünde (Amabile, 1983), MYT ölçeği ile elde edilen bulgular da matematiksel yaratıcılıkta matematik başarısının önemli bir bileşen olduğu hipotezini desteklemiştir.

MYT'nin Güvenirliği İle İlgili Tartışma ve Sonuç

MYT'nin güvenirlik çalışmaları iç tutarlık güvenirliği ve okuyucular arası güvenirlik çalışmaları ile yapılmıştır.

MYT'nin İç Tutarlık Güvenirliği İle İlgili Tartışma ve Sonuç

Psikometrik testlerde -özellikle zekâ ve yetenek testlerinde- ölçeğin ölçümünün homojenliğinin bir kanıtı olarak iç tutarlığı sunulmalıdır (Anastasi and Urbina, 1997, s. 129). Ölçeğin tamamından elde edilen akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanları ile ilişkili Cronbach Alpha güvenirlik değerleri ($\alpha_{akı.}$ =.831; $\alpha_{esn.}$ =.780; $\alpha_{y.böl.}$ =.852) ideal olarak kabul edilen .70'in üzerindedir (Pallant, 2005, s. 90). Alt ölçekler dikkate alındığında ise sadece esneklik puan türü ($\alpha_{problem\ o.}$ =.622; $\alpha_{varsayım\ o.} = .622$; $\alpha_{yaratıcılık\ b.}$ =.672) hariç, diğer puan türlerine ait alpha güvenirlik değerleri de .70'in üzerindedir.

MYT'nin geliştirilme aşamasında pilot uygulama sonrasında ölçeğe yönelik uzman görüşleri ve uygulama gözlemlerine dayalı olarak, ölçeğin tamamında revizyonlar gerçekleştirilmiştir. Maddelerin tamamına yönelik yapılan bu revizyonların ölçeğin genelinde olumlu bir etki yarattığı söylenebilir. Çünkü madde sayısına duyarlı bir ölçüm olan alpha güvenirlik değeri (Pallant, 2005, s. 6) çalışmanın pilot uygulamasında akıcılık puanlarına göre $\alpha =$.73 iken, asıl uygulamada $\alpha =$.83'e yükselmiştir. Alpha değerinin yükselmesinde sadece yapılan revizyonların değil elbette asıl uygulamadaki örneklem büyüklüğünün (Akbulut, 2010, s. 80) de etkisi olabilir. Diğer taraftan pilot uygulamadan elde edilen verilerle yapılan güvenirlik analizlerinde alt ölçekler arasından varsayım oluşturma alt ölçeğinin akıcılık puanına dayalı Cronbach Alpha güvenirlik değeri $\alpha_{\text{varsayım o.}}$=.65 iken, asıl uygulamada $\alpha_{\text{varsayım o.}}$=.809'a yükselmiştir. Dolayısıyla pilot uygulamadaki revizyonların varsayım oluşturma alt ölçeğinde de iç tutarlığa yönelik olumlu etki yarattığı söylenebilir.

Alanyazında matematiksel yaratıcılığın belirlenmesi için geliştirilen matematiksel yaratıcılık testlerinin (Balka, 1974; Getzels and Jackson, 1962; Kim, Cho and Ahn, 2003; Mann, 2005; Pham, 2014; Prouse, 1964; Sarouphim, 1999) Cronbach Alpha güvenirlik değerlerinin .55 ile .92 arasında değiştiği görülmektedir. Büyüköztürk'e göre (2011) psikolojik testler için hesaplanan güvenirlik katsayısının .70 ve üstünde olması yeterlidir. Ancak bireyleri seçmek ve sınıflandırmak için kullanılacak testlerin güvenirlik katsayısının çok daha yüksek olması gerekmektedir. Hem alanyazında kullanılan diğer ölçeklerin güvenirlik değerleri hem de ölçekler için belirlenen istatistiksel kabul düzeyi dikkate alındığında MYT'nin iç tutarlık güvenirlik değerleri kabul edilebilir sınırlar içindedir. Özellikle öğrencilerin tanılanmasında MYT'den elde edilen üç puan türü arasından yaratıcılık bölümü puan türüne göre öğrencilerin matematiksel yetenek seviyelerinin belirlendiği düşünüldüğünde ($\alpha_{\text{y.böl.}} =$.852), ölçeğin ortaya koyduğu iç tutarlık güvenirliğinin yüksek düzeyde olduğu söylenebilir.

MYT'nin iç tutarlık güvenirliğinin bir diğer göstergesi olarak elde edilen maddeler arası korelasyon katsayıları ve korelasyon katsayılarının ortalaması da incelenmiştir. Bu bağlamda maddelerin üç puan türündeki korelasyon katsayıları $r_{min.}$=.282 ile $r_{max.}$=.675 arasında değişmektedir. Akıcılık puan türüne göre korelasyon katsayıları $r_{min.}$=.380 ile $r_{max.}$=.649 arasında değişirken, korelasyon katsayılarının ortalaması ise $r_{ort.}$=.479'dur. Esneklik puan türüne göre korelasyon katsayıları $r_{min.}$=.282 ile $r_{max.}$=.513 arasında değişirken, korelasyon katsayılarının ortalaması ise $r_{ort.}$=.373'dür. Yaratıcılık bölümü puan türüne göre korelasyon katsayıları $r_{min.}$=.401 ile $r_{max.}$=.675 arasında değişirken, korelasyon katsayılarının ortalaması ise $r_{ort.}$=.492'dir. Clark ve Watson (1995) maddeler arası iç tutarlığı sağlamak için maddeler arası korelasyon katsayılarının ortalamasının .15 ile .50 arasında olması gerektiğini belirtmektedir. Diğer taraftan ölçeğin toplam puanı ile ilgili madde çıkarıldıktan sonra elde edilen akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanları arasındaki korelasyon değerlerinin .30'dan yüksek olması, ölçek maddelerinin benzer becerileri örneklediğini göstermektedir (Büyüköztürk, 2010, s. 171). Bu bağlamda ölçeğin maddeleri arasındaki ilişkiye bağlı olarak da ölçeğin iç tutarlığının ideal olduğu söylenebilir.

