

KESKİN ÇİZGİLERDEN GRİ ALANLARA:
GEÇMİŞTEN GÜNÜMÜZE
BULANIK MANTIĞIN
TEMELLERİ, TÜRLERİ VE
ÇKKV UYGULAMALARI

DR. ÖĞR. ÜYESİ MÜSLÜM ÖZTÜRK

EĞİTİM
yayınevi

KESKİN ÇİZGİLERDEN GRİ ALANLARA: GEÇMİŞTEN GÜNÜMÜZE BULANIK MANTIĞIN TEMELLERİ, TÜRLERİ VE ÇKKV UYGULAMALARI

Dr. Öğr. Üyesi Müslüm Öztürk

Yayınevi Grubu Genel Başkanı: Yusuf Ziya Aydoğın (yza@egitimyayinevi.com)

Genel Yayın Yönetmeni: Yusuf Yavuz (yusufyavuz@egitimyayinevi.com)

Sayfa Tasarımı: Kübra Konca Nam

Kapak Tasarımı: Eğitim Yayınevi Grafik Birimi

T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı

Yayıncı Sertifika No: 76780

E-ISBN: 978-625-385-806-3

1. Baskı, Mart 2026

Kütüphane Kimlik Kartı

KESKİN ÇİZGİLERDEN GRİ ALANLARA: GEÇMİŞTEN GÜNÜMÜZE BULANIK MANTIĞIN TEMELLERİ, TÜRLERİ VE ÇKKV UYGULAMALARI

Dr. Öğr. Üyesi Müslüm Öztürk

XIII+128 s., 160x240 mm

Kaynakça var, dizin yok.

E-ISBN: 978-625-385-806-3

Copyright © Bu kitabın Türkiye'deki her türlü yayın hakkı Eğitim Yayınevi'ne aittir. Bütün hakları saklıdır. Kitabın tamamı veya bir kısmı 5846 sayılı yasanın hükümlerine göre kitabı yayımlayan firmanın ve yazarlarının önceden izni olmadan elektronik/mekanik yolla, fotokopi yoluyla ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, yayımlanamaz.

EĞİTİM

yayınevi

Yayınevi Türkiye Ofis:

Konya: Eğitim Yayınevi Tic. Ltd. Şti., Fevzi Çakmak Mah. 10721 Sok. B Blok, No: 16/B, Safakent, Karatay, Konya, Türkiye

İstanbul: Salon Yayınları, Atakent mah. Yasemen sok. No: 4/B, Ümraniye, İstanbul, Türkiye

Santral: +90 332 351 92 85

Editör hatları: +90 533 151 50 42, +90 507 151 50 43

bilgi@egitimyayinevi.com

Yayınevi Amerika Ofis: New York: Eğitim Publishing Group, Inc.

P.O. Box 768/Armonk, New York, 10504-0768, United States of America

americaoffice@egitimyayinevi.com

Lojistik ve Sevkiyat Merkezi: Kitapmatik Lojistik ve Sevkiyat Merkezi, Fevzi Çakmak Mah. 10721 Sok. B Blok, No: 16/B, Safakent, Karatay, Konya, Türkiye

İnternet Satış: www.kitapmatik.com.tr

Whatsapp hattı: +90 553 950 50 37

bilgi@kitapmatik.com.tr

Kitabevi Şubesi: Eğitim Kitabevi, Şükran mah. Rampalı 121, Meram, Konya, Türkiye

Whatsapp hattı: +90 501 651 92 85

bilgi@egitimkitabevi.com

EĞİTİM YAYINEVİ
GRUBU

EĞİTİM
yayınevi

SALON
YAYINLARI

Kitapmatik
Lojistik ve Sevkiyat Merkezi

Kitapmatik
Eğitim

EĞİTİM
Kitabevi

KESKİN ÇİZGİLERDEN GRİ ALANLARA: GEÇMİŞTEN GÜNÜMÜZE BULANIK MANTIĞIN TEMELLERİ, TÜRLERİ VE ÇKKV UYGULAMALARI

Dr. Öğr. Üyesi Müslüm ÖZTÜRK¹

*¹Kilis 7 Aralık Üniversitesi, Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu,
Bilgisayar Teknolojileri Bölümü, Kilis/Türkiye*

Önsöz

Mantık, insan düşüncesinin sistematik bir biçimde analiz edilmesini sağlayan en temel bilim alanlarından biridir. Antik çağlardan günümüze kadar mantık bilimi, doğru düşünme biçimlerinin anlaşılması ve bilgi üretim süreçlerinin geliştirilmesi açısından önemli bir rol oynamıştır. Özellikle Aristoteles ile birlikte şekillenen klasik mantık yaklaşımı, yüzyıllar boyunca bilimsel düşüncenin temel yapı taşlarından biri olmuştur. Bununla birlikte klasik mantığın iki değerli doğruluk yapısı, gerçek hayatta karşılaşılan belirsizlik, kararsızlık ve kısmi doğruluk gibi durumların modellenmesinde bazı sınırlılıklar ortaya koymaktadır.

Gerçek dünya problemleri çoğu zaman kesin ve net sınırlarla ifade edilemeyen bilgiler içermektedir. İnsanların günlük yaşamda kullandıkları “çok sıcak”, “biraz pahalı”, “oldukça hızlı” gibi ifadeler kesin matematiksel değerlerden ziyade göreceli ve esnek anlamlar taşımaktadır. Bu tür belirsizliklerin modellenmesi ihtiyacı, 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından ortaya konulan bulanık küme teorisi ile yeni bir yaklaşım kazanmıştır (Zadeh, 1965). Zadeh’in geliştirdiği bulanık mantık yaklaşımı, klasik mantığın katı doğruluk anlayışına alternatif olarak dereceli doğruluk kavramını temel almış ve belirsizlik içeren problemlerin matematiksel olarak ifade edilmesine olanak sağlamıştır.

Bulanık mantık günümüzde kontrol sistemlerinden yapay zekâ uygulamalarına, karar destek sistemlerinden endüstriyel otomasyona kadar pek çok farklı alanda kullanılmaktadır. Özellikle karmaşık ve belirsizlik içeren sistemlerin modellenmesinde bulanık mantık yöntemleri önemli avantajlar sunmaktadır. Bu nedenle bulanık mantık yaklaşımı hem akademik araştırmalarda hem de mühendislik uygulamalarında giderek daha fazla ilgi gören bir çalışma alanı haline gelmiştir.

Bu kitapta mantık biliminin gelişimi klasik mantıktan başlayarak bulanık mantık yaklaşımına kadar bütüncül bir çerçevede ele alınmıştır. İlk bölümde klasik mantığın temel kavramları ve tarihsel gelişimi incelenmiş, ikinci bölümde bulanık mantığın ortaya çıkışı ve bulanık

küme teorisinin temel prensipleri açıklanmıştır. Üçüncü bölümde ise Tip-1 bulanık mantık sistemleri ayrıntılı bir şekilde ele alınarak üyelik fonksiyonları, bulanık işlemler, çıkarım sistemleri ve durulaştırma yöntemleri gibi temel konular kapsamlı biçimde incelenmiştir. Ayrıca kitapta yer alan örnek uygulama aracılığıyla Tip-1 bulanık mantık yaklaşımının karar destek sistemlerinde nasıl kullanılabileceği uygulamalı olarak gösterilmiştir.

Bu kitabın temel amacı, bulanık mantık kavramlarını anlaşılır ve sistematik bir biçimde sunarak okuyuculara sağlam bir teorik altyapı kazandırmaktır. Kitabın özellikle mühendislik, bilgisayar bilimleri, yapay zekâ, veri bilimi ve karar bilimleri alanlarında eğitim gören lisans ve lisansüstü öğrencileri ile bu alanlarda çalışan araştırmacılar için faydalı bir kaynak olması hedeflenmiştir.

Bu çalışmanın hazırlanması sürecinde bulanık mantık literatüründe yer alan birçok değerli araştırmadan yararlanılmıştır. Bu alanda katkı sağlayan tüm araştırmacılara teşekkür ederim. Ayrıca bu kitabın hazırlanması sürecinde destek veren herkese içten teşekkürlerimi sunarım. Özellikle, zorlu köy şartlarına rağmen bizlerin eğitim alabilmesi için elinden gelen her şeyi yapan sevgili anneme, ebediyete göçmüş babama ve her zaman yanımda olan tüm aileme, eşime ve sevgili çocuklarıma teşekkür ederim. Onların sevgi, emek ve motivasyonu, bu kitabın ortaya çıkmasında en büyük güç kaynağım olmuştur.

Bu kitabın, bulanık mantık alanına ilgi duyan araştırmacılar ve öğrenciler için yararlı bir başvuru kaynağı olması en büyük temennimdir.

İçindekiler

Önsöz	III
İçindekiler	V
Tablolar Listesi	12
Şekiller Listesi	13
1. GİRİŞ	1
1.1. Kitabın Amacı.....	1
1.2. Yazım Süreci.....	1
BÖLÜM 1: KLASİK MANTIĞIN DOĞUŞU VE TEMELLERİ..	4
1.1. Klasik Mantığın Tanımı ve Tarihçesi	4
1.1.1. Klasik Mantığın Tanımı.....	4
1.1.2. Tarihsel Gelişim.....	4
1.1.2.1. Antik Çağ ve Aristoteles.....	4
1.1.2.2. Orta Çağ ve İslam Dünyası.....	4
1.1.3. Modern Dönem ve Sembolik Mantık	4
1.1.4. Klasik Mantığın Sınırlılıkları.....	5
1.2. Aristotelesçi Mantık ve İkili Doğruluk.....	5
1.2.1. Aristotelesçi Mantığın Temel Özellikleri	6
1.2.2. İkili Doğruluk: Kesinliğin Mantığı.....	6
1.2.3. Aristotelesçi Kıyas ve Biçimsel Yapı	7
1.2.4. Uygulama Alanları ve Etkisi.....	7
1.2.5. Klasik Mantığın Sınırlılıkları.....	8
1.3. Klasik Mantığın Kuralları ve Sembolik Mantık	8
1.3.1. Klasik Mantığın Temel Kuralları.....	9
1.3.2. Sembolik Mantık: Klasik Mantığın Biçimsel Hale Getirilmesi	10
1.3.3. Sembolik Mantık Uygulamaları.....	11

1.4. Klasik Mantığın Sınırlılıkları.....	12
1.4.1. Belirsizlikle Başa Çıkamama.....	12
1.4.2. İkili Doğruluk Yapısı ve Çok Değerli Gerçeklik.....	13
1.4.3. Sınıflandırma Problemlerindeki Katılık.....	13
1.4.4. Doğal Dil ve Anlam Karmaşıklığı.....	14
1.4.5. Nicel Değerlendirme Zorlukları.....	14
1.5. Bilim ve Teknolojide Klasik Mantığın Yeri.....	15
1.5.1. Bilimsel Yöntemde Klasik Mantık.....	15
1.5.2. Matematik ve Bilgisayar Bilimlerinde Klasik Mantık... ..	15
1.5.3. Klasik Mantığın Sınırları ve Yeni Yaklaşımların Gerekliliği.....	16
Bölüm 1 Genel Özeti.....	16
BÖLÜM 2: BULANIK MANTIĞIN ORTAYA ÇIKIŞI.....	18
2.1. Zadeh ve Bulanık Mantığın Doğuşu.....	18
2.1.1. Zadeh'in Bilimsel Arka Planı ve Bulanık Fikrin Temelleri.....	18
2.1.2. Bulanık Mantığın Temel Prensipleri.....	18
2.1.3. Zadeh'in Vizyonu ve Akademik Etkisi.....	19
2.2. Belirsizlik Kavramı ve Gerçek Hayatla İlişkisi.....	19
2.2.1. Belirsizlik: Tanım ve Kapsam.....	19
2.2.2. Gerçek Hayatta Belirsizlik: Günlük Örnekler.....	20
2.2.3. Belirsizlik Türleri.....	22
2.2.4. Belirsizlikle Başa Çıkma Yöntemleri.....	22
2.2.5. Bulanık Mantığın Rolü.....	23
2.3. Klasik ve Bulanık Mantığın Karşılaştırılması.....	24
2.3.1. Giriş.....	24
2.3.2. Klasik Mantık: Kesinlik ve İkilik.....	24
2.3.3. Bulanık Mantık: Yaklaşıklık ve Derecelilik.....	25

2.3.5. Kullanım Alanlarına Göre Değerlendirme	26
2.3.6. Birbirini Tamamlayan Yapılar	26
2.4. Bulanık Küme Teorisine Giriş	26
2.4.1. Giriş: Belirsizliğin Ötesinde Bir Yaklaşım	26
2.4.2. Bulanık Küme Tanımı	27
2.4.3. Üyelik Fonksiyonları	27
2.4.4. Bulanık Kümeler Üzerinde Temel İşlemler	28
2.4.5. α -Kesitleri ve Temsili	28
2.4.6. Bulanık Sayılar	28
2.4.7. Uygulama Alanları	29
2.4.8. Eleştiriler ve Yorumlar	29
2.4.9. Sonuç	29
Bölüm 2 Genel Özeti	29
Bölüm 3: TİP-1 BULANIK MANTIK	32
3.1. Tip-1 Bulanık Mantığın Tanımı ve Temelleri	32
3.1.1. Zadeh'in Bulanık Kümeleri Tanımlaması	32
3.1.2. Üyelik Fonksiyonları ve Özellikleri	32
3.2. Tip-1 Bulanık Kümeler	33
3.2.1. Üyelik Fonksiyonlarının Türleri	35
3.2.2. α -Kesitleri ve Özellikleri	40
3.2.3. Bulanık Kümelerle İşlemler	40
3.2. Bölüm Özeti	41
3.3. Bulanık Mantık Operatörleri	42
3.3.1. Klasik Mantık Operatörleri ile Bulanık Mantık Operatörlerinin Karşılaştırılması	42
3.3.2. Bulanık Kesişim ve Birleşim — T-Norm ve S-Norm ...	43
3.3.3. Bulanık Tümleme (Complement / NOT)	47