MYT'nin iç tutarlık güvenirliğinin son kanıtı olarak, elde edilen üç puan türüne göre alt-üst %27'lik grupta yer alan katılımcıların ortalamaları bağımsız örneklemler için t-testi analizi ile karşılaştırılmıştır (Büyüköztürk, 2011, s. 171). Bu amaçla öncelikle katılımcılar akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanlarına göre alt ve üst %27'lik (237+237=474 katılımcı) gruplara ayrılmış, daha sonra madde ortalama puanları arasındaki farklar bağımsız örneklemler t-testi kullanılarak değerlendirilmiştir. İki grubun tüm maddelerden elde ettikleri akıcılık, esneklik ve yaratıcılık puanı ortalamaları arasındaki farkın anlamlı olduğu ($p<.001$) bulunmuştur. Yapılan etki büyüklüğü ölçümlerinde ise tüm maddelerin etki büyüklüklerinin .14'den yüksek olması, üst grupla alt grup arasındaki istatistiksel farklılığın kuram ve uygulamada da önemli olduğunu göstermiştir.

Usiskin (2000) matematik alanında üstünlük ve matematiksel yaratıcılığın seviyesi ile ilgili sekiz katlı hiyerarşik bir sınıflama modeli ortaya koymuştur. Hiyerarşide; a) Seviye 0 (yetenekli değil) sınırlı seviyede matematik bilgisi olanları, b) Seviye 1 (kültürel seviye) ise kültürel kullanımın bir işlevi olarak temel sayısal bilgiye sahip olanları temsil etmektedir ve genel popülasyonun geniş bir kısmı bu iki gruptan oluşmaktadır. Geriye kalan kısım ise Seviye 2 ve Seviye 7 arasındakilerden oluşur. Seviye 2, 3, 4 sırasıyla, onur lisesine gidenlerden, Amerikan üniversitelerine giriş sınavı olan SAT'tan (Scholastic Aptitude Test) 750-800 arasında puan alanlardan (800 max. puan) ve matematikle ilgili yarışmalarda başarılı olan ve çeşitli matematik kamplarına kabul edilenlerden oluşmaktadır. Seviye 5, 6 ve 7 ise hiyerarşinin matematik alanında üstün yetenekli kısmını oluşturmaktadır. Profesyonel matematikçiler Seviye 5'te, yaratıcı matematikçiler ise Seviye 6 ve Seviye 7'de yer almaktadır. Modele göre profesyonel alanda matematiksel yaratıcılık matematiksel üstünlüğü ifade eder, ancak tersi doğru değildir. Matematiksel yeteneklerin bu hiyerarşik sınıflandırmasında, matematikte yetenekli veya yaratıcı olan öğrenciler ise 3. ve 4. seviyelerde bulunur. Okul öncesi - orta öğretim sonuna kadar geçen süreçte bu seviyelerde yer alan öğrenciler çeşitli eğitim müdahaleleri ile Seviye 5'e geçme potansiyeline sahiptirler (Sriraman, 2005).

Alanyazın incelendiğinde yapılan ampirik çalışmalarda da Usiskin'in görüşlerine paralel olarak iki farklı gruptaki öğrenciler arasından matematiksel yaratıcılığı daha yüksek olanların aynı zamanda matematik alanında daha iyi performans gösterdiği bulunmuştur (Kattou, 2013; Ko and Lee, 2011).

Kattou ve diğerleri (2013) matematiksel yetenek ve matematiksel yaratıcılık arasındaki ilişkiyi incelemek için dört, beş ve altıncı sınıf düzeyindeki 359 öğrenci ile bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmada öğrencilerin matematik alanındaki yetenekleri nicel yetenek (sayı duyusu ve cebirsel muhakeme yapma), nedensel yetenek (sebep-sonuç ilişkilerini inceleme), uzamsal yetenek (kağıt katlama, perspektif ve mekansal rotasyon), nitel yetenek (ilişkiler arasındaki benzerlikleri ve farklılıkları fark etme) ve tümevarımsal-tümdengelimsel yetenek alanlarını ölçen kapalı uçlu maddelerle değerlendirilmiştir. Matematiksel yaratıcılık yeteneği ise çoklu çözüm gerektiren açık uçlu maddelerden oluşmaktadır. Çalışmada öğrenciler matematik yeteneği ölçeğinden aldıkları puanlara göre alt, orta ve üst seviyedeki matematik yeteneği olan öğrenciler olarak üç gruba ayrılmıştır. Bu gruplar arasında üst seviyede matematik yeteneği olan öğrencilerin akıcılık, esneklik ve orijinallik puan ortalamaları diğer grubun ortalamalarından istatistiksel olarak anlamı şekilde yüksektir.

Ko ve Lee (2011) ise, matematik alanında üstün yetenekli olan ve olmayan toplam 132 beşinci sınıf öğrencisi ile bir araştırma gerçekleştirmiştir. Araştırmada matematik alanında üstün yetenekli olan grup üniversiteye bağlı bir enstitüde fen ve matematik destek eğitimi alan öğrencilerden, normal seviyedekiler ise bir okuldaki beşinci sınıf öğrencilerinden oluşturulmuştur. Öğrencilerin matematiksel yaratıcılıkları ise matematiksel kavramları açıklamaları, yorumlamaları ve keşfetmelerine dayalı olarak sorulan sorulara verdikleri yanıtlarla belirlenmiştir. Öğrencilerin yorumlama ve keşfetmeye dayalı maddelere verdikleri yanıtların ortalamaları matematik alanında yetenekli olan öğrencilerin lehine istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaşmıştır.

Hem kuramsal hem de ampirik çalışmalar dikkate alındığında MYT'den elde edilen güvenirlik verilerinin yüksek olduğu söylenebilir. Diğer bir ifadeyle, MYT matematiksel yaratıcılığı değerlendirmede kullanılabilecek bir ölçek olarak yorumlanabilir.

Sonuç olarak MYT ölçeğinin iç tutarlık güvenirlik kanıtı olarak yapılan çoklu analiz bulguları, ölçeğin güvenilir ölçümler yaptığını ortaya koymuştur.

MYT'nin Okuyucular Arası Güvenirliği İle İlgili Tartışma ve Sonuç

MYT'nin okuyucular arası güvenirliği farklı sınıf düzeylerinden rastgele seçilen 100 (23-5.sınıf, 26-6.sınıf, 28-7.sınıf, 23-8.sınıf) katılımcının 2 okuyucu tarafından değerlendirilmesi ile gerçekleştirilmiştir. Okuyucular, katılımcıların kitapçıklarını birbirlerinden bağımsız olarak puanlamışlardır. Sonrasında elde edilen veriler ile sınıf içi korelasyon (intra-class correlations-ICC) analizi gerçekleştirilmiştir. Ölçekte yer alan 6 madde ve ölçeğin tamamından elde edilen akıcılık, esneklik ve yaratıcılık bölümü puanlarında sınıf içi korelasyon değerlerinin .954 ve .966 arasında değiştiği görülmüştür. Cicchetti ve Sparrow'a göre (1990) sınıf içi korelasyon değerleri .90 ve üstünde olduğunda ölçeğin okuyucular arası güvenirliği yüksek düzeydedir.

Matematiksel yaratıcılık ölçeklerinde ölçeğin güvenirliğini ortaya koymak için yapılan okuyucular arası güvenirlik analizleri incelendiğinde (Balka, 1974; Hall, 2009; Griffiths, 1996) bu değerlerin .72 ile .95 arasında olduğu görülmektedir. Bu değerler incelendiğinde MYT'nin okuyucular arası güvenirliğinin alanyazınla paralel bulgular ortaya koyduğu, hatta MYT'nin okuyucular arası güvenirliğinin diğer testlerden daha yüksek olduğu bulunmuştur. Bunun nedenlerinden biri cevap havuzunda biriktirilen cevapların araştırma süresince ranjının ve çeşitliliğinin yüksek olması olabilir. MYT'nin açık uçlu bir test olduğu ve özellikle matematik bilimi dikkate alındığında öğrencilerin ürettikleri cevapların sayısının diğer bilimlere göre çok daha fazla olabileceği düşünüldüğünde çalışmanın örneklem grubunun temsilinin yüksekliği madde havuzunda biriken yanıtların sayısının ve temsilinin yüksekliğine sebep olmuştur. Bu durum ise farklı türde üretilen cevaplarda, okuyucunun ölçeği puanlamasını kolaylaştırmış ve okuyucular arasındaki değerlendirme tutarlığının en az % 95 olmasına sebep olmuştur.

Sonuç olarak ölçeğin güvenirliğini ortaya koymak amacıyla yapılan iç tutarlık analizleri ve okuyucular arası güvenirlik analizleri ölçeğin güvenilir ölçümler yapabileceğine yönelik kanıtlar sunmuştur.

Kaynakça

Abuhamdeh, S. and Csikszentmihalyi, M. (2004). The Artistic Personality: A systems perspective. In R. J. Sternberg, E. L. Grigorenko and J. L. Singer (Eds.), *Creativity from potential to realization* (pp. 31-43). USA: American Psychological Association.

Aiken, L. R. (1973). Ability and creativity in mathematics. *Review of Educational Research*, *43*(4), 405-432.

Akgül, S. (2014). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematik yaratıcılıklarını açıklamaya yönelik bir model geliştirilmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. İstanbul: İstanbul Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitisü.

Albayrak, A. S. (2005). Çoklu doğrusal bağlantı halinde en küçük kareler tekniğinin alternatifi yanlı tahmin teknikleri ve bir uygulama. *Zonguldak Karaelmas Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 1*(1), 105-126.

Alencar, E. M. L. S., Fleith, D. S. and Bruno-Faria, M. F. (2014). The measurement of creativity: possibilities and challenges. In E. M. L. S. Alencar, M. F. Bruno-Faria and D.S. Fleith (Eds.), *Theory and practice of creativity measurement* (pp. 1-20). Texas: Prufrock Press Inc.

Alkan, R. (2014). *Genel yaratıcılık, matematiksel yaratıcılık ve akademik başarı arasındaki ilişkilerin incelenmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Akbulut, Y. (2010). *Sosyal bilimlerde SPSS uygulamaları.* İstanbul: Pasifik Ofset.

Amabile, T. M. (1983). The social psychology of creativity: A componential conceptualization. *Journal of Personality and Social Psychology, 45*(2), 357–376.

Anastasi, A. and Urbina, S. (1997). *Psychological testing*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice-Hall.

Anderson, R. and Freebody, P. (1981). Vocabulary knowledge. In J. Guthrie (Ed.), *Comprehension and teaching: Research review* (pp. 71–117). Newark, DE: International Reading Association.

Andreasen, N. C. (2005). *The creating brain.* New York: Dana Press.

Applebaum, M., Leikin, R. and Freiman, V. (2008). Teachers' views on teaching mathematically promising students. *11th International Congress on Mathematics Education,* Monterrey, Mexico: University of Nuevo Leon., pp. 1-16.

Baer, J. (1999). Domains of Creativity. In M. A. Runco and S. R. Pritzker (Eds.), *Encyclopedia of Creativity* (Vol 1) (pp. 591-596). Academic Press.

Baer, J. (1998). The case for domain specificity of creativity. *Creativity Research Journal, 11*(2), 173-177.

Bahar, A. K. and Maker, J. C. (2011). Exploring the relationship between mathematical creativity and mathematical achievement. *Asia-Pacific Journal of Gifted and Talented Education, 3*(1), 33-48.

Balachef, N. (1988). A study of students' proving processes at the junior high school level. *Second UCSMP İnternational Conference on Mathematics Education,* Chicago: NCTM., pp. 1-11.

Balka, D. S. (1974). *The development of an instrument to measure creative ability in mathematics.* Unpublished Doctoral Dissertation. Columbia: University of Missouri.

Baumeister, B. F. (1987). How the self became a problem: a psychological review of historical research. *Journal of Personality and Social Psychology, 52*(1), 163-176.

Brennan, J. G. (2009). *A handbook of logic.* (2nd ed.). New York: Harper & Row Publishers.

Brown, J. R. (2008). *Philosophy of mathematics: A contemporary introduction to the world of proofs and pictures.* (2nd ed.). Oxon: Routledge.

Büyüköztürk, Ş. (2011). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. (14. baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, E. A., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2017). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. (23. baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Casakin, H. and Kreitler, S. (2006). Self-assessment of creativity: Implications for design education. *8th International Conference on Engineering and Product Design Education*, Salzburg, Austria: Salzburg University of Applied Sciences, pp. 1-6.