3.3.4. Operatörlerin Matematiksel Özellikleri ve Örnekler	47
3.3.5. De Morgan Üçlüsü ve Çiftler.....	48
3.3.6. Gelişmiş ve Genişletilmiş Operatörler.....	48
3.3. bölüm Özeti.....	50
3.4. Bulanıklaştırma (Fuzzification) Süreci.....	51
3.4.1. Girdi Verilerinin Bulanıklaştırılması	51
3.4.1.1. Kavramsal Tanım.....	51
3.4.1.2. Bulanıklaştırma Sürecinin Matematiksel Gösterimi... ..	51
3.4.1.3. Üyelik Fonksiyonlarının Rolü	52
3.4.1.4. Üçgensel Üyelik Fonksiyonu ile Bulanıklaştırma	52
3.4.1.5 Sayısal Uygulama Örneği	52
3.4.1.6. Çoklu Üyelik Durumu	53
3.4.1.7. Bulanıklaştırmanın Sistem İçindeki Önemi.....	53
3.4.1.8. Bulanıklaştırma Sürecinin Genel Akış Şeması.....	53
3.4.2 Farklı Bulanıklaştırma Teknikleri.....	54
3.4.2.1. Üyelik Fonksiyonuna Dayalı Bulanıklaştırma.....	54
3.4.2.2. Tekil (Singleton) Bulanıklaştırma	56
3.4.2.3. Aralık Tabanlı Bulanıklaştırma	56
3.4.2.5. Bulanıklaştırma Tekniklerinin Karşılaştırılması.....	57
3.4.3. Pratik Uygulama Örnekleri	58
3.4.3.1. Tek Değişkenli Bir Sistem İçin Bulanıklaştırma Örneği	58
3.4.3.2. Çok Kriterli Karar Verme Probleminde Bulanıklaştırma.....	59
3.4.3.3. Uzman Görüşüne Dayalı Belirsiz Verilerin Bulanıklaştırılması	60
3.4.3.4. Kontrol Sistemlerinde Bulanıklaştırma Uygulaması ..	62
Genel Değerlendirme.....	63

3.4. Bölüm Özeti.....	63
3.5. Bulanık Çıkarım Sistemleri (Fuzzy Inference Systems – FIS)	65
3.5.1. Mamdani Tipi Bulanık Çıkarım Sistemi.....	66
3.5.1.1. Mamdani Tipi Bulanık Kural Yapısı	66
3.5.1.2. Mamdani Çıkarım Mekanizması (Inference Mechanism)	67
3.5.1.3. Kural Etkinlik Derecesinin Hesaplanması.....	67
3.5.1.4. Çıktı Bulanık Kümesinin Kesilmesi (Implication)	68
3.5.1.5. Kuralların Birleştirilmesi (Aggregation)	70
3.5.1.6. Mamdani Yaklaşımının Temel Özellikleri	72
3.5.2. Sugeno Tipi Bulanık Çıkarım Sistemi	72
3.5.2.1. Sugeno Kural Yapısı.....	73
3.5.2.2. Sugeno Çıkarım Süreci	73
3.5.2.3. Sayısal Örnek: Sugeno TSK Modeli ile Bir ÇKKV Problemi.....	74
3.5.2.5. Sugeno Yaklaşımının Temel Özellikleri.....	77
Bölüm Sonu Değerlendirmesi.....	77
3.5.3. Karşılaştırmalı Analiz: Mamdani vs Sugeno	78
3.5.3.1. Kuramsal ve Matematiksel Farklılıklar	78
3.5.3.2. Hesaplama Karmaşıklığı.....	79
3.5.3.3. Grafikselleştirme	79
3.5.3.4. Hangi Durumda Hangisi Tercih Edilmeli?	79
Genel Değerlendirme	80
3.5. Bölüm Özeti.....	80
3.6. Durulaştırma (Defuzzification) Süreci.....	81
3.6.1. Neden Durulaştırma Gerekir?	83
3.6.2. En Çok Kullanılan Durulaştırma Yöntemleri	85

3.6.2.1. Ağırlık Merkezi Yöntemi (Centroid of Area – COA)	86
3.6.2.2. Alanın Ortası Yöntemi (Bisector of Area – BOA)	88
3.6.2.3. Maksimumların Ortalaması (Mean of Maximum – MOM)	91
3.6.3. Yöntemlerin Avantaj ve Dezavantajları (ÇKKV Bağlamında Değerlendirme).....	94
3.6. Bölüm Özeti	97
3.7. Tip-1 Bulanık Mantığın Uygulama Alanları	98
3.7.1. Kontrol Sistemleri.....	99
3.7.2. Karar Verme ve Optimizasyon	101
3.7.3. Yapay Zeka ve Makine Öğrenmesi ile Entegrasyon ...	103
3.7.4. Endüstride Uygulama Örnekleri	105
3.7.5. Türkiye ve Dünya’da Tip-1 Bulanık Sistem Uygulamaları	107
3.7. Bölüm Özeti	109
3.8. Tip-1 Bulanık Mantığın Avantajları ve Sınırlılıkları.....	110
3.8.1. Belirsizlikle Baş Etme Gücü.....	111
3.8.2. Modelleme Kolaylığı ve Hesaplama Maliyetleri.....	112
3.8.3. Tip-2’ye Geçişin Gerekçeleri.....	113
3.8. Bölüm Özeti	114
3.9. Örnek Uygulama: Tip-1 Bulanık Mantık ile Basit Bir Karar Destek Sistemi	116
3.9.1 Problemin Tanımlanması.....	116
3.9.2 Kriterlerin Belirlenmesi	116
3.9.3 Tip-1 Bulanık Dilsel Değişkenlerin Tanımlanması.....	117
3.9.4 Bulanık Karar Matrisinin Oluşturulması	117
3.9.5 Ağırlıklı karar matrisinin oluşturulması	118
3.9.6 Durulaştırma ve Alternatiflerin Sıralanması.....	120

KESKİN ÇİZGİLERDEN GRİ ALANLARA: GEÇMİŞTEN GÜNÜMÜZE BULANIK MANTIĞIN
TEMELLERİ, TÜRLERİ VE ÇKKV UYGULAMALARI

3.9.6 Sonuçların Değerlendirilmesi	121
Sonuç ve Gelecek Perspektifi	122
KAYNAKÇA.....	124

Tablolar Listesi

Tablo 1.1 Temel Mantıksal Bağlaçlar ve Anlamları.....	9
Tablo 2.1 Klasik Mantık ve Bulanık Mantığın Karşılaştırılması..	25
Tablo 3.1. T-Norm ve S-Norm Operatörlerinin Temel Özellikleri	48
Tablo 3.2. Bulanıklaştırma Tekniklerinin Karşılaştırılması	58
Tablo 3.3. Uzman Görüşlerine Dayalı Örnek Dilsel Değerlendirme Ölçeği.....	62
Tablo 3.4. Hesap karmaşıklığı bakımından Mamdani ve Sugeno yapıların karşılaştırması	79
Tablo 3.5. Bulanık çıkarım modellerinin problem türlerine göre kullanım önerileri.....	80
Tablo 3.5. ÇKKV perspektifinden üç yöntemin genel karşılaştırması	97
Tablo 3.6. Değerlendirmeye alınan alternatifler	116
Tablo 3.7. Değerlendirmeye alınan kriterler	117
Tablo 3.8. Tanımlanan dilsel değişkenler ve karşılık gelen üçgen tip-1 bulanık sayılar	117
Tablo 3.9. Uzman değerlendirmesine dayalı karar matrisi	118
Tablo 3.10. Uzman değerlendirmesine dayalı karar matrisine ait üçgen Tip-1 bulanık değerleri	118
Tablo 3.11. Ağırlıklı karar matrisi	120
Tablo 3.12. Alternatifler için durulaştırılmış değerler	120
Tablo 3.13. Alternatiflerin nihai skor değerleri	120

Şekiller Listesi

Şekil 3.1. Bir üçgen Tip-1 bulanık fonksiyonu.....	35
Şekil 3.2. Bir yamuk Tip-1 bulanık fonksiyonu	37
Şekil 3.3. Bir gauss Tip-1 bulanık fonksiyonu	38
Şekil 3.4. Bir sigmoid Tip-1 bulanık fonksiyonu	39
Şekil 3.5. Bir genelleştirilmiş bell (çan) Tip-1 bulanık fonksiyonu.....	40
Şekil 3.6. Mamdani çıkarımı: Çıktı kümesinin min operatörü ile kesilmesi	70
Şekil 3.7. Max operatörü ile kuralların birleştirilmesi.....	72
Şekil 3.8. Sugeno yapısına ait işlem adımları	76
Şekil 3.9. Sugeno ağırlıklı ortalama mekanizması.....	77
Şekil 3.10. COA yöntemi – ağırlık merkezi örneği	87
Şekil 3.11a. BOA yöntemi – alanın ortası örneği	90
Şekil 3.11b. BOA yöntemi – alanın ortası örneği.....	90
Şekil 3.12. MOM yöntemi – maksimumların ortalaması örneği ..	93

1. GİRİŞ

1.1. Kitabın Amacı

Mantık, insan düşüncesinin yapı taşlarından biri olarak, yüzyıllar boyunca evrim geçirmiş ve geçirmektedir. Aristoteles ile temelleri atılan klasik mantık, “ya doğru ya yanlıştır” ikiliği üzerine kuruludur. Bu kesin ve katı yapı, özellikle matematik ve formal bilimlerde önemli başarılarla imza atsa da, gerçek hayatın belirsizliği ve karmaşıklığı karşısında yetersiz kalmıştır.

Bu noktada, 1965 yılında Lotfi A. Zadeh’in geliştirdiği bulanık mantık kavramı, mantık dünyasında devrim niteliğinde bir değişim oluşturmuştur. Belirsizliğin, kısmen doğru olanın ve gri alanların kabulü ile yeni bir düşünce yapısı ortaya çıkmış, böylece mantığın alanı genişlemiştir.

Bu kitap, klasik mantıktan başlayarak Tip-1 bulanık mantığa uzanan bir yolculuğu okuyucuya sunmaktadır. Amaç, yalnızca teorik temelleri açıklamak değil, aynı zamanda bu mantık sisteminin gerçek dünya uygulamalarını örneklerle ortaya koymaktır.

Kitabın hedef kitlesi, mühendislikten sosyal bilimlere kadar geniş bir yelpazede, karar verme, yapay zekâ, veri analizi ve sistem modelleme ile ilgilenen araştırmacılar, öğrenciler ve profesyonellerdir.

Bu çalışmayla okuyucunun, sadece bulanık mantığın nasıl çalıştığını değil, neden gerekli olduğunu, nerelerde kullanıldığını ve gelecekte nasıl gelişebileceğini de kavraması hedeflenmektedir.

1.2. Yazım Süreci

Bu kitabın yazım süreci, yalnızca kuramsal bir inceleme değil, aynı zamanda yoğun bir araştırma, uygulama ve analiz dönemini içermektedir. “Keskin Çizgilerden Gri Alanlara: Geçmişten Günümüze Bulanık Mantığın Temelleri, Türleri ve ÇKKV Uygulamaları” adlı bu çalışma, klasik mantıktan bulanık mantığın evrimine kadar geçen süreçte bilgi birikimini bütüncül bir yapıda sunma amacıyla kaleme alınmıştır.

Kitabın yazımı üç temel aşamada gerçekleştirilmiştir:

1. Literatür Taraması ve Kavramsal Temellendirme

İlk aşamada, klasik mantığın tarihsel gelişiminden başlayarak Tip-1 bulanık mantık hakkında geniş çaplı bir literatür taraması yapılmıştır. Bu süreçte başta Lotfi A. Zadeh, Didier Dubois, Ronald R. Yager, Jerry Mendel gibi alandaki öncü isimlerin çalışmaları olmak üzere,

sayısız akademik yayın incelenmiş ve karşılaştırmalı analizler yapılmıştır. Ayrıca, Tip-1 bulanık mantığın farklı disiplinlerdeki uygulamalarına dair örnekler toplanmıştır.

2. Kuramsal ve Uygulamalı Bölümlerin Oluşturulması

İkinci aşamada, kitabın omurgasını oluşturan bölümler sistematik bir yapıda kurgulanmıştır. Her bölüm, birbiriyle bütünlük içinde ilerleyecek şekilde düzenlenmiş; tanımlar, formüller, grafikler ve açıklayıcı örneklerle desteklenmiştir. Uygulamalı bölümlerde, hem teknik çözümler hem de karar verme sistemleri bağlamında bulanık mantığın kullanımı öne çıkarılmıştır. Bazı örnekler yazarın kendi çalışmalarına ve uygulamalı araştırmalarına dayanmaktadır.

3. Düzenleme, Geri Bildirim ve Son Kontroller

Üçüncü aşamada, yazılan bölümler akademik bütünlük ve anlatım açısından gözden geçirilmiş; sadeleştirmeler, kaynakça düzenlemeleri ve teknik düzeltmeler yapılmıştır. Ayrıca, konunun farklı uzmanlık alanlarına hitap etmesi göz önünde bulundurularak, metin hem teknik hem de okuyucu dostu bir dille yazılmaya özen gösterilmiştir.

Bu kitap, yıllara dayalı akademik bir birikimin ve çok sayıda uygulamalı çalışmanın sonucudur. Yazım sürecinde gösterilen titizlik, okuyucuya hem teorik bir altyapı hem de pratikte uygulanabilir bilgiler sunmayı hedeflemiştir.

Bu kitabın yazımı sırasında en büyük motivasyonum, belirsizliğin sadece çözülmesi gereken bir sorun değil, aynı zamanda anlaşılması gereken doğal bir gerçeklik olduğunu anlatmaktı. Klasik mantığın keskin çizgilerinden sıyrılıp, yaşamın griliklerini anlayabilmek için farklı düşünme biçimlerine ihtiyacımız vardır. Bu çalışma, yalnızca mühendislik ya da matematik gibi teknik disiplinlerde değil, sosyal bilimlerden yönetime kadar birçok alanda belirsizlikle çalışan herkes için bir rehber olmayı amaçlamaktadır.

Okuyucunun bu kitabı yalnızca bir bilgi kaynağı olarak değil, aynı zamanda farklı düşünmeye teşvik eden bir yol arkadaşı olarak görmesi en büyük dileğimdir.

KESKİN ÇİZGİLERDEN GRİ ALANLARA: GEÇMİŞTEN GÜNÜMÜZE BULANIK MANTIĞIN
TEMELLERİ, TÜRLERİ VE ÇKKV UYGULAMALARI

Yıllardır sürdürdüğüm akademik çalışmalarımın ve gerçek hayattaki uygulamalarımın bir ürünü olan bu kitap, belirsizliğe dair farklı bir bakış açısı sunmayı hedeflemektedir.

BÖLÜM 1: KLASİK MANTIĞIN DOĞUŞU VE TEMELLERİ

1.1. Klasik Mantığın Tanımı ve Tarihçesi

1.1.1. Klasik Mantığın Tanımı

Mantık, düşüncenin kurallarını ve geçerli çıkarımların prensiplerini inceleyen bilim dalıdır. İnsan zihninin karmaşık süreçlerini düzenlemek ve tutarlı düşünmeyi sağlamak amacıyla geliştirilmiş sistematik bir disiplindir. Klasik mantık, bu disiplinin en temel ve yaygın biçimidir ve “ikili mantık” veya “klasik iki değerli mantık” olarak da adlandırılır. Bu sistemde önermeler yalnızca doğru (1) veya yanlış (0) olmak üzere iki kesin doğruluk değerine sahiptir. Ara değer ya da belirsiz bir durum söz konusu değildir (Enderton, 2001).

Klasik mantık, genellikle Aristoteles mantığı olarak da anılır. Çünkü onun sistematik çıkarım kuralları ve önermeler arası ilişkiler anlayışı mantığın temelini oluşturur. Klasik mantıkta “Çelişmezlik İlkesi” ve “Üçüncü Halin İmkânsızlığı” gibi kurallar geçerlidir. Yani bir önerme ne hem doğru hem yanlış olabilir ne de üçüncü bir doğruluk durumu bulunabilir (Hurley, 2014).

1.1.2. Tarihsel Gelişim

1.1.2.1. Antik Çağ ve Aristoteles

Mantığın sistematik incelenmesi M.Ö. 4. yüzyılda **Aristoteles** ile başlamıştır. Aristoteles, "Organon" adlı eserinde, önermeler arasındaki ilişkileri ve çıkarım kurallarını sistematik olarak ele almış; kıyas yoluyla doğru düşünmenin temel ilkelerini ortaya koymuştur (Smith, 2018). Aristoteles mantığı, yaklaşık 2000 yıl boyunca batı felsefesinin ve bilimsel düşüncenin temel mantık anlayışı olmuştur.

1.1.2.2. Orta Çağ ve İslam Dünyası

Orta Çağ boyunca hem Avrupa’da hem de İslam coğrafyasında mantık çalışmaları sürdürülmüştür. İbn Sina, Farabi gibi İslam filozofları Aristotelesçi mantığı geliştirmiş ve sistematize etmişlerdir (Nasr, 1993). Avrupa skolastiği ise özellikle Thomas Aquinas ile Aristoteles mantığını Hristiyan teolojisiyle uyumlu hale getirmiştir.

1.1.3. Modern Dönem ve Sembolik Mantık

19. yüzyılda Gottlob Frege (1879) mantığı matematiksel temele oturarak sembolik mantığın kurucusu olmuştur. Frege’nin çalışmaları, mantık sistemlerinin formalizasyonu ve matematiksel analizi için temel oluşturmuştur. Bu dönemde, klasik mantık artık sadece felsefi değil, matematiksel bir disiplin haline gelmiştir (Shapiro, 1997).

19. yüzyıl başında Bertrand Russell ve Alfred North Whitehead, “Principia Mathematica” (1910-1913) adlı çalışmalarıyla mantığın formal temellerini sağlamlaştırmış ve matematiksel ifadelerin mantıksal çıkarımlarla doğrulanabilirliğini göstermişlerdir (Russell ve Whitehead, 1910-1913).

1.1.4. Klasik Mantığın Sınırlılıkları

Klasik mantık, tarih boyunca özellikle matematik, felsefe ve bilgisayar bilimlerinde güçlü bir araç olarak kullanılmış ve birçok alanda başarılı sonuçlar üretmiştir. Temel olarak, klasik mantık ikili doğruluk sistemi üzerine kurulu olup burada bir önerme ya doğrudur ya yanlıştır ve ara bir durum söz konusu değildir. Bu yaklaşım, kesin ve net verilerle çalışan sistemlerde son derece etkilidir.

Ancak, günlük yaşam ve doğal dil, çoğu zaman kesin doğruluk ve yanlışıyla ifade edilemeyen belirsizlikler ve bulanık durumlar içerir. İnsan dili, “biraz sıcak”, “oldukça pahalı” veya “nispeten hızlı” gibi göreceli ve bağlama bağlı ifadelerle doludur. Klasik mantığın katı ikili doğruluk yapısı, bu tür belirsizlikleri ve dereceleme içeren kavramları modellemede yetersiz kalmaktadır.

Buna ek olarak, klasik mantık çoklu anlam, subjektif değerlendirmeler ve karmaşık sistem etkileşimleri gibi konuları matematiksel olarak temsil etmede sınırlıdır. Bu durum, özellikle mühendislik, yapay zekâ, karar destek sistemleri ve sosyal bilimler gibi alanlarda uygulamalı problemlerin çözümünde eksiklikler oluşturmuştur.

İşte bu sınırlılıklar, 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından önerilen bulanık mantığın ortaya çıkışını gerekli kılmıştır. Bulanık mantık, doğruluğu ikili değil dereceli bir yapıda ele alarak, belirsizlik, bulanıklık ve göreceli ifadelerin modellenmesine olanak sağlamış ve klasik mantığın uygulamadaki eksikliklerini tamamlayıcı bir yaklaşım sunmuştur (Zadeh, 1965).

1.2. Aristotelesçi Mantık ve İkili Doğruluk

Klasik mantığın temelleri, Antik Yunan düşünürü Aristoteles’e kadar uzanır. Aristoteles’in ortaya koyduğu mantık sistemi, yaklaşık iki bin yıl boyunca Batı düşüncesinin mantıksal çerçevesini oluşturmuştur. Bu sistemde düşünce, kesin doğrular ve yanlıklar üzerine inşa edilir.

“Ya doğru ya yanlış” ilkesine dayanan bu yapı, ikili doğruluk veya iki değerli mantık (binary logic) olarak adlandırılır.

Bu bölümde Aristotelesçi mantığın temel ilkeleri, biçimsel yapısı, kıyas mantığı, ikili doğruluk anlayışı ve bu sistemin güçlü ve sınırlı yönleri ele alınmıştır.

1.2.1. Aristotelesçi Mantığın Temel Özellikleri

Aristotelesçi mantık, özellikle “kıyas” (syllogism) sistemi ile bilinir. Bu sistemde iki öncül ve bir sonuçtan oluşan çıkarımlar mantıksal kurallara göre oluşturulur. Örneğin:

- ✓ Tüm insanlar ölümlüdür.
- ✓ Sokrates bir insandır.
- ✓ Öyleyse, Sokrates ölümlüdür.

Bu yapı, dedüktif çıkarımın temel örneğidir. Aristoteles mantığı, önermelerin biçimsel yapısına değil, anlam içeriğine ve kavramlar arasındaki ilişkilere dayanır.

Temel İlkeler:

1. Özdeşlik İlkesi (Principium Identitatis): Bir şey, kendisiyle özdeşdir: “ $A = A$ ”. Bu ilke, düşünceyi sabit varlıklar üzerine kurar.
2. Çelişmezlik İlkesi (Principium Non-Contradictionis): Bir önerme aynı anda hem doğru hem yanlış olamaz.
3. Üçüncü Halin İmkânsızlığı (Principium Tertii Excludi): Bir önerme ya doğrudur ya da yanlıştır, başka bir seçenek yoktur.

Bu ilkeler, klasik mantığın omurgasını oluşturur ve ikili doğruluk ilkesini doğrudan destekler.

1.2.2. İkili Doğruluk: Kesinliğin Mantığı

Aristoteles’in mantık anlayışı, dünyayı belirli ve tanımlı kategorilere ayırmaya yöneliktir. Bu anlayış, mantıkta önermelerin yalnızca iki doğruluk değerine sahip olması gerektiğini savunur:

- ✓ 1 (Doğru)
- ✓ 0 (Yanlış)

Bu mantık sistemine göre ara bir değer yoktur. Dolayısıyla bir önerme ya tümüyle doğrudur ya da tümüyle yanlıştır. Bu yaklaşım, klasik matematikte ve formel bilimlerde oldukça etkili olmuştur. Ancak, bu netlik aynı zamanda sistemin en büyük sınırlılığdır. Gerçek dünya durumlarında kesin ayrımlar yapmak çoğu zaman mümkün değildir.

1.2.3. Aristotelesçi Kıyas ve Biçimsel Yapı

Aristotelesçi mantığın kalbi kıyas (syllogism) sistemidir. Bu sistemde üç önerme bulunur:

1. Büyük Öncül (Majör): Tüm memeliler sıcakkanlıdır.
2. Küçük Öncül (Minör): Yunus bir memelidir.
3. Sonuç: O halde, yunus sıcakkanlıdır.

Aristoteles bu kıyasları biçimsel olarak da sınıflandırmış ve geçerli olanlarla olmayanları ayırt etmiştir. Bu, mantık tarihinde ilk kez düşünce süreçlerinin sistematik olarak analiz edilmesi anlamına gelmektedir.

1.2.4. Uygulama Alanları ve Etkisi

Aristotelesçi mantık, yüzyıllar boyunca yalnızca felsefede değil, aynı zamanda:

- ✓ Teolojide
- ✓ Hukukta
- ✓ Dilbilimde
- ✓ Tıp ve doğa bilimlerinde

aktif olarak kullanılmıştır. Orta Çağ boyunca özellikle İslam filozofları (Farabi, İbn Sina) ve skolastik düşünürler bu mantık sistemini geliştirerek eğitimde standart hale getirmiştir (Blackburn, 2005).

Modern dönemde Frege, Russell ve Whitehead gibi filozoflar bu sistemi matematiksel mantık ile yeniden yorumlamış, ancak temel ilkelerin çoğunu korumuşlardır.

1.2.5. Klasik Mantığın Sınırlılıkları

Aristotelesçi ve ikili doğruluk sistemleri günlük hayatın belirsizliğini ve çok anlamlı yapısını açıklamakta yetersiz kalır. Örneğin:

"Bugün hava güzel."

Bu tür bir önerme, klasik mantıkta tam olarak doğru ya da yanlış olarak sınıflandırılmaz. Havanın "güzel" olup olmaması kişisel yargıya, bağlama ve yorumlara göre değişir. Bu nedenle ikili doğruluk ilkesinin katılığı, gerçek dünya uygulamalarında sorunlara yol açmıştır.

Bu sınırlılıklar, 20. yüzyılda bulanık mantık gibi yeni sistemlerin doğmasına neden olmuştur. Bulanık mantık, doğruluk değerini yalnızca 0 veya 1 olarak değil, $[0, 1]$ aralığında sürekli bir ölçekte ele alarak belirsizlik, bulanıklık ve göreceli ifadelerin modellenmesine olanak sağlamıştır. Bu yaklaşım sayesinde, klasik mantığın ikili doğruluk sistemiyle açıklanamayacak pek çok durum, sayısal ve mantıksal bir çerçevede temsil edilebilir hâle gelmiştir.

Sonuç olarak; aristotelesçi mantık ve ikili doğruluk sistemi, düşüncenin sistematikleşmesinde devrimsel bir rol oynamıştır. Ancak modern bilim ve teknolojinin karmaşık yapısı, bu sistemin ötesinde düşünsel araçlara ihtiyaç duymuştur. Klasik mantığın bu anlamda tarihsel bir öncül, ancak sınırlı bir sistem olduğu anlaşılmıştır. Bir sonraki bölümde, bu sınırlılıkların nasıl aşılmaya çalışıldığını ve bulanık mantığın doğuşunu inceleyeceğiz.

1.3. Klasik Mantığın Kuralları ve Sembolik Mantık

Klasik mantık, yalnızca düşünme biçimlerini değil, aynı zamanda bu düşünce süreçlerini sembollerle ifade etme çabasını da içerir. Aristoteles'le başlayan mantık geleneği, 19. yüzyıla kadar kavramsal düzeyde sürdürüldü. Ancak, 19. ve 20. yüzyıllarda matematiksel formalizmin yükselişiyle birlikte mantık da sembolleştirilmiş, biçimsel ve hesaplanabilir hale getirilmiştir. Böylece klasik mantığın kuralları matematiksel araçlarla ifade edilebilmiş ve bu yeni sistem "sembolik mantık" ya da "matematiksel mantık" olarak anılmıştır.

Bu bölümde klasik mantığın temel kuralları ele alınacak, ardından bu kuralların sembolik mantık aracılığıyla nasıl biçimsel hale getirildiği örneklerle açıklanacaktır.

1.3.1. Klasik Mantığın Temel Kuralları

Klasik mantığın temelini oluşturan kurallar, önermeler ve bu önermeler arasındaki mantıksal ilişkileri düzenleyen yapısal ilkelerden meydana gelir. En yaygın kullanılan kurallar şunlardır:

1. Doğruluk Değerleri

Klasik mantıkta her önerme yalnızca iki değerden birine sahip olabilir:

- ✓ 1 (Doğru)
- ✓ 0 (Yanlış)

Bu ikili yapı, doğruluk fonksiyonlarının temelini oluşturur.

2. Temel Mantıksal Bağlaçlar

Mantıkta önermeler, tek başlarına doğru veya yanlış olabilir, ancak karmaşık düşünceleri ifade etmek için birden fazla önerme mantıksal bağlaçlar aracılığıyla birleştirilir. Bu bağlaçlar, önermeler arasında belirli ilişkiler kurar ve tüm olası durumların doğruluk değerlerini gösteren doğruluk tablolarıyla tanımlanır. Temel mantıksal bağlaçlar arasında negasyon, konjüksiyon, disjüksiyon, implikasyon ve eşdeğerlik yer alır.

Tablo 1.1’de bu temel bağlaçlar, sembolleri ve anlamları özetlenmiştir:

Tablo 1.1 Temel Mantıksal Bağlaçlar ve Anlamları

Sembol	Adı	Anlamı
$\neg P$	Değil (Negasyon)	P’nin olumsuz hali
$P \wedge Q$	Ve (Konjüksiyon)	P ve Q birlikte doğru
$P \vee Q$	Veya (Disjüksiyon)	P veya Q doğruysa doğru
$P \rightarrow Q$	İse (İplikasyon)	P doğruysa Q da olmalı
$P \leftrightarrow Q$	Ancak ve ancak (Eşdeğerlik)	P ve Q aynıysa doğru

Bu bağlaçlar, hem klasik mantığın temel yapı taşlarını oluşturur hem de daha karmaşık mantıksal ifadelerin ve çıkarımların kurulmasına olanak sağlar.