Casti, J. L. (2001). *Mathematical mountaintops: The five most famous problems of all time*. New York: Oxford University Press.

Chamberlin, S. A. and Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as tool to develop and identify creativity gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education, 17*(1), 37–47.

Charters, E. (2003). The use of think-aloud methods in qualitative research an introduction to think-aloud methods. *Brock Education, 12*(2), 68-82.

Chiu, M. S. (2009). Approaches to the teaching of creative and noncreative mathematical problems. *International Journal of Science and Mathematics Education, 7*, 55–79.

Cicchetti, D. V. and Sparrow, S. S. (1990). Assessment of adaptive behavior in young children. In J. J. Johnson and J. Goldman (Eds.), *Developmental assessment in clinical child psychology: A handbook* (pp. 173–196). New York: Pergamon Press.

Clark, B. (2008). *Growing up gifted.* (7th ed.). New Jersey: Pearson Education Inc.

Clark, L. A. and Watson, D. (1995). Constructing validity: Basic issues in objective scale development. *Psychological Assessment*, *7*(3), 309.

Cohen, J. W. (1988). *Statistical power analysis for the behavirial sciences.* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Cohen, R. J. and Swerdlik, M. (2002). *Psychological testing and assessment: An introduction to test and measurement*. Boston: McGraw-Hill.

Cohen, S. A. and Stover, G. (1981). Effects of teaching sixth-grade students to modify format variables of math word problems. *Reading Research Quarterly, 16*(2), 175-200.

Collins, M. M. and Amabile, T. M. (1999). Motivation and creativity. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 297-312). New York: Cambridge University Press.

Comrey, A. L. and Lee, H. B. (1992). *A first course in factor analysis.* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Cropley, A. (2006). In praise of convergent thinking. *Creativity Research Journal, 18*(3), 391-404.

Csikszentmihalyi, M. (1990). The domains of creativity. In M. A. Runco and R. S. Albert (Eds.), *Theories of creativity* (pp. 190-214). London: Sage.

Csikszentmihalyi, M. (1999). Implications of systems perspective for the study of creativity. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 313-335). New York: Cambridge University Press.

Cuoco, A., Goldenberg, E. P. and Mark, J. (1996). Habits of mind: An organizing principle for mathematics curriculum. *Journal of Mathematical Behavior, 15*(4), 375–402.

Czaja, C. and Blair, J. (1996). *Designing surveys: A guide to decisions and procedures*. Thousand Oaks, CA.: Pine Forge Press.

Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G. ve Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik: SPSS ve LISREL uygulamaları*. (2. baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Daepp, U. and Gorkin, P. (2003). *Reading, writing, and proving.* Lewisburg: Springer.

Dancey, C. P. and Reidy, J. (2004). *Statistics without maths for psychology: Using SPSS for Windows.* (3th ed.). London: Pearson Education Limited.

Davis, P. J. and Hersh, R. (1981). *The mathematical experience.* Boston: Houghton Mifflin.

De Groot, A. D. (1965). *Thought and choice in chess.* The Hague: Mouton Publishers.

DeVellis, R. F. (2012). *Scale development: Theory and applications.* (3rd ed.). California: Sage Publications.

Dillon, J. T. (1982). Problem finding and solving. *The Journal of Creative Behavior, 16*(2), 97-111.

Duncker, K. (1945). On problem solving. *Psychological Monographs, 58*(5), i-113.

Dunn, J. A. (1975). Tests of creativity in mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 6*(3), 327-332.

Dunteman, G. H. (1989). *Principal component analysis: Quantitative applications in the social sciences series* (vol. 69). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

El-Demerdash, M. and Kortenkamp, U. (2012). The development of an Instrument to Measure Geometric Creativity. http://cinderella.de/material/gkt/files/gct_paper.pdf (Erişim tarihi: 25.01.2018).

Einstein, A. and lnfeld, L. (1988). *The evolution of physics.* New York: Simon & Schuster.

Ericsson, K. A. and Simon, H. A. (1993). *Protocol analysis.* Cambridge: The MIT Press.

Erkuş, A. (2016). *Psikolojide ölçme ve ölçek geliştirme-I.* (3. baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Ervynck, G. (1991). Mathematical Creativity. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 42-53). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.

Evans, E. W. (1964). *Measuring the ability of students to respond in creative mathematical situations at the late elementary and early junior high school level.* Unpublished Doctoral Dissertation. USA: University of Michigan.

Feist, G. J. and Barron, F. X. (2003). Predicting creativity from early to late adulthood: Intellect, potential, and personality. *Journal of Research in Personality, 37*(2), 62–88.

Feldhusen, J. F. and Goh, B. E. (1995). Assessing and accessing creativity: An integrated review of theory, research, and development. *Creativity Research Journal, 8*(3), 231-247.

Fetterly, J. M. (2010). *An exploratory study of the use of a problem-posing approach on pre-service elementary education teachers' mathematical creativity, beliefs, and anxiety.* Unpublished Doctoral Dissertation. Tallahassee: Florida State University, School of Teacher Education.

Field, A. (2009). *Discovering statistics using SPSS.* (3rd ed.). London: Sage Publication.

Fisher, R. (1990). *"Teaching for thinking: Language and maths" and "teaching for thinking across the curriculum", chapters in teaching children to think.* Oxford: Basil Blackwell.

Floyd, F. J. and Widaman, K. F. (1995). Factor analysis in the development and refinement of clinical assessment instruments. *Psychological Assessment, 7*(3), 286-299.

Fraenkel, J. R., Wallen, N. E. and Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education.* (8th ed.). New York: McGraw-Hill.

Fosnot, C. T. and Jacob, B. (2009). Young mathematicians at work: The role of context and models in the emergence proof. In D. A. Stykianou, M. L. Blanton and E. J. Knuth (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades: A K-16 perspectives* (pp. 102-119). Oxon: Taylor & Francis.

Fouche, K. K. (1993). *Problem solving and creativity: Multiple solution methods in a cross-cultural study in middle level mathematics.* Unpublished Doctoral Dissertation. Gainesville: University of Florida.

Gallagher, A. M. and DeLisi, R. (1994). Gender differences in Scholastic Aptitude Test–Mathematics problem solving among high-ability students. *Journal of Educational Psychology, 86*(2), 204–211.