3. Temel Mantık Kuralları (Inference Rules)

✓ Modus Ponens:

$$P \rightarrow Q, P \vdash Q$$

(“Eğer P ise Q; P doğruysa, Q da doğrudur.”)

✓ Modus Tollens:

$$P \rightarrow Q, \neg Q \vdash \neg P$$

(Eğer P doğruysa Q doğru olur; Q yanlışsa, P de yanlıştır)

✓ Hypothetical Syllogism:

$$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$$

(P’den Q çıkarılıyorsa ve Q’den R çıkarılıyorsa, P’den R çıkar)

✓ Disjunctive Syllogism:

$$P \vee Q, \neg P \vdash Q$$

(P veya Q doğruysa ve P yanlışsa, Q doğrudur)

Bu kurallar, klasik mantığın çıkarım yapma sistematliğini oluşturur ve mantıksal geçerlilik kavramını destekler.

1.3.2. Sembolik Mantık: Klasik Mantığın Biçimsel Hale Getirilmesi

Sembolik mantık, mantığın biçimsel bir dil ile ifade edilmesi sürecidir. Klasik önergeleri doğal dilden ayırarak, özel semboller ve kurallar dizisiyle işlenebilir hale getirir. Bu biçimsel yaklaşımın amacı, insan düşüncesini mekaniksel olarak analiz etmek ve hata yapmadan işlemeyi sağlamaktır.

George Boole ve Boole Cebiri

19. yüzyılın ortalarında George Boole, mantıksal işlemleri cebirsel formlara dönüştürerek Boole Cebirini geliştirmiştir. Boole, doğru ve yanlış gibi mantıksal değerleri 1 ve 0 olarak temsil etmiş ve şu temel cebirsel işlemleri tanımlamıştır:

- ✓ Çarpma (\wedge): $P \wedge Q \rightarrow P$ ve Q
- ✓ Toplama (\vee): $P \vee Q \rightarrow P$ veya Q
- ✓ Tamamlayıcı (\neg): $\neg P \rightarrow P$ 'nin değili

Bu sistem, klasik mantığın biçimsel hale getirilmesinin ilk adımlarından biri olmuş ve dijital mantık, bilgisayar mühendisliği gibi alanlarda temel yapı taşlarından biri haline gelmiştir (Nodelman ve Allen, 2003).

Frege, Russell ve Whitehead

Gottlob Frege, 1879'da yayımladığı *Begriffsschrift* adlı eseriyle mantığı ilk kez tümüyle biçimsel bir sistem içinde sunmuştur. Daha sonra Bertrand Russell ve Alfred North Whitehead, 1910 yılında yayımladıkları *Principia Mathematica* ile tüm matematiği mantıksal ilkelere dayandırmaya çalışmışlardır.

Bu süreç, mantıksal pozitivizm akımının da temellerini atmış ve matematiksel mantığın felsefi temellerini güçlendirmiştir. Sembolik mantığın avantajları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- ✓ Mantıksal çıkarımların denetlenebilir hale gelmesi: Sembolik mantık, çıkarımların kurallara dayalı ve sistematik bir şekilde yapılmasına olanak sağlar; hatalı veya geçersiz akıl yürütmeler kolayca tespit edilebilir.
- ✓ Bilgisayar sistemlerinde programlama dillerinin temelini oluşturması: Mantıksal ifadeler ve karar mekanizmaları, algoritmalar ve yazılım geliştirme süreçlerinde sembolik mantık çerçevesinde modellenir.
- ✓ Belirsizlik ve yoruma açık durumların dışında mutlak doğruluğun istenildiği alanlarda etkinlik: Matematik, mühendislik ve formal sistemler gibi alanlarda kesin doğruluk gerektiren durumlarda güvenilir bir çözüm sağlar.

1.3.3. Sembolik Mantık Uygulamaları

Sembolik mantık, yalnızca felsefe ya da matematik değil, çok çeşitli alanlarda uygulanabilir hale gelmiştir:

- ✓ Bilgisayar bilimleri: Mantıksal devre tasarımı, algoritma analizleri
- ✓ Dilbilim: Doğal dil işleme sistemleri
- ✓ Yapay Zekâ: Kural tabanlı sistemler, bilgi çıkarımı
- ✓ Hukuk: Biçimsel argümantasyon sistemleri

Ancak sembolik mantığın katı doğruluk sistemi, belirsizlik, çok anlamlılık ve bağlamsal değişkenlik gibi gerçek yaşam durumlarını açıklamakta sınırlı kalmaktadır. Bu nedenle, bu mantık sistemini tamamlayacak yeni paradigmanın geliştirilmesi ihtiyacı doğmuştur. İşte bu noktada bulanık mantık devreye girmektedir.

Sonuç olarak; Klasik mantığın kuralları ve bu kuralların sembolik formda ifade edilmesi, modern bilim ve teknolojinin temellerini atmıştır. Sembolik mantık sayesinde düşünme süreçleri formel hale getirilmiş, özellikle bilgisayar bilimlerinde devrimsel gelişmeler yaşanmıştır. Ancak bu yapı, gerçek dünyadaki belirsizlik ve çok değerli durumları modellemede yetersiz kalmaktadır. Bir sonraki bölümde bu sınırlılıkların nasıl aşılmaya çalışıldığını ve bulanık mantığın doğuş sürecini inceleyeceğiz.

1.4. Klasik Mantığın Sınırlılıkları

Klasik mantık, doğruluk değerlerinin ikili (binary) sistemine dayanır ve burada bir önerme ya doğrudur (1) ya da yanlıştır (0). Ancak insan düşüncesi, doğal dil ve gerçek yaşam bu kadar keskin sınırlarla ifade edilemeyecek kadar karmaşıktır. "Kısa boylu", "yaşlı", "muhtemelen", "biraz", "çok yakında" gibi ifadeler, klasik mantığın katı doğruluk çerçevesine sığmaz. Bu bölümde klasik mantığın temel sınırlılıkları irdelenerek, neden yeni mantık yaklaşımlarına ihtiyaç duyulduğu ortaya konmuştur.

1.4.1. Belirsizlikle Başa Çıkamama

Klasik mantık, **kesinlik (certainty)** üzerine kurulmuştur. Oysa birçok durum belirsizlik içerir. Örneğin:

- ✓ Bugün yağmur yağabilir,
- ✓ Bu aday, oldukça deneyimli,
- ✓ Ali biraz geç kaldı,
- ✓ Muhammed çok çalışkan,

Bu cümlelerdeki niteleyiciler ("biraz", "oldukça", "yağabilir", "çalışkan") klasik mantıkta ya doğru ya da yanlış olarak sınıflandırılmaz. Oysa bu tür ifadeler bulanık, belirsiz ya da kısmî doğruluk barındırır (Zadeh, 1965).

1.4.2. İkili Doğruluk Yapısı ve Çok Değerli Gerçeklik

Klasik mantığın en temel varsayımı, önermelerin yalnızca iki değerden birine sahip olmasıdır:

- ✓ Doğru (True = 1)
- ✓ Yanlış (False = 0)

Oysa gerçek dünya **çok değerli (multi-valued)** bir yapıya sahiptir. Örneğin:

“Sıcaklık 22°C”

Bu bilgi, "sıcak mı soğuk mu?" sorusuna tek bir evet/hayır cevabıyla yanıt veremez.

İkili mantık bu aralıklı, dereceli bilgileri ifade etmekte yetersiz kalır. Bu eksiklik, Lukasiewicz, Post, Gödel gibi düşünürlerin çok değerli mantık sistemleri geliştirmesine neden olmuştur (Gottwald ve Gottwald, 2001).

1.4.3. Sınıflandırma Problemlerindeki Katılık

Klasik küme teorisine göre, bir nesne ya bir kümeye dahildir ya da değildir; ara bir durum söz konusu olamaz. Ancak, günlük yaşamda birçok kavram için bu “tam üyelik” yaklaşımı yetersiz ve anlamsızdır. Örneğin;

- ✓ Bir kişi kaç yaşında yaşlı kabul edilir?
- ✓ 80 kg olan bir insan kilolu mudur?

Bu tür soruların cevabı kişiden kişiye, toplumdaki topluma değişebilir. Ancak keskin kümeleme (crisp set) anlayışı, bu tarz belirsiz geçiş alanlarını net olarak açıklayamaz (Zimmermann, 2011).

1.4.4. Doğal Dil ve Anlam Karmaşıklığı

Klasik mantık, biçimsel ve yapay bir dildir. Oysa insanlar çoğunlukla **doğal dil** aracılığıyla düşünür ve iletişim kurar. Doğal dil ise:

- ✓ Çok anlamlılık (polysemy)
- ✓ Eksiklik (ellipses)
- ✓ Dolaylı anlatım (implicature)
- ✓ Tonlama ve bağlama bağlılık

gibi bileşenler içerir. Bu nedenle klasik mantığın doğruluk koşulları, doğal dildeki karmaşıklığı modellemekte yetersizdir (Novákve ark., 1999).

1.4.5. Nicel Değerlendirme Zorlukları

Karar verme, kontrol sistemleri, yapay zekâ gibi alanlarda değerlendirilen kriterler çoğunlukla **süreksiz** veya **sözel** niteliktedir. Örneğin;

- ✓ "Müşteri memnuniyeti yüksek"
- ✓ "Enerji verimliliği orta"
- ✓ "Risk düşüktür"

Bu tür verilerin ikili (binary) olarak işlenmesi, bilgi kaybına neden olur ve sistem performansını düşürür. Klasik mantık bu noktada bulanık mantığın esnekliğine göre çok daha az kullanışlıdır (Klir ve Yuan, 1995).

Sonuç olarak; klasik mantık, biçimsel kesinlik isteyen alanlarda (matematiksel ispatlar, mantıksal çıkarımlar) güçlü bir araçtır. Ancak belirsizlik, çoklu yorum, derece farkı gibi durumların söz konusu olduğu gerçek dünyada yetersiz kalmaktadır. Bu bağlamda, yeni mantık sistemlerine duyulan ihtiyaçlar doğmuştur. Bu ihtiyaçların başında gelen sistem, 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından geliştirilen bulanık mantık (fuzzy logic) sistemidir. Bir sonraki bölümde klasik mantığın ötesine geçen bu yaklaşımın doğuş sürecine ve temel ilkelerine odaklanacağız.

1.5. Bilim ve Teknolojide Klasik Mantığın Yeri

Klasik mantık, yalnızca felsefi tartışmaların değil; aynı zamanda bilimsel düşüncenin ve teknolojik gelişmelerin temelini oluşturan rasyonel bir çerçevedir. Aristoteles tarafından biçimsel hale getirilen klasik mantık, özellikle tümdengelimli çıkarım kurallarıyla, bilimsel yöntemlerin yapı taşını oluşturmuştur (Copi ve ark., 2014). Bu mantık yapısı, bilginin doğruluğunun nesnel ölçütlere göre değerlendirildiği, “ya doğru ya yanlış” ikiliğinde şekillenen kesin bir sistem sunar.

1.5.1. Bilimsel Yöntemde Klasik Mantık

Bilimsel yöntemin özünü oluşturan hipotez kurma, gözlem yapma, deney yürütme ve sonuç çıkarma aşamalarında klasik mantığın etkisi açıkça görülür. Tümdengelimli akıl yürütmeler, doğa yasalarının keşfinde uzun süre temel alınmıştır. Örneğin, Newton’un hareket yasaları, gözlemlerden yola çıkarak evrensel ilkeler haline getirilmiş ve klasik mantığın katı çıkarım kurallarına uygun biçimde sistemleştirilmiştir (Losee, 2001).

Klasik mantığın belirli varsayımlara dayalı kesinlik arayışı, pozitivist bilim anlayışının da temelini oluşturmuştur. Bu anlayış, bilimsel bilgiyi nesnel, ölçülebilir ve tekrarlanabilir olarak tanımlar. Bu noktada klasik mantığın doğruluk ilkesi (bir önerme ya doğrudur ya yanlıştır) bilimsel modellemenin mantıksal zeminini sağlamıştır (Nagel, 1979).

1.5.2. Matematik ve Bilgisayar Bilimlerinde Klasik Mantık

Matematik, klasik mantığın simgesel ve biçimsel yönlerini sistematik şekilde kullanan en disiplinli alanlardan biridir. Matematiksel mantık, Peano aksiyomları veya kümeler kuramı gibi yapılarda klasik mantığın doğruluk tabanlı yapısını esas alır (Enderton, 2001). Kümeler kuramında bir nesne ya bir kümeye aittir ya da değildir; bu da klasik mantığın ikili (binary) doğasının açık bir tezahürüdür.

Bilgisayar bilimlerinde de klasik mantığın yeri vazgeçilmezdir. Özellikle Boole cebiri ve doğruluk tabloları üzerine kurulu dijital devre tasarımları, klasik mantığın doğrudan teknolojik uygulamalarıdır. Bir dijital devre, yalnızca 0 ve 1 (yanlış ve doğru) sinyalleriyle çalışır ve tüm mantıksal geçişler klasik mantık

kurallarıyla belirlenir. Modern bilgisayarların işlemcilerinde yer alan mantıksal kapılar da (AND, OR, NOT vb.) klasik mantığın pratik sonuçlarını temsil eder (Sarma ve Bhuyan, 2019).

1.5.3. Klasik Mantığın Sınırları ve Yeni Yaklaşımların Gerekliliği

Her ne kadar klasik mantık bilim ve teknoloji alanlarında sağlam temeller sunsa da, belirsizlik, bulanıklık ve çokanlamlılık gibi olguların ön plana çıktığı alanlarda yetersiz kalmaktadır. Gerçek dünya problemlerinde her durumun ya tamamen doğru ya da tamamen yanlış olması beklenemez. Bu durum, özellikle yapay zekâ, dil işleme ve karmaşık sistem modellemelerinde klasik mantığın ötesinde yaklaşımlara ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir (Zadeh, 1965).