Gardner, H. (1983). *Frames of mind.* New York: Basic Books.

Gardner, H. (1993). *Multiple intelligence.* New York: Basic Books.

Garson, D. G. (2013). *Validity & reliability.* Asheboro: G. David Garson and Statistical Associates Publishing.

Gavin, M. K. (2005). Are we missing anyone? Identifying mathematically promising students. *Gifted Education Communicator, 36*(3–4), 24–29.

Gentner, D. (1989). The mechanisms of analogical reasoning. In S. Vosniadou and A. Ortony (Eds.), *Similarity and analogical reasoning* (pp. 199-241). Cambridge, England: Cambridge University Press.

Getzels, J. W. and Jackson, P. W. (1961). Family environment and cognitive style: A study of the sources of highly intelligent and of highly creative adolescents. *American Sociological Association, 26*(3), 351-359.

Gingerich, O. and MacLachlan, J. (2007). *Nicolaus Copernicus: Making the earth a planet.* New York.

Green, S., Salkind, N. and Akey, T. (1997). *Using SPSS for Windows.* New Jersey: Prentice Hall.

Griffiths, S. E. (1996). *The inter-observer reliability of the DISCOVER problem-solving assessment.* Unpublished Manuscript. Arizona: University of Arizona.

Guilford, J. P. (1950) Creativity. *American Psychologist, 5*, 444–454.

Guilford, J.P. (1967). *The nature of human intelligence*. New York: McGraw-Hill.

Hadamard, J. (1945). *The psychology of invention in the mathematical field*. New York: Dover Publications.

Hall, L. (2009). *Problem solving and creativity: A gender and grade level comparison.* Unpublished Doctoral Dissertation. Tennessee: Tennessee State University.

Han, K. and Marvin, C. (2002). Multiple creatives? Investigating domain-specificity of creativity in young children. *Gifted Child Quarterly, 46*(2), 98–109.

Harel, G. and Sowder, L. (1998). Student's proof schemes: Results from exploratory study. In A. H. Schoenfeld, J. Kaput and E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education* (pp. 234-283). Washington: Amerikan Mathematic Society.

Harrison, J. (2008). Formal proof-theory and practice. *Notice of the AMS, 55*(11), 1395-1046.

Haylock, D. W. (1984). *Aspects of mathematical creativity children aged 11 – 12.* Unpublished Doctoral Dissertation. London: University of London.

Haylock, D. W. (1985). High mathematical creativity in a pair of identical twins. *The Journal of Genetic Psychology, 16*(4), 547-553.

Haylock, D. W. (1987). A framework assesing mathematical creativity in schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics, 18*(1), 59-74.

Henning, G. (1993). Issues in evaluating and maintaining an ESL writing assessment program. In L. Hamp-Lyons (Ed.). *Assessing second language writing in academic contexts* (pp. 279-291). New Jersey: Ablex Publishing.

Hersh, R. (1997). *What is mathematics. really?* New York: Oxford University Press.

Hocevar, D. (1976). Dimensionality of creativity. *Psychological Reports, 39*, 869-870.

Hocevar, D. (1979a). A comparison of statistical infrequency and subjective judgment as criteria in the measurement of originality. *Journal of Personality Assessment, 43*(3), 297-299.

Hocevar, D. (1979b). The unidimensional nature of creative thinking in fifth grade children. *Child Study Journal, 9*(4), 273-278.

Hocevar, D. and Bachelor, P. (1989). A taxonomy and critique of measurements used in the study of creativity. In J. A. Glover, R. R. Ronning and C. R. Reynolds (Eds.), *Handbook of creativity* (pp. 53-76). New York, NY: Plenum Press.

Hocevar, D. and Michael, W. B. (1979). The effects of scoring formulas on the discriminant validity of tests of divergent thinking. *Educational and Psychological Measurement, 39*(4), 917-921.

Holyoak, K. J. and Thagard, P. (1997). The analogical mind. *American Psychologist, 52*(1), 35-44.

Housman, A., Kahane, H. and Tıdman, P. (2007). *Logic and philosophy: A modern introduction.* (10th ed.). Belmont: Thomson Wadsworth.

Huck, S.W. (2012). *Reading statistics and research.* (6th ed.). Boston: Pearson.

Isoda, M. and Katagiri, S. (2012). *Mathematical thinking: How to develop it in the classroom.* Singapore: World Scientific Publishing.

Jensen, L. R. (1973). *The relationships among mathematical creativity, numerical aptitude, and mathematical achievement.* Unpublished Doctoral Dissertation. Austin: The University of Texas.

Jöreskog, K. G. and Sörbom, D. (1993). *Lisrel 8: Structural equation modeling with the simples command language*. Lincolnwood: Scientific Software International.

Kantowski, M. G. (1977). Processes involved in mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education, 8*(3), 163-180.

Kaplan, R. and Saccuzzo, D. (2012). *Psychological testing: Principles, applications, and issues*. Belmot CA: Cengage Learning.

Karasar, N. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemi: Kavramlar ilkeler teknikler.* (30. baskı). Ankara: Nobel Yayınları.

Kattou, M., Katerina, K., Pitta-Pantazi, D. and Christou, C. (2013). Connecting mathematical creativity to mathematical ability. ZDM Mathematics Education*, 45*(2), 167-181.

Kaufman, J. C. and Baer, J. (2004). Sure, I'm creative-but not in mathematics: Self

reported creativity in diverse domains. *Empirical Studies of the Arts, 22*(2),

143-155.

Kaufman, J. C. and Baer, J. (2005). *Creativity across domains: Faces of the muse*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Kaufman, J. C., Plucker, J. A. and Baer, J. (2008). *Essentials of creativity asssessment*. New Jersey: John Wiley & Sons.

Keyser, C. J. (2007). Early number systems and symbols. (6th ed.). In D. M. Burton (Ed.), *Hıstory of mathematics: An introduction* (pp. 4-36). USA: McGraw-Hill Companies.

Khatena, J. and Torrance, E. P. (1976). *Manual for Khatena-Torrance creative perception inventory*. Chicago: Stoelting Company.

Kilpatrick. J. (1967). *Analysing the solution of word problems in mathematics: An exploratory study*. Unpublished Doctoral Dissertation. Stanford: Stanford University.

Kim, H., Cho, S. and Ahn, C. (2003). Development of mathematical creative problem solving ability test for identification of the gifted in math. *Gifted Education International, 18*(2), 164-174.

Kline, R. B. (1994). *An easy guide to factor analysis.* New York: Routledge.

Kline, R. B. (2010). *Principles and practice of structural equation modeling*. New York: Guilford Publications.

Ko, E. and Lee, K. (2011). Are mathematically talented elementary students also talented in statistics? In B. Sriraman and K. H. Lee (Eds.), *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (pp. 29-44). Rotterdam: Sense Publishers.

Kroonberg, P. M. and Lewis, C. (1982). Methodological issues in the search for a factor model: Exploration through confirmation. *Journal of Educational Statistics, 7*(2), 69-89.

Krutettskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. London: The University of Chicago Press.

Küchemann, D. and Hoyles, C. (2009). From empirical to structural reasoning in mathematics. In D. A. Stykianou, M. L. Blanton and E. J. Knuth (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades: A K-16 perspectives* (pp. 171-203). Oxon: Taylor & Francis.

Kwon, O. N., Park, J. S. and Park, J. H. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. *Asia Pacific Education Review, 7*(1), 51–61.

Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education,* Cyprus: Department of Education, pp. 2330-2339.

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman and B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129–145*).* Rotterdam: Sense Publishers.

Leikin, R. and Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference? *ZDM-The International Journal on Mathematics Education, 45*(2), 183–197.

Leung, S. S. (1997). On the role of creative thinking in problem posing. *ZDM Mathematics Education, 29*(3), 81-85.

Levav-Waynberg, A. and Leikin, R. (2012). The role of multiple solution tasks in developing knowledge and creativity in geometry. *Journal of Mathematical Behavior, 31*(1), 73-90.

Levenson, E. (2011). Exploring collective mathematical creativity in elementary school. *Journal of Creative Behavior, 45*(3), 215-234.

Liljedahl, P. (2008). Mathematical creativity: In the words of the creators. *Proceedings of the 5th International Conference on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*, Israel: University of Haifa, pp. 153-160.

Long, C. T., DeTemple, D. W. and Millman, R. S. (2012). *Mathematical reasoning for elementary teachers.* (6th ed.). Boston: Pearson.

Maher, C. A. (2005). How students structure their investigations and learn mathematics: Insights from a long-term study. *Journal of Mathematical Behavior, 24*(1), 1-14.

Mamona-Downs, J. (1993). On analyzing problem posing. *Proceedings of the 17th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Tsukuba, Japan: University of Tsukuba, pp. 41-47.

Mann, E. L. (2009). The search for mathematical creativity: Identifying creative potential in middle school students. *Creativity Research Journal, 21*(4), 338-348.

Matlin, M. (1994). *Cognition.* New York: USA.

Mayer, R. E. (2009). Implications of cognitive psychologyfor instruction in mathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 123-138). New York: Routledge.

Meyer, R. W. (1970). *The identification and encouragement of mathematical creativity in first grade students.* Madison: Research and Development Center for Cognitive Learning, Wisconsin University.

Milli Eğitim Bakanlığı (2013). Milli eğitim bakanlığı ders programları Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretim-programlari/icerik/72 (Erişim tarihi: 26.12.2015).

Mumford, M. D. (2003). Where have we been, where are we going? Taking stock in creativity research. *Creativity Research Journal, 15*(2), 107-120.

Münz, M. (2013). The elements of mathematical creativity and the function of the attachment style in early childhood. *Online proceedings of the POEM conference,* Germany: Goethe-University, pp. 1-11.

National Council of Teachers Mathematics, (1990). *Teaching & learning mathematics in the 190's.* Reston: The National Concil of Teachers Mathematics, Inc.

National Council of Teachers of Mathematics, (1991). *Professional standards for teaching mathematics.* Reston: The National Concil of Teachers Mathematics, Inc.

National Council of Teachers Mathematics, (2000). Principle and standarts for school mathematics. Reston: The National Concil of Teachers Mathematics, Inc.

Nickerson, R. S. (2010). *Mathematical reasoning.* New York: Psychology Press.

Özdamar, K. (2004). *Paket programlarla istatistiksel veri analizi.* Eskişehir: Kaan Kitabevi.

Pallant, J. (2005). *SPSS survival manual.* (12nd ed.). Australia: Allen & Unwin.

Pham, L. H. (2014). Validation of prediction relationship of creative problem-solving attributes with math creativity. Unpublished Doctoral Dissertation. New York: St. John's University, Faculty of Education.

Pearson, E. S. and Hartley, H. O. (1958). *Biometrika tables for statisticians.* (2nd ed.). New York: Cambridge University Press.

Pelczer, I. and Rodriguez, F. G. (2011). Creativity assessment in school settings through problem posing tasks. *The Montana Mathematics Enthusiast, 8*(1), 383-398.

Peng, S. L., Cherng, B. L. and Chen, H. C. (2013). The effects of classroom goal structures on the creativity of junior high school students. *Educational Psychology, 33*(5), 540-560.

Pittalis, M., Christou, C., Mousoulides, N. and Pitta-Pantazi, D. (2004). A structural model for problem posing. *Proceedings of the 28th Conference of the International*, Bergen, Norway: Bergen University College, pp. 49-56.

Plucker, J. A. (1998). Beware of simple conclusions: the case for content generality of creativity. *Creativity Research Journal, 11*(2), 179-182.

Plucker, J. A., Beghetto, R. A. and Dow, G. (2004). Why isn't creativity more important to educational psychologist? Potential, pittfalls, and future directions in creativity research. *Educational Psychologists, 39*(2), 83-96.

Poincarê, H. (1952). *Science and method: Henri Poincarê*. New York: The Modern Library.

Pollak, M. (1987). Average run lenghts of an optimal method of detecting a change in distribution. *The Annals of Statistics, 15*(2), 749-779.

Polya, G. (1954). *Induction and analogy in mathematics.* Princeton. NJ: Princeton University Press.

Polya, G. (1957). *How to solve it?* (2nd ed.). New York: Doubleday.

Polya, G. (1968). *Mathematics and plausible reasoning: patterns of plausible inference*. New Jersey: Princeton University Press.