Ancak tüm bu gelişmelere rağmen, klasik mantık hâlâ bilimsel doğrulamanın ve teknik uygulamaların temelini oluşturmaktadır. Yeni yaklaşımlar da çoğu zaman klasik mantığın üzerine inşa edilmektedir. Bu da klasik mantığın bilimsel ve teknolojik dünyadaki sürekliliğini ve önemini koruduğunu ortaya koymaktadır (Priest, 2008).

Bölüm 1 Genel Özeti

Bu bölümde klasik mantığın ortaya çıkışı, tarihsel gelişimi, temel ilkeleri ve bilimsel düşünce üzerindeki etkisi kapsamlı biçimde ele alınmıştır. İlk olarak mantık kavramının genel tanımı yapılmış ve klasik mantığın düşünce tarihindeki yeri açıklanmıştır. Mantığın sistematik bir disiplin olarak şekillenmesinde özellikle Antik Yunan filozofu Aristotele'sün önemli bir rol oynadığı vurgulanmıştır. Aristoteles'in geliştirdiği kıyas sistemi ve mantıksal çıkarım kuralları, yüzyıllar boyunca felsefe, bilim ve eğitim alanlarında temel referans noktası olmuştur. Orta Çağ'da İslam düşünürleri ve Avrupa'daki skolastik gelenek tarafından geliştirilen bu mantık anlayışı, modern dönemde sembolik ve matematiksel mantık çalışmalarıyla daha da sistematik bir yapı kazanmıştır.

Bölümde ayrıca klasik mantığın temelini oluşturan özdeşlik, çelişmezlik ve üçüncü halin imkânsızlığı ilkeleri açıklanmış; ikili doğruluk sistemi çerçevesinde önermelerin yalnızca doğru veya yanlış değerleri alabildiği gösterilmiştir. Bunun yanı sıra, mantıksal bağlaçlar, çıkarım kuralları ve doğruluk tabloları aracılığıyla klasik mantığın biçimsel yapısı ele alınmış; özellikle sembolik mantığın

gelişimiyle birlikte mantıksal düşüncenin matematiksel ve hesaplanabilir bir yapıya kavuştuğu ortaya konmuştur.

Bununla birlikte bölümde klasik mantığın güçlü yönlerinin yanı sıra sınırlılıkları da değerlendirilmiştir. Klasik mantığın kesinlik ve ikili doğruluk üzerine kurulu yapısının matematik, bilgisayar bilimleri ve mühendislik gibi alanlarda etkili olduğu, ancak belirsizlik, dereceli kavramlar ve doğal dildeki çok anlamlılık gibi durumları açıklamada yetersiz kaldığı ortaya konmuştur. Özellikle gerçek yaşam problemlerinin çoğu zaman kesin doğruluk değerleri yerine göreceli ve bağlama bağlı ifadeler içerdiği belirtilmiştir. Bu durum, klasik mantığın ötesine geçen yeni yaklaşımların geliştirilmesini gerekli kılmıştır.

Sonuç olarak bu bölüm, klasik mantığın düşünce tarihindeki kurucu rolünü ve bilimsel yöntem üzerindeki etkisini ortaya koyarken, aynı zamanda bu sistemin sınırlarını da göstermektedir. Klasik mantığın sağladığı biçimsel temel, modern mantık sistemlerinin gelişimi için güçlü bir başlangıç noktası oluşturmuştur. Ancak belirsizlik ve dereceli doğruluk gibi olguların daha etkili biçimde modellenebilmesi için yeni yaklaşımlara ihtiyaç duyulmuştur. Bu bağlamda bir sonraki bölümde, klasik mantığın sınırlılıklarını aşmaya yönelik geliştirilen ve özellikle belirsizliğin modellenmesinde önemli bir rol oynayan bulanık mantık yaklaşımının ortaya çıkışı ve temel prensipleri ele alınacaktır.

BÖLÜM 2: BULANIK MANTIĞIN ORTAYA ÇIKIŞI

2.1. Zadeh ve Bulanık Mantığın Doğuşu

20. yüzyılın ortalarında klasik mantığın katı ikili yapısı, gerçek yaşamın karmaşıklığını ve belirsizliğini açıklamada yetersiz kalmaya başlamıştı. Bu dönemde, özellikle insan düşüncesi, doğal dil, belirsiz veri ve yumuşak sınıflandırmalar gibi konuların matematiksel olarak modellenmesine duyulan ihtiyaç arttı. Bu ihtiyacın sonucunda 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından geliştirilen **bulanık mantık** (fuzzy logic), klasik mantığa dayalı bilimsel düşünceye radikal bir alternatif sundu (Zadeh, 1965).

2.1.1. Zadeh'in Bilimsel Arka Planı ve Bulanık Fikrin Temelleri

Lotfi Asker Zadeh, 1921 yılında Bakü'de doğmuş; eğitimini İran ve ABD'de tamamlamış bir elektrik mühendisi ve matematikçiydi. Columbia Üniversitesi'nden mezun olduktan sonra uzun yıllar boyunca Kaliforniya Üniversitesi, Berkeley'de görev yaptı. Zadeh, mühendislik problemleriyle ilgilenirken özellikle kontrol sistemlerinin doğrusal olmayan yapılarında karşılaşılan belirsizlikleri matematiksel olarak modelleme ihtiyacından yola çıktı (Mendel, 2017).

Klasik mantıkta bir nesne bir kümeye ya aittir ya da değildir. Ancak Zadeh, insan aklının nesnelere bu kadar keskin sınırlarla sınıflandırmadığını gözlemledi. Örneğin “yüksek sıcaklık”, “yaşlı insan” veya “hızlı araba” gibi ifadelerin net sınırları yoktur. Bu tür kavramlar dilsel ve bağlama bağlıdır. Bu nedenle, Zadeh, bir nesnenin belirli bir kümeye aitliğini $[0, 1]$ aralığında bir üyelik derecesi ile ifade eden yeni bir küme teorisi önerdi ve bu teori **bulanık kümelerin** (fuzzy sets) ta kendisi idi (Zadeh, 1965).

2.1.2. Bulanık Mantığın Temel Prensipleri

Zadeh'in çalışması, klasik küme teorisinin ötesine geçerek üyelik derecelerini sürekli hale getirdi. Bu yeni yaklaşımda bir eleman, bir kümeye “bir miktar” ait olabilir. Böylece hem niceliksel hem de niteliksel belirsizlikleri ifade etmek mümkün hale geldi (Zimmermann, 2001).

Bulanık mantık bu üyelik yapısına dayanarak mantıksal işlemleri yeniden tanımlar: Örneğin klasik mantıkta "A ve B" önermesi ancak her iki önerme de doğruysa doğrudur. Oysa bulanık mantıkta bu birleşim işlemi üyelik derecelerinin minimum değeriyle hesaplanır. Aynı şekilde “veya” işlemi maksimum değere karşılık gelir. Bu, klasik

mantığın katı yapısına kıyasla çok daha esnek bir yapı sunar (Klir ve Yuan, 1995).

2.1.3. Zadeh'in Vizyonu ve Akademik Etkisi

Zadeh'in vizyonu sadece mühendislikle sınırlı kalmadı. Dil işleme, yapay zekâ, karar destek sistemleri ve psikoloji gibi birçok disiplinde geniş yankı buldu. Başlangıçta bilim çevrelerinde yoğun eleştiri alan bu yaklaşım, zamanla çok sayıda uygulamayla kendini ispatladı. Özellikle Japonya'da otomotiv sektöründe bulanık mantık tabanlı kontrol sistemlerinin (örneğin bulanık mantıklı klima sistemleri ve tren kontrol sistemleri) yaygınlaşması, bulanık mantığın pratik gücünü ortaya koydu (Yager ve Zadeh, 1992).

Zadeh, bu yeni yaklaşımı sadece bir mantık biçimi olarak değil, aynı zamanda insan düşüncesinin doğasına daha yakın bir modelleme aracı olarak tanımlamıştır. Ona göre bulanık mantık, “yaklaşık akıl yürütmenin matematiksel teorisidir” (Zadeh, 1975). Bu ifade, klasik mantığın ötesine geçen bir paradigmaya işaret eder.

2.2. Belirsizlik Kavramı ve Gerçek Hayatla İlişkisi

2.2.1. Belirsizlik: Tanım ve Kapsam

Belirsizlik, bilgi eksikliği, değişkenlik, karmaşıklık veya rastlantısallıktan kaynaklanan bir durumdur. Matematiksel olarak, bir sistemin durumunun veya bir değişkenin değerinin tam olarak bilinmemesi anlamına gelir (Walker ve ark., 2003). Belirsizlik yalnızca ölçümsel hatalardan değil, aynı zamanda doğal dilin muğlaklığı, algısal farklılıklar, yetersiz veri, rastgele olaylar ve bilişsel sınırlılıklar gibi birçok kaynaktan doğabilir (Hariri ve ark., 2019).

Geleneksel matematik ve mantık, belirsizliği genellikle rastlantısallık (olasılık) çerçevesinde ele alır. Ancak gerçek hayattaki birçok durum, yalnızca olasılıkla değil, aynı zamanda bulanıklık (fuzziness) ve belirsizlik (uncertainty) gibi daha geniş kategorilerle açıklanabilir (Zadeh, 1978). Bu nedenle, belirsizlik; istatistiksel belirsizlik, epistemik belirsizlik ve dilsel belirsizlik gibi alt türlerde incelenir (Walker et al., 2003).

2.2.2. Gerçek Hayatta Belirsizlik: Günlük Örnekler

İnsan yaşamı baştan sona belirsizliklerle çevrilidir. Günlük hayatta verilen kararların büyük bir bölümü, kesin ve tam bilgiye dayanmak yerine eksik, yoruma açık ya da olasılıksal bilgilere dayanır. İnsanlar çevrelerini değerlendirirken çoğu zaman matematiksel kesinlikten ziyade deneyim, sezgi ve dilsel ifadeler üzerinden düşünürler. Bu nedenle gerçek yaşamda karşılaşılan birçok durum, klasik mantığın kesin doğru veya yanlış ayırımına indirgenemeyecek kadar karmaşıktır.

Örneğin günlük konuşmalarda sıkça kullanılan “Bugün hava muhtemelen yağmurlu olacak” ifadesi olasılıksal bir belirsizlik içerir. Bu tür ifadelerde kesin bir sonuç yerine belirli bir olasılık söz konusudur. Meteoroloji tahminleri de benzer şekilde belirli bir ihtimal üzerinden ifade edilir; örneğin “%60 yağmur ihtimali” gibi ifadeler, gelecekteki durumun kesin olmadığını ve farklı sonuçların mümkün olduğunu gösterir. Bu durum, belirsizliğin çoğu zaman olasılıksal bilgi ile ifade edildiğini ortaya koyar.

Bir başka örnek ise dilsel ve yorumlayıcı belirsizliktir. “Bu proje çok karmaşık görünüyor” ifadesi, karmaşıklığın kesin bir ölçüyle tanımlanmadığı bir durumu ifade eder. Farklı kişiler aynı projeyi farklı düzeylerde karmaşık olarak değerlendirebilir. Burada belirsizlik yalnızca bilgi eksikliğinden değil, aynı zamanda insanların algı ve değerlendirme biçimlerinden de kaynaklanır. Benzer şekilde “toplantı biraz uzun sürdü”, “bu yol oldukça dar” ya da “film oldukça etkileyiciydi” gibi ifadeler de öznel yorumlara dayalıdır ve kesin sınırlar içermez.

Günlük yaşamda sıkça karşılaşılan bir diğer belirsizlik türü ise bulanık kavramlardan kaynaklanır. “Ahmet oldukça yaşlı”, “Bu araba hızlı” ya da “Bu oda geniş” gibi ifadeler, kesin sınırlarla tanımlanması zor olan kavramları içerir. Örneğin bir kişinin hangi yaşta “yaşlı” olarak değerlendirileceği kesin bir sayıyla belirlenemez; bu durum kişinin bulunduğu toplum, kültür veya bağlama göre değişebilir. Aynı şekilde bir aracın “hızlı” olarak nitelendirilmesi de göreceli bir değerlendirilmedir. Bu tür kavramların net sınırları olmadığı için klasik mantık çerçevesinde kesin doğru veya yanlış olarak sınıflandırılması

oldukça güçtür. Bu nedenle bu tür ifadeler bulanık (fuzzy) kavramlar olarak adlandırılır (Zadeh, 1975).

İnsanlar günlük kararlarını çoğu zaman bu tür belirsiz ve esnek kavramlar üzerinden verirler. Örneğin bir kişi “hava biraz serin” ifadesine dayanarak mont giyip giymemeye karar verebilir veya “trafik çok yoğun” değerlendirmesi nedeniyle alternatif bir yol seçebilir. Bu kararlar kesin matematiksel hesaplamalara dayanmaz; daha çok deneyim, algı ve sezgisel değerlendirmelerle şekillenir. İnsan zihni belirsizlik içeren bilgileri yorumlama ve bunlara göre karar verme konusunda oldukça esnek bir yapıya sahiptir.

Ancak klasik mantık sistemi yalnızca iki kesin doğruluk değeri üzerine kuruludur: doğru (1) ve yanlış (0). Bu yaklaşım matematiksel olarak güçlü ve tutarlı olsa da, gerçek yaşamda karşılaşılan birçok durumun doğasını tam olarak temsil etmekte yetersiz kalabilir. Çünkü günlük hayattaki birçok kavram kesin sınırlar yerine kademeli geçişlere sahiptir. Bir kişi bir anda “genç”ten “yaşlı”ya dönüşmez ya da bir hava durumu bir anda “soğuk”tan “sıcak” kategorisine geçmez; bu tür kavramlar genellikle dereceli değişimler gösterir.

Bu noktada bulanık mantık yaklaşımı devreye girer. Bulanık mantık, klasik mantığın katı doğru-yanlış ayrımı yerine, doğruluğun dereceler halinde ifade edilmesine olanak tanır. Böylece bir ifadenin tamamen doğru ya da tamamen yanlış olması yerine belirli bir doğruluk derecesine sahip olması mümkündür. Bu yaklaşım, özellikle insan düşünme biçimine daha yakın bir model sunduğu için gerçek dünyadaki belirsizlikleri temsil etmede oldukça etkili bir araç olarak görülmektedir. Bu nedenle bulanık mantık, mühendislikten yapay zekâyâ, karar destek sistemlerinden kontrol sistemlerine kadar pek çok alanda kullanılmaktadır.