Prouse, H. L. (1967). Creativity in school mathematics. *National Council of Teacher of Mathematics, 60*(8), 876-879.

Raubenheimer, J. (2004). An item selection procedure to maximize scale reliability and validity. *SA Journal of Industrial Psychology, 30*(4), 59-64.

Rav, Y. (1999). Why do we prove theorems? *Philosophia Mathemetica, 3*(7), 5-41.

Renzulli, J. S., Siegle, S., Reis, S. M., Gavin, M. K. and Reed, R. E. S. (2009). An investigation of the reliability and factor structure of four new Scales for Rating the Behavioral Characteristics of Superior Students. *Journal of Advanced Academics, 21*(1), 84-108.

Rips, L. J. and Asmuth, J. (2007). Mathematical induction and induction in mathematics. In A. Feeney and E. Heit (Eds.), *Inductive reasoning: experimental, developmental and computational approaches* (pp. 248-268). New York: Cambridge University Press.

Rothernberg, A. and Hausman, C. R. (1976). *The creativity question*. USA: Duke University Press.

Runco, M. A. (1990). The divergent thinking of young children: Implications of the research. *Gifted Child Today, 13*(4), 37-39.

Runco, M. A. (1993). Divergent thinking, creativity, and giftedness. *Gifted Child Quarterly, 37*, 16-22.

Runco, M. A. (2004). Creativity. *Annual Review of Psychology, 55*(1), 657–687.

Runco, M. A. (2007). *Creativity: Theories and themes: Research, development, and practices*. Burlington: Elesevier Academic Press.

Runco, M. A. and Albert, R. S. (1985). The reliability and validity of ideational originality in the divergent thinking of academically gifted and nongifted children. *Educational and Psychological Measurement, 45*(3), 483-501.

Runco, M. A. and Albert, R.S. (2010). Creativity Research: A Historical View. In Kaufman, J. C. and R. J. Sternberg (Eds.), *The Cambridge handbook of creativity* (pp. 3-19). Cambridge, UK: The Cambridge University Press.

Runco, M. A. and Charles, R. E. (1993). Judgments of originality and appropriateness as predictors of creativity. *Personality and Individual Differences, 15*(5), 537-546.

Sak, U. (2014). *Yaratıcılık gelişimi ve geliştirilmesi*. Ankara: Vize Yayıncılık.

Sak, U. and Maker, C. J. (2005). Divergence and convergence of mental forces of children in open and closed mathematical problems. *International Education Journal, 6*(2), 252-260.

Sak, U. and Maker, C. J. (2006). Developmental variation in children's creative mathematical thinking as a function of schooling, age, and knowledge. *Creativity Research Journal, 18*(3), 279-291.

Sak, U., Ayvaz, Ü., Bal-Sezerel, B. and Özdemir, N. N. (2017). Creativity in the domain of mathematics. In J. Kaufman, V. Glăveanu and J. Baer (Eds.), *The Cambridge handbook of creativity across domains* (pp. 276-298). Cambridge: Cambridge University Press.

Sak, U., Demirel-Gürbüz, Ş., Bal-Sezerel, B., Ayas, M. B. ve Özdemir, N. N. (2013). Dünden bugüne ÜYEP: Uygulamalar ve bilimsel çalışmalar. *Uluslararası Yetenek Gelişimi ve Mükemmellik Kongresi*, Antalya: Anemon Otel, s.149.

San, İ. (1979). *Sanatsal yaratma ve çocukta yaratıcılık*. Ankara: Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları.

Sanacore, J. and Palumbo, A. (2009). Understanding the fourth-grade slump: Our point of view. *The Educational Forum, 73*(1), 67–74.

Sarouphim, K. M. (1999). Discovering multiple intelligences through a performance-based assessment: Consistency with independent ratings. *Exceptional Children, 65*(2), 151-161.

Sarouphim, K. M. (2001). DISCOVER: Concurrent validity, gender differences, and identification of minority students. *Gifted Child Quarterly, 45*(2), 130-138.

Schaefer, C. E. and Bridges, C. I. (1970). Development of a creativity attitude survey for children. *Perceptual and Motor Skills, 31*(3), 861-862.

Seçer, İ. (2015). P*sikolojik test geliştirme ve uyarlama süreci: SPSS ve Lisrel Uygulamaları*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Seddon, G. M. (1983). The measurement and properties of divergent thinking ability as a single compound entity. *Journal of Educational Mesaurement, 20*(4), 393-402.

Sheffield, L. J. (2009). Developing mathematical creativity—questions may be the answer. In R. Leikin, A. Berman and B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of giftedstudents* (pp. 87–100). Rotterdam: Sense Publishers.

Shriki, A. (2010). Working like real mathematicians: Developing prospective teachers' awareness of mathematical creativity through generating new concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 73(2), 159-179.

Siegle, D. and Powell, T. (2004). Exploring teacher biases when nominating students for gifted programs. *Gifted Child Quarterly, 48*(1), 21-29.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem solving. *For the Learning of Mathematics, 14*(1), 19-28.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM—The International Journal on Mathematical Education, 29*(3), 75–80.

Simonton, D. K. (1983). Formal education, eminence and dogmatism: The curvilinear relationship. *The Journal of Creative Behavior, 17*(3), 149-162.

Singer, F. M., Ellerton, N. and Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: New questions and directions. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 1-7.

Singer, F. M., Pelczer, I. and Voica, C. (2011). Problem posing and modification as a criterion of mathematical creativity. *Proceedings of the 7th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 7),* Rzeszow, Poland: University of Rzeszow, pp. 1133-1142.

Singh, B. (1987). The development of tests to measure mathematical creativity. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 18*(2), 181-186.

Snyder, A., Mitchell, J., Bossomaier, T. and Pallier, G. (2004) The creatvity quotient: An objective scoring of ideational fluency. *Creativity Research Journal, 16*(4), 415-420.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The Mathematics Educator, 14*(1), 19-34.

Sriraman, B. (2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics? *The Journal of Secondary Gifted Education, 17*(1), 20-36.

Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM Mathematics Education, 41*(1), 13–27.

Sriraman, B. and Lee, K. E. (2011). What are the elements of giftedness and creativity in mathematics? In B. Sriraman and K. E. Lee (Eds.), *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (pp. 1-4). Rotterdam: Sense Publishers.