Sonuç olarak, gerçek hayattaki belirsizlikler insan düşüncesinin ve karar verme süreçlerinin doğal bir parçasıdır. Günlük dilde kullanılan birçok ifade kesin sınırlar içermez ve çoğu zaman bağlama göre farklı şekillerde yorumlanabilir. Bu durum, klasik mantığın iki değerli yapısının gerçek dünyanın karmaşıklığını açıklamakta sınırlı kalmasına yol açar. Bulanık mantık ise bu belirsizliği daha esnek ve gerçekçi bir şekilde modelleyerek, insan düşünme biçimine daha yakın bir temsil sunar.

2.2.3. Belirsizlik Türleri

Belirsizlik genellikle şu üç ana başlık altında sınıflandırılır (Hüllermeie ve Waegeman, 2021):

1. Aleatorik Belirsizlik (İstatistiksel / Rastlantısal): Doğal olarak rastgele olan durumları ifade eder. Örneğin zar atıldığında hangi sayının geleceği bu tür belirsizliğe örnektir.
2. Epistemik Belirsizlik (Bilgiye Dayalı): Bilgi eksikliği veya ölçüm hatalarından kaynaklanır. Örneğin bir sistemin tam davranışı bilinmediğinde bu tür belirsizlik ortaya çıkar.
3. Dilsel Belirsizlik: Kavramların net bir tanımı olmadığında oluşur. “Sıcak”, “yüksek”, “hızlı” gibi kavramlar bu türe örnektir.

2.2.4. Belirsizlikle Başa Çıkma Yöntemleri

Belirsizlik, günlük yaşamda ve bilimsel çalışmalarda sıkça karşılaşılan bir olgudur. Bu durumla başa çıkmak için farklı yöntemler geliştirilmiştir. Geleneksel olarak, olasılık kuramı belirsizliğin matematiksel olarak ifade edilmesinde temel araç olmuştur. Olasılık teorisi, özellikle rastlantısal olayları ve şansa dayalı durumları modellemekte oldukça etkilidir. Örneğin bir zar atıldığında hangi sayının geleceğini veya hava tahminlerindeki olasılıkları matematiksel olarak ifade etmek için olasılık değerleri kullanılabilir.

Ancak olasılık kuramı yalnızca rastlantısal belirsizlikleri temsil eder. Günlük yaşamda karşılaşılan birçok belirsizlik ise olasılıksal değildir. Bunlar yorumlayıcı, algısal veya dilsel belirsizliklerdir. Örneğin “Bu yemek oldukça sıcak” veya “Ahmet oldukça hızlı” gibi ifadeler, klasik olasılık kuramıyla nicel olarak ifade edilemez. Bu tür durumlarda bulanık mantık devreye girer. Bulanık mantık, bir ifadenin doğruluğunu yalnızca doğru veya yanlış olarak değil, 0 ile 1 arasında değişen bir derece ile ifade ederek, insan zihninin algı ve yorumlama biçimine yakın bir model sunar (Zadeh, 1975).

Buna ek olarak, modern literatürde belirsizliği temsil etmek için geliştirilmiş farklı matematiksel modeller de vardır. Dempster-Shafer teorisi, eksik veya çelişkili bilgiyi birleştirerek güven düzeylerini hesaplamaya olanak tanır (Bezerra, 2021). Kesin olmayan olasılık ve

aralık Tip-2 bulanık kümeler, belirsizliğin daha esnek ve aralıklı bir şekilde ifade edilmesini sağlar. Benzer şekilde, kaba küme teorisi (rough set theory) veri tabanındaki eksik veya belirsiz bilgileri işlemekte kullanılırken, nötrosofik mantık (neutrosophic logic) doğru, yanlış ve belirsiz bileşenleri aynı anda modelleyebilme yeteneğine sahiptir (Smarandache, 2025).

Bu yöntemlerin ortak amacı, belirsizliği daha etkin bir şekilde modellemek ve karar alma, tahmin veya kontrol sistemlerinde güvenilir sonuçlar elde etmektir. Özellikle karmaşık sistemlerde ve insan odaklı uygulamalarda, klasik olasılık kuramının sınırlarını aşmak için bu alternatif yaklaşımlar büyük önem taşır. Böylece belirsizlik yalnızca rastlantısal bir fenomen olarak değil, aynı zamanda algısal ve yorumlayıcı boyutlarıyla da yönetilebilir hale gelir.

2.2.5. Bulanık Mantığın Rolü

Bulanık mantık, özellikle dilsel ve sezgisel belirsizliklerin modellenmesinde önemli bir araçtır. Günlük yaşamda kullandığımız ifadeler çoğu zaman kesin sınırlar taşımayan, muğlak veya yoruma açık kavramlar içerir. Örneğin, bir odanın sıcaklığını “yüksek”, “orta” veya “düşük” olarak tanımladığımızda, bu kategoriler arasındaki geçişler net değildir. Geleneksel ikili mantık (0-1) bu tür durumları temsil etmekte yetersiz kalırken, bulanık mantığın üyelik fonksiyonları, her bir kavramın sisteme katkısını dereceli olarak modelleme imkânı sunar. Bu sayede gerçek dünya sistemleri, daha gerçekçi ve esnek bir şekilde ifade edilebilir (Zimmermann, 2001).

Zadeh’in öncülüğünde geliştirilen bulanık mantık, yaklaşık akıl yürütme (approximate reasoning) için matematiksel bir temel sağlar. Karmaşık sistemlerdeki davranışları anlamak ve belirsizlikleri yönetmek, klasik mantığın katı kurallarıyla zor veya imkânsız olabilir. Bulanık mantık, sistemin giriş değerlerine karşılık gelen çıkışları belirlerken, kesin olmayan, belirsiz veya subjektif bilgileri dikkate alabilir. Örneğin bir klima kontrol sisteminde “oda sıcaklığı biraz yüksek” ifadesi, sistemin çalışmasını yönlendirirken sadece 0 veya 1 gibi ikili bir değerle sınırlı kalmaz, aynı zamanda geçiş durumlarını da göz önünde bulundurur.

Bulanık mantık ayrıca, karar destek sistemleri, kontrol sistemleri, yapay zeka ve makine öğrenmesi uygulamalarında da yaygın olarak kullanılır. Karar vermede insan benzeri esnekliği sağlar ve sistemlerin çevresel değişkenlere karşı adaptif ve toleranslı davranmasına olanak tanır. Bu yaklaşım sayesinde, mühendislik uygulamalarında, ekonomik modellemelerde ve tıp gibi alanlarda, belirsizliklerden kaynaklanan hatalar minimize edilebilir.

Sonuç olarak, bulanık mantık yalnızca teorik bir kavram değil, pratikte belirsiz ve muğlak bilgiyi nicel olarak temsil edebilme yeteneğine sahip güçlü bir yöntemdir. Bu sayede, hem sistemlerin davranışlarını anlamak hem de karar alma süreçlerini optimize etmek mümkün hâle gelir (Zadeh, 1975; Zimmermann, 2001).

2.3. Klasik ve Bulanık Mantığın Karşılaştırılması

2.3.1. Giriş

Mantık, düşüncenin ve karar vermenin temeli olarak kabul edilir. Klasik (Aristotelesçi) mantık, yüzyıllar boyunca bilimsel düşüncenin temel direği olmuştur. Ancak 20. yüzyılın ikinci yarısından itibaren, gerçek hayatta karşılaşılan birçok durumun klasik mantığın kesinlik ilkeleriyle modellenemeyeceği görülmüştür. Bu bağlamda Zadeh'in önerdiği **bulanık mantık**, klasik mantığın katı ikili (binary) yapısına alternatif olarak geliştirilmiştir (Zadeh, 1965).

Bu bölümde klasik ve bulanık mantığın temel özellikleri karşılaştırılacak, farklılıkları açıklanacak ve hangi durumlarda hangisinin daha uygun olduğu tartışılacaktır.

2.3.2. Klasik Mantık: Kesinlik ve İkilik

Klasik mantık, bir önermenin ya **doğru (1)** ya da **yanlış (0)** olabileceği ikili değer sistemine dayanır. Bu anlayışa göre, ara değerler ya da “kısmen doğru” gibi ifadeler mantıksal olarak kabul edilmez. Örneğin, klasik mantığa göre:

- ✓ "Bu bardak doludur" ifadesi doğru (1) ya da yanlış (0) olarak değerlendirilir.
- ✓ “Bardağın %60'ı dolu” gibi bir ifade klasik mantık için anlam taşımaz, çünkü bu yaklaşım kesin sınırlar gerektirir.

Klasik mantığın temel özellikleri şunlardır:

- ✓ Kanıtlanabilirlik: Bir önerme yalnızca doğru ya da yanlış olabilir.
- ✓ Çelişmezlik: Bir önerme hem doğru hem yanlış olamaz.
- ✓ Üçüncü Halin İmkânsızlığı: Bir önermenin üçüncü bir doğruluk değeri yoktur.

Bu yapı özellikle formel bilimlerde, bilgisayar devrelerinde, cebirsel sistemlerde büyük başarı sağlamıştır.

2.3.3. Bulanık Mantık: Yaklaşıklık ve Derecelilik

Bulanık mantık, klasik mantığın sınırlayıcı ikili değer anlayışını genişleterek, önermelere $[0,1]$ aralığında herhangi bir doğruluk derecesi atayabilen bir yapıdır (Zadeh, 1975). Böylece kavramların bulanık, geçişli ve dilsel yönleri daha iyi temsil edilebilir. Örneğin:

- ✓ “Hava sıcak” önermesi klasik mantığa göre doğru ya da yanlış olabilirken, bulanık mantıkta bu önerme 0.7 doğru olabilir.
- ✓ “Ali uzundur” ifadesi, Ali’nin boyu bağlamında üyelik fonksiyonuna göre bir doğruluk değeri alır (örn. 0.8 gibi).

Bulanık mantığın özellikleri şunlardır:

- ✓ Yaklaşık akıl yürütme sağlar.
- ✓ Gerçek yaşamda gözlenen belirsizliği ve grilikleri modellemeye uygundur.
- ✓ Doğal dildeki muğlak kavramları temsil edebilir (örn. genç, uzun, sıcak, ağır vb.)

Klasik ile bulanık mantık arasında farklar aşağıda Tablo 2.1’de verilmiştir.

Tablo 2.1 Klasik Mantık ve Bulanık Mantığın Karşılaştırılması

Özellik	Klasik Mantık	Bulanık Mantık
Değer Kümesi	$\{0, 1\}$	$[0, 1]$ arası sürekli değerler
Temsil Gücü	Kesin ifadeler	Yaklaşık ve dilsel ifadeler
Belirsizlikle Başa	Uygun değil	Uygun

Özellik	Klasik Mantık	Bulanık Mantık
Çıkma		
Doğal Dil Modellemesi	Yetersiz	Başarılı
Kullanım Alanı	Dijital devreler, matematik	Kontrol sistemleri, yapay zeka, karar verme
Akıl Yürütme Biçimi	Dedüktif (kesin sonuçlu)	İndüktif ve yaklaşık akıl yürütme

2.3.5. Kullanım Alanlarına Göre Değerlendirme

Klasik mantık, dijital sistemlerde ve matematiksel formüllerde başarılıdır çünkü netlik gerektirir. Örneğin bilgisayar devreleri 0 ve 1 üzerinden çalışır ve kesin karar verme mantığı üzerine kuruludur.

Bulanık mantık ise özellikle kontrol sistemlerinde (örn. klima, çamaşır makinesi), yapay zeka uygulamalarında, çok kriterli karar verme (ÇKKV) sistemlerinde ve belirsizlik içeren karar verme süreçlerinde yaygın olarak kullanılır (Mendel, 2001). İnsan düşüncesinin yapısına daha yakındır ve “kısmen doğru” olasılıkları işleyebilir (Zimmermann, 2001).

2.3.6. Birbirini Tamamlayan Yapılar

Sonuç olarak; klasik ve bulanık mantık birbirine rakip değil, tamamlayıcı sistemlerdir. Klasik mantık, sistematik analiz ve kesinlik gereken alanlarda idealdir. Ancak belirsizlik, sezgisellik ve yorum gerektiren durumlarda bulanık mantık kaçınılmaz hale gelir. Günümüzün akıllı sistemleri, çoğu zaman her iki mantığı birlikte kullanarak hem formellik hem de esneklik elde etmeyi amaçlamaktadır.

2.4. Bulanık Küme Teorisine Giriş

2.4.1. Giriş: Belirsizliğin Ötesinde Bir Yaklaşım

Klasik mantık ve kümeler, belirli ve kesin sınırlara sahip kavramlarla çalışmak üzere geliştirilmiştir. Ancak doğal dildeki kavramlar ve gerçek yaşam olguları genellikle kesin değildir. Örneğin, “genç”, “uzun boylu” veya “yüksek gelirlili” gibi ifadeler bireyden bireye değişebilir ve keskin sınırlara sahip değildir. Bu tür belirsizliğin

matematiksels olarak modellenebilmesi için yeni bir çerçeveye ihtiyaç duyulmuştur.

Bu bağlamda, Zadeh tarafından 1965 yılında geliştirilen bulanık küme teorisi, klasik küme teorisinin “evet ya da hayır” ikilemini aşarak, kavramların dereceyle ifade edilebilmesine imkân tanımıştır (Zadeh, 1965). Bu teori, özellikle insan düşüncesinin ve dilinin doğasına uygunluğu nedeniyle hem teorik hem de uygulamalı alanlarda geniş kabul görmüştür.

2.4.2. Bulanık Küme Tanımı

Bulanık küme, klasik kümelere benzer şekilde evrensel bir küme X üzerine tanımlanır. Ancak her bir eleman için yalnızca ait/ait değil durumu değil, aynı zamanda aitliğin derecesi de ifade edilir. Bir bulanık küme A şu şekilde tanımlanır:

$$\tilde{A} = \{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X \}$$

Burada:

- ✓ x : Evrensel kümenin bir elemanı,
- ✓ $\mu_{\tilde{A}}(x)$: x elemanının \tilde{A} kümesine aitlik derecesi olup, $[0,1]$ aralığında bir değeri ifade etmektedir.

Bu tanım, \tilde{A} kümesinin yalnızca bir elemanlar kümesi olmadığını, aynı zamanda bu elemanların aitlik derecelerini içeren bir yapı olduğunu ortaya koyar (Büyüközkan ve ark., 2024).

2.4.3. Üyelik Fonksiyonları

Bulanık kümenin özünü üyelik fonksiyonları oluşturur. Üyelik fonksiyonları, her bir elemanın kümeye aitlik derecesini tanımlar. Uygulamada en çok kullanılan üyelik fonksiyonları şunlardır:

- ✓ Üçgen (Triangular)
- ✓ Yamuk (Trapezoidal)
- ✓ Gauss (Gaussian)
- ✓ Çan eğrisi (Bell-shaped)
- ✓ Sigmoid

Bulanık kümelerde üyelik fonksiyonları “Bölüm 3’te” detaylı bir şekilde açıklanacaktır.

2.4.4. Bulanık Kümeler Üzerinde Temel İşlemler

Bulanık küme teorisi, klasik küme işlemlerini genelleyerek daha esnek bir yapı sunar. Temel işlemler şunlardır:

- ✓ Birleşim (Union):

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

- ✓ Kesişim (Intersection):

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

- ✓ Tümlleme (Complement):

$$\mu_A(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Bu işlemler, klasik mantığın mantıksal operatörlerinin bulanık versiyonlarıdır. İlerleyen bölümlerde bu konular Tip-1 bulanık mantık konusu altında detaylı bir şekilde ayrıca açıklanacaktır.

2.4.5. α -Kesitleri ve Temsili

Bir bulanık kümenin α -kesiti, üyelik derecesi en az α olan elemanlardan oluşan klasik bir alt kümedir:

$$A_\alpha = \{x \in X | \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

Bu kesitler, bulanık kümeleri klasik yapılarla analiz etme ve bulanık sayıların aritmetiğini gerçekleştirme açısından önemlidir.

2.4.6. Bulanık Sayılar

Bulanık sayılar, özellikle belirsizliğin sayısal olarak ifade edilmesi gereken alanlarda kullanılır. En yaygın kullanılan Tip-1 bulanık kümelere ait üyelik fonksiyonları olanları aşağıda verilmiştir:

- ✓ Üçgen Bulanık Sayılar (TFN): $\tilde{A} = (l, m, u)$

- ✓ Yamuk Bulanık Sayılar (TrFN): $\tilde{A} = (a, b, c, d)$

şeklinde ifade edilir. Bu sayılar, karar verme, kontrol sistemleri ve ekonomik modelleme gibi alanlarda sıklıkla kullanılmaktadır (Zimmermann, 2001).

2.4.7. Uygulama Alanları

Bulanık küme teorisinin pratikteki başlıca uygulama alanları şunlardır:

- ✓ Karar Verme: ÇKKV yöntemlerinde (Örnek: Bulanık AHP, Bulanık TOPSIS),
- ✓ Kontrol Sistemleri: Buzdolabı, klima, otomatik vites gibi sistemlerde bulanık denetleyici sistemlerinde,
- ✓ Yapay Zekâ: Bilgi temsili ve çıkarım sistemlerinde,
- ✓ Mühendislik: Sistem modelleme ve tahmin sistemlerinde,
- ✓ Tıp ve Sağlık Bilimleri: Teşhis ve hastalık sınıflandırılmasında sıklıkla kullanılır.

2.4.8. Eleştiriler ve Yorumlar

Bulanık küme teorisi bazı bilim insanları tarafından "doğruluk ilkesiyle çeliştiği" gerekçesiyle eleştirilmektedir. Ancak bu eleştiriler, teorisinin amacının mutlak doğruluk değil, **belirsizliği modelleme** olduğu göz önüne alındığında yetersiz kaldığı görülmüştür. Bugün itibarıyla, bulanık küme teorisi birçok bilimsel disiplinin ayrılmaz bir parçası hâline gelmiştir.

2.4.9. Sonuç

Bulanık küme teorisi, geleneksel matematiksel modellerin yetersiz kaldığı belirsiz ve sözel verilerin hâkim olduğu durumlar için güçlü bir araç sunar. Günümüzde hem mühendislik hem de sosyal bilimlerde yoğun olarak kullanılmakta; insan düşüncesine ve diliyle iletişime daha yakın modeller üretmektedir. Bu yönüyle klasik mantığın ötesine geçen önemli bir paradigma değişimini temsil etmektedir.

Bölüm 2 Genel Özeti

Bu bölümde bulanık mantığın ortaya çıkışı, gelişim süreci ve temel kavramsal çerçevesi ele alınmıştır. Öncelikle klasik mantığın ikili doğruluk yapısının gerçek dünyadaki belirsizlikleri ve dereceli

kavramları açıklamakta yetersiz kalması, yeni mantık yaklaşımlarının geliştirilmesine zemin hazırlayan temel neden olarak ortaya konmuştur. Bu bağlamda, 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından geliştirilen bulanık mantık yaklaşımının, klasik mantığın katı doğru-yanlış ayırımına alternatif olarak ortaya çıktığı açıklanmıştır. Zadeh'in önerdiği bulanık küme teorisi, bir elemanın bir kümeye aitliğinin yalnızca “var” ya da “yok” biçiminde değil, $[0,1]$ aralığında bir üyelik derecesi ile ifade edilebileceğini ortaya koyarak mantık ve matematik alanında önemli bir paradigma değişimi oluşturmuştur.

Bölümde ayrıca belirsizlik kavramı ayrıntılı biçimde incelenmiş ve gerçek yaşamda karşılaşılan belirsizliklerin yalnızca olasılıksal değil, aynı zamanda dilsel ve algısal boyutlara da sahip olduğu vurgulanmıştır. Günlük yaşamda kullanılan “biraz sıcak”, “oldukça hızlı”, “muhtemelen yağmur yağacak” gibi ifadelerin klasik mantığın ikili doğruluk yapısı ile temsil edilmesinin güç olduğu, buna karşılık bulanık mantığın dereceli doğruluk yaklaşımı sayesinde bu tür ifadelerin daha gerçekçi biçimde modellenbildiği ortaya konmuştur. Bu kapsamda belirsizlik türleri aleatorik, epistemik ve dilsel belirsizlik olarak sınıflandırılmıştır.

Bunun yanı sıra bölümde klasik mantık ile bulanık mantık arasındaki temel farklar karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Klasik mantığın kesinlik ve ikili doğruluk üzerine kurulu yapısının matematiksel sistemler, dijital devreler ve formel bilimlerde oldukça başarılı olduğu; buna karşılık bulanık mantığın belirsizlik, dereceli geçişler ve doğal dildeki muğlak kavramların modellenmesinde daha etkili olduğu açıklanmıştır. Bu değerlendirme sonucunda klasik ve bulanık mantığın birbirine rakip değil, aksine farklı problemlere çözüm sunan tamamlayıcı yaklaşımlar olduğu vurgulanmıştır.

Bölümün son kısmında ise bulanık mantığın matematiksel temelini oluşturan bulanık küme teorisine giriş yapılmıştır. Bulanık küme tanımı, üyelik fonksiyonları, birleşim ve kesişim işlemleri, α -kesitleri ve bulanık sayılar gibi temel kavramlar tanıtılmıştır. Bu kavramların özellikle karar verme, kontrol sistemleri, yapay zekâ, mühendislik uygulamaları ve sağlık bilimleri gibi pek çok alanda yaygın biçimde kullanıldığı belirtilmiştir. Böylece bulanık küme teorisinin yalnızca

teorik bir yaklaşım olmadığı, aynı zamanda pratik problemlerin çözümünde güçlü bir araç sunduğu ortaya konmuştur.

Sonuç olarak bu bölüm, klasik mantığın sınırlarını aşmak amacıyla geliştirilen bulanık mantık yaklaşımının tarihsel arka planını, teorik temellerini ve uygulama alanlarını genel bir çerçevede sunmuştur. Bulanık mantık, belirsizlik ve dereceli doğruluk kavramlarını matematiksel olarak ifade edebilmesi sayesinde modern bilim ve mühendislik alanlarında önemli bir rol üstlenmektedir. Bir sonraki bölümde ise bulanık mantığın temel yapı taşlarından biri olan üyelik fonksiyonları ve Tip-1 bulanık mantık sistemi daha ayrıntılı biçimde ele alınacaktır.

Bölüm 3: TİP-1 BULANIK MANTIK

3.1. Tip-1 Bulanık Mantığın Tanımı ve Temelleri

3.1.1. Zadeh'in Bulanık Kümeleri Tanımlaması

Klasik mantığın keskin sınırlarının ötesine geçme ihtiyacı, özellikle gerçek dünya problemlerinde karar verme süreçlerinin daha esnek bir çerçevede ele alınmasını gerekli kılmıştır. Bu bağlamda 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından ortaya atılan *fuzzy set theory* (bulanık küme teorisi), kesinlik yerine belirsizliğe izin veren bir matematiksel model olarak devrim niteliğinde olmuştur (Zadeh, 1965). Zadeh'e göre, klasik kümelerde bir eleman ya kümenin üyesidir ya da değildir; ancak bulanık kümelerde bir elemanın üyelik derecesi $[0,1]$ aralığında sürekli bir değer alabilir. Bu yaklaşım özellikle dilsel değişkenlerin, insana özgü yargıların ve kademeli geçişlerin yer aldığı sistemlerin modellenmesinde oldukça başarılıdır.

Zadeh'in tanımıyla, bir bulanık küme \tilde{A} , evrensel küme X üzerinde tanımlanır ve her bir $x \in X$ elemanı için $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$ olacak şekilde bir üyelik fonksiyonu ile ifade edilir. Bu ifade, klasik mantıktaki 0 ya da 1 yerine, belirsizliğin derecesine karşılık gelen bir değer üzerinden yorum yapılmasına olanak sağlar. Örneğin: "Sıcaklık" gibi dilsel bir değişkenin "sıcak" kabul edilmesi durumu, klasik mantıkta 30°C ve üstü sıcak kabul edilirken; bulanık mantıkta 28°C 'nin de kısmen sıcak olabileceğini ifade eder. Bu, bulanık mantığın gerçek dünyayı modellemedeki esnekliğini ortaya koyar (Zimmermann, 2001).

3.1.2. Üyelik Fonksiyonları ve Özellikleri

Tip-1 bulanık mantıkta üyelik fonksiyonları, bulanık kümelerin temel yapı taşlarını oluşturur. Üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}(x)$, her bir x elemanının bulanık kümeye hangi derecede ait olduğunu gösterir. Bu fonksiyonlar aşağıdaki temel özelliklere sahiptir:

- ✓ Aralık: $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$
- ✓ Devamlılık: Genellikle sürekli fonksiyonlar tercih edilir.
- ✓ Simetriklik (isteğe bağlı): Üçgen ve Gauss fonksiyonlarında görülebilir.

Sıkça kullanılan bazı üyelik fonksiyonları ise aşağıda verilmiştir:

- ✓ Üçgen (Triangular)
- ✓ Trapez (Trapezoidal)
- ✓ Gauss (Gaussian)

- ✓ Bell (Genelleştirilmiş Çan Eğrisi)
- ✓ Sigmoid

olarak sıralanır. Yukarıda anılan üyelik fonksiyonları “Bölüm 3.2”, “3.2.1 Üyelik Fonksiyonlarının Türleri” alt başlığı altında detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

3.2. Tip-1 Bulanık Kümeler

Klasik küme teorisine göre bir öge bir kümeye ya tamamen aittir ya da hiç ait değildir. Bu yaklaşımda bir elemanın üyelik durumu yalnızca iki değerle ifade edilir: 0 (ait değil) veya 1 (ait). Bu nedenle klasik kümeler çoğu zaman keskin (crisp) kümeler olarak adlandırılır. Ancak gerçek dünyada karşılaşılan birçok kavram bu kadar kesin sınırlarla tanımlanamaz. Özellikle insan dilinde kullanılan kavramların önemli bir kısmı belirsizlik, yoruma açıklık ve kademeli geçişler içerir. Bu nedenle klasik küme yaklaşımı, gerçek hayatın karmaşık ve belirsiz yapısını modellemede çoğu zaman yetersiz kalmaktadır.

Bu sorunu çözmek amacıyla Zadeh tarafından 1965 yılında bulanık küme teorisi geliştirilmiştir. Zadeh’in ortaya koyduğu bu yaklaşımda bir elemanın bir kümeye aitliği yalnızca iki değerle değil, 0 ile 1 arasında değişen bir üyelik derecesi ile ifade edilir. Bu yaklaşımın en temel ve en yaygın kullanılan biçimi Tip-1 bulanık kümelerdir (Zadeh, 1965). Tip-1 bulanık kümelerde her bir elemanın üyelik derecesi kesin bir sayısal değerle ifade edilir ve bu değer kapalı olarak $[0,1]$ aralığında yer alır.

Tip-1 bulanık kümeler, özellikle belirsiz ve dilsel ifadelerin modellenmesinde oldukça etkilidir. Günlük hayatta kullanılan birçok kavram kesin sınırlar içermez. Örneğin “sıcak hava”, “yüksek hız”, “uzun boy” veya “geniş alan” gibi ifadeler kişiden kişiye veya bağlama göre farklı şekillerde yorumlanabilir. Bu tür kavramlar için kesin bir eşik değeri belirlemek çoğu zaman mümkün değildir. Örneğin bir kişi için 25°C sıcak bir hava olarak değerlendirilebilirken, başka biri için bu sıcaklık hâlâ ılıman veya serin olarak algılanabilir. Tip-1 bulanık mantık bu tür öznel değerlendirmeleri modellemek için her sıcaklık değerine belirli bir üyelik derecesi atar. Böylece bir sıcaklık değeri aynı anda belirli bir ölçüde “ılık” ve belirli bir ölçüde “sıcak” olarak ifade edilebilir.

Tip-1 bulanık kümelerde üyelik derecelerinin belirlenmesinde üyelik fonksiyonları kullanılır. Bu fonksiyonlar, evrensel kümedeki her bir elemanın ilgili bulanık kümeye ne derece ait olduğunu gösterir. Üyelik fonksiyonları üçgensel, yamuksal, Gauss veya sigmoid gibi farklı matematiksel biçimlerde tanımlanabilir. Bu fonksiyonlar sayesinde bir değişkenin farklı dilsel kategorilere aitlik dereceleri hesaplanabilir ve sistem davranışı buna göre modellenabilir.