Stacey, K., Groves, S., Bourke, S. and Doig, B. (1993). *Profiles of problem solving.* Hawthorn, Victoria: Australian Council for Educational Research.

Starko, A. J. (2005). *Creativity in the classroom.* London: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Sternberg, R. (2003). *Wisdom, intelligence, and creativity synthesized.* Cambridge: Cambridge University Press.

Sternberg, R. J. and Lubart, T. I. (2009). The concept of creativity: Prospects and paradigms. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 3-15). New York: Cambridge University Press.

Stoyanova, E. (1997). *Extending and exploring student's problem solving via problem posing: A study of years 8 and 9 students involved in mathematics challenge and enrichment stages of Euler enrichment for young Australians.* Unpublished Doctoral Dissertation. Perth: Edith Cowan University, Faculty of Education.

Sümer, N. (2000). Yapısal eşitlik modelleri: Temel kavramlar ve örnek uygulamalar. *Türk Psikoloji Yazıları, 3*(6), 49-74.

Şeker, H. ve Gençdoğan, B. (2014). *Psikolojide ve eğitimde ölçme aracı geliştirme*. (2. baskı). Ankara: Nobel Yayınevi.

Şencan, H. (2005). *Sosyal ve davranışsal ölçümlerde güvenilirlik ve geçerlilik.* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Tabachnick, B. G. and Fidel, L. S. (2007). *Using multivariate statistics.* (5th ed.). MA: Allyn & Bacon. Inc.

Tammadge, A. (1979). Creativity. *The Mathematical Gazette*, 63(425), 145-163.

Tanaka, J. S. (1987). How big is big enough? Sample size and goddness of fit in structural equation models with latent variables. *Child Development, 58*(1), 134-146.

Tent, M. B. W. (2006). *The prince of mathematics: Carl Friedrich Gauss.* Wellesley: A K Peters.

Thompson, B. (2004). *Exploratory and confirmatory factor analysis: Understanding concepts and applications.* Washington, DC: American Psychological Association.

Tjoe, H. H. (2011). *Which approaches do students prefer? Analyzing the mathematical problem solving behavior of mathematically gifted students.* Unpublished Doctoral Dissertation. New York: Columbia University, Graduate School of Arts and Sciences.

Tompkins, G. (1994). *Teaching writing: Balancing process and product.* New York: Macmillan.

Torgerson, W. S. (1958). *Theory and methods of scaling*. New York: Wiley.

Torrance, E. P. (1966). *Torrance test of Creative Thinking: Norms-technical manual*. Princeton, NJ: Personnel Press.

Torrance, E. P. (1967). The Minnesota studies of creative behavior: National and international extensions. *Journal of Creative Behavior, 1*(2), 137–154.

Treffinger, D. J. (2003). Assessment and measurement in creativity and cretive problem solving. In J. Houtz (Ed.), *The educational psychology of creativity* (pp. 59-93). Creskill, NJ: Hampton Press.

Trochim, W. M. and Donnelly, J. P. (2006). *The research methods knowledge base.* (3rd ed.). Cincinnati, OH: Atomic Dog.

Türkiye Büyük Millet Meclisi (2006). Dokuzuncu Kalkınma Planı (2007-2013). *Resmi Gazete,* (Sayı: 26215 (Mükerrer)) https://pbk.tbmm.gov.tr/dokumanlar/kalkinma-plani-9-genel-kurul.pdf (Erişim tarihi: 01.07.2018).

Urban, K. K. and Jellen, H. G. (1996). *Test for creative drawing production (TCT-DP)*. Lisse, Netherland: Swets and Zeitlinger.

Usiskin, Z. (2000). The development into the mathematically talented. *Journal of Secondary Gifted Education, 11*(3), 152–162.

Van De Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics teaching developmentally.* (5^{th} ed.). Boston: Pearson Education.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., Middleton, J. A. and Streefland, L. (1995). Student-generated problems: Easy and difficult problems on percentage. *For the Learning of Mathematics, 15*(3), 21–27.

Van-Harpen, X. Y. and Sriraman, B. (2013). Creativity and mathematical problem posing: an analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA. *Educational Studies in Mathematics, 82*(2), 201-221.

Van Someren, M. W., Barnard, Y. F. and Sandberg, J. A. (1994). *The think aloud method: A practical guide to modelling cognitive processes*. London: Academic Press.

VanTassel-Baska, J. (1998). Creativity and the gifted. In J. VanTassel-Baska (Ed.), *Excellence in educating gifted and talented learners* (pp. 381-398). Denver: Love Publishing Company.

Wardani, S., Sumarmo, U. and Nishitani, U. (2011). Mathematical creativity disposition: Experimentwith grade-10 students using silver inquiry approach. *Journal of Science and Mathematics Teaching*, 59, 1-16.

Watkins, M. W. (2000). Monte carlo PCA for parallel analysis [computer software]. State College. PA: Ed & Psych Associates, http://www.softpedia.com/get/Others/Home-Education/Monte-Carlo-PCA-for-Parallel-Analysis.shtml (Erişim tarihi: 02.06.2018).

Wolf, R. S. (1998). *Proof, logic, and conjecture: The mathematician's toolbox*. San Luis Obisco: W. H. Freeman.

Worthington, R. L. and Whittaker, T. A. (2006). Scale development research: A content analysis and recommendations for best practices. *The Counseling Psychologist, 34*6), 806-838.

Yang, G. (2007). A comparison and reflection on the school education of China and the U.S. http://www.sm.gov.cn/bmzd/jcck/200111/Findex.htm (Erişim tarihi: 25.03.2018).

Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel düşünme*. (3. baskı). İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yılmaz, H. (1998). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. (3. baskı). Ankara: Mikro Yayınları.

Yılmaz, T. Y. ve Köse, N. Y. (2015). Öğrencilerin çok çözümlü problemler ile imtihanı: Çözümlerde kullanılan stratejilerin belirlenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi - Journal of Qualitative Research in Education, 3*(3), 78-101.

Yuan, X. and Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between student's creativity and mathematical problem-posing abilities: Comparing Chinese and U.S student. In B. Sriraman and K. H. Lee (Eds.), *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (pp. 5-28). Rotterdam: Sense Publishers.