Matematiksel olarak bir Tip-1 bulanık küme, evrensel küme X üzerinde aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\tilde{A} = \{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X \}$$

Burada:

x : Evrensel kümenin bir elemanı

$\mu_{\tilde{A}}(x)$: x elemanının \tilde{A} bulanık kümesine aitlik derecesini

$\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$: Üyelik derecesinin alabileceği değer aralığını ifade etmektedir

Bu tanım, bulanık kümenin yalnızca elemanlardan oluşan bir yapı olmadığını, aynı zamanda her elemanın aitlik derecesini de içeren bir fonksiyonel yapı olduğunu göstermektedir.

Tip-1 bulanık kümeler, belirsizliği temsil etme yetenekleri sayesinde birçok uygulama alanında kullanılmaktadır. Özellikle kontrol sistemleri, karar destek sistemleri, yapay zeka, robotik, veri madenciliği ve mühendislik uygulamaları gibi alanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Örneğin bir klima kontrol sisteminde sıcaklık, nem ve hava akışı gibi değişkenler bulanık kümeler aracılığıyla değerlendirilir ve sistem bu değerlere göre otomatik olarak ayarlanabilir.

Sonuç olarak Tip-1 bulanık kümeler, klasik küme teorisinin keskin sınırlarını genişleterek belirsiz, yoruma açık ve kademeli değişim gösteren kavramların matematiksel olarak ifade edilmesine olanak sağlayan temel bir yapıdır. Bu yaklaşım, özellikle insan düşünme biçimine daha yakın bir model sunması nedeniyle bulanık mantığın en önemli yapı taşlarından biri olarak kabul edilmektedir.

3.2.1. Üyelik Fonksiyonlarının Türleri

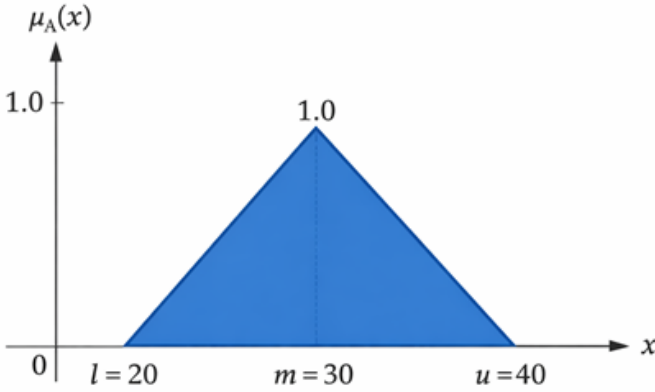
Tip-1 bulanık kümelerde kullanılan üyelik fonksiyonları, bir ögenin bir kümeyle hangi dereceyle ait olduğunu gösteren matematiksel yapılardır. En yaygın kullanılan üyelik fonksiyonu türleri şunlardır:

a) Üçgensel (Triangular) Üyelik Fonksiyonu

Üçgensel fonksiyon, en basit ve en sık kullanılan fonksiyon türlerinden biridir. Belirli bir aralıkta maksimum aitlik değeri alır ve her iki yönde lineer olarak sıfıra iner.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \text{ veya } x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x < b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x < c \end{cases}$$

Üçgen üyelik fonksiyonu kolay tanımlanabilir olması nedeniyle özellikle mühendislik uygulamalarında sıklıkla tercih edilir (Ross, 2010). $(l, m, u) = (20, 30, 40)$ Tip-1 üçgen bulanık fonksiyonu Şekil 3.1'de verilmiştir.



Şekil 3.1. Bir üçgen Tip-1 bulanık fonksiyonu

b) Yamuksal (Trapezoidal) Üyelik Fonksiyonu

Yamuksal üyelik fonksiyonu, bulanık mantık uygulamalarında en yaygın kullanılan üyelik fonksiyonlarından biridir. Bu fonksiyon, belirli bir aralıkta üyelik derecesinin tam olarak 1 olduğu bir bölge tanımlaması bakımından oldukça kullanışlıdır. Üçgensel üyelik fonksiyonuna benzer bir yapıya sahip olmakla birlikte, üçgensel fonksiyondan farklı olarak tepe noktasında tek bir maksimum değer yerine belirli bir aralık boyunca sabit maksimum üyelik derecesi sunar. Bu özellik, bazı değerlerin açık biçimde aynı kategoriye ait kabul edildiği durumların modellenmesini kolaylaştırır.

Yamuksal üyelik fonksiyonu genellikle dört parametre ile tanımlanır. Bu parametreler, fonksiyonun şeklinin belirlenmesini sağlar ve genellikle a , b , c ve d ile gösterilir. Burada a ve d üyelik derecesinin sıfır olduğu sınırları, b ve c ise üyelik derecesinin maksimum değere ulaştığı noktaları ifade eder. Başka bir ifadeyle, b ile c arasındaki değerler için üyelik derecesi 1'dir. Bu durum, söz konusu aralıktaki değerlerin ilgili bulanık kavramı tamamen temsil ettiği anlamına gelir. Matematiksel olarak yamuksal üyelik fonksiyonu şu şekilde ifade edilir:

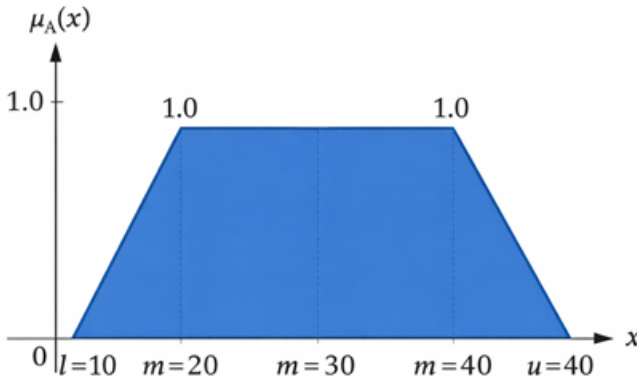
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x \leq b \\ 1 & b < x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & c < x \leq d \\ 0 & x \geq d \end{cases}$$

Bu fonksiyonun grafiksel gösterimi bir yamuk şeklinde olduğundan dolayı “yamuksal üyelik fonksiyonu” olarak adlandırılır. Fonksiyonun a ile b arasındaki bölgesi artan, b ile c arasındaki bölgesi sabit, c ile d arasındaki bölgesi ise azalan bir yapıdadır.

Yamuksal üyelik fonksiyonları özellikle gerçek dünya uygulamalarında oldukça pratiktir. Örneğin bir sıcaklık kontrol sisteminde “ideal sıcaklık” aralığı belirlenirken, belirli bir sıcaklık aralığının tamamen uygun kabul edilmesi gerekebilir. Bu durumda örneğin 22°C ile 24°C arasındaki sıcaklık değerleri tam uygun kabul edilirken, bu aralığa yaklaşıldıkça üyelik derecesi kademeli olarak

artabilir veya azalabilir. Yamuksal üyelik fonksiyonu bu tür durumları oldukça doğal ve esnek bir biçimde modelleyebilir.

Bu özellikleri sayesinde yamuksal üyelik fonksiyonları, özellikle kontrol sistemleri, karar verme problemleri ve mühendislik uygulamalarında sıkça kullanılmaktadır. Ayrıca hesaplama açısından basit olması ve yorumlanmasının kolay olması nedeniyle bulanık mantık tabanlı sistemlerin tasarımında pratik bir çözüm sunmaktadır. Bir bulanık Tip-1 yamuk bulanık fonksiyonu Şekil 3.2’de verilmiştir.



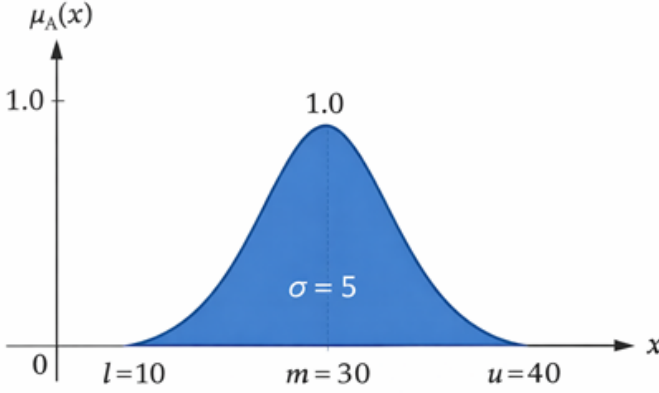
Şekil 3.2. Bir yamuk Tip-1 bulanık fonksiyonu

c) Gauss (Gauss Eğrisi) Üyelik Fonksiyonu

Bu fonksiyon, üyelik derecelerinin daha yumuşak geçişlerle belirlendiği durumlar için uygundur. Matematiksel olarak:

$$\mu(x) = \exp \left[-\frac{(x - c)^2}{2\sigma^2} \right]$$

Burada c ortalama, σ ise standart sapmadır. Bu tür tip-1 fonksiyonlar, sinyal işleme ve kontrol sistemlerinde sıklıkla. Bir bulanık Tip-1 gauss fonksiyonu Şekil 3.3’te verilmiştir



Şekil 3.3. Bir gauss Tip-1 bulanık fonksiyonu

d) Sigmoid (Lojistik) Üyelik Fonksiyonu

Sigmoid fonksiyonu, özellikle keskin bir geçiş olmadığı ama belirli bir eşikten sonra hızlı değişim beklenen durumlar için uygundur. Bu fonksiyon genellikle şu şekilde tanımlanır:

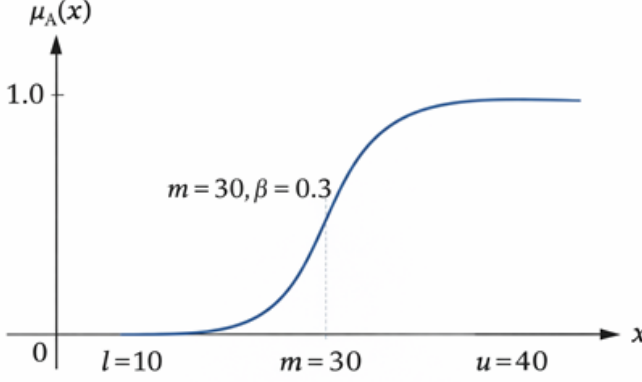
$$\mu(x) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$$

Burada :

a : Eğim parametresidir. Değer arttıkça geçiş daha keskin olur.

c : Eğriyi yatay eksenle kaydıran eşik değeridir.

Sigmoid fonksiyonu, düşük değerlerde yaklaşık 0, yüksek değerlerde yaklaşık 1 olur ve orta noktada hızlı bir geçiş sağlar. Bu nedenle özellikle kontrol sistemleri, tıp ve ekonomi alanlarında sıklıkla tercih edilir. Örnek olarak “Yüksek tansiyon” tanımlamasında, bireylerin tansiyon değerleri belirli bir eşığe kadar risksiz kabul edilirken, bu eşikten sonra risk hızla artar. Bu geçiş sigmoid fonksiyonla kolay bir şekilde modellenebilir. Bir bulanık Tip-1 sigmoid fonksiyonu Şekil 3.4’te verilmiştir.



Şekil 3.4. Bir sigmoid Tip-1 bulanık fonksiyonu

e) Genelleştirilmiş Bell (Çan) Fonksiyonu

Bu fonksiyon, Gauss fonksiyonuna benzer ancak daha fazla parametreye esneklik sağlar. Matematiksel olarak aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}}$$

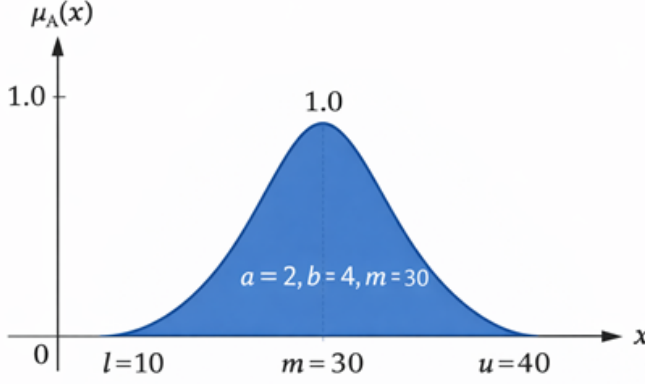
Burada:

a : eğrinin genişliğini,

b : eğrinin şeklini (ne kadar düz ya da sivri olacağı),

c : merkezin konumunu belirler.

Bu fonksiyon, özellikle sinir ağlarıyla birlikte kullanılan adaptif bulanık sistemlerde oldukça yaygındır. Gaussian'dan farklı olarak şekil parametresi sayesinde farklı eğriliklerde fonksiyonlar üretilebilir. Bir bulanık Tip-1 çan fonksiyonu Şekil 3.5'te verilmiştir.



Şekil 3.5. Bir genelleştirilmiş bell (çan) Tip-1 bulanık fonksiyonu

3.2.2. α -Kesitleri ve Özellikleri

Bulanık kümelerle yapılan işlemlerde, klasik kümeye indirgenerek işlem yapılmasını mümkün kılan bir diğer kavram da α -kesitleridir. Bir α -kesiti, bulanık kümenin o anki $\alpha \in [0,1]$ düzeyindeki keskinleşmiş halidir ve matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilir:

$$A^\alpha = \{x \in X | \mu_{\bar{A}}(x) \geq \alpha\}$$

Bu kavram, bulanık kümelerin analizinde ve özellikle bölünmüş değerlendirme (level-cut analysis) yöntemlerinde önemlidir. Örnek olarak; eğer bir sıcaklık fonksiyonu için $\alpha = 0.5$ alınırsa, yalnızca “en az %50 sıcak” olarak değerlendirilen sıcaklıklar dikkate alınır. Bu yaklaşım, özellikle bulanık mantık tabanlı karar destek sistemlerinde faydalıdır; çünkü çeşitli belirsizlik seviyelerine göre ayrı değerlendirme yapılmasını sağlar.

3.2.3. Bulanık Kümelerle İşlemler

Tip-1 bulanık kümelerle klasik küme işlemleri genişletilmiş şekilde uygulanabilir. Bu işlemler üyelik fonksiyonları üzerinde tanımlanır:

a) Birleşim (Union)

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

b) Kesişim (Intersection)

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

c) Tamamlayıcı (Negation veya Ters)

$$\mu_A(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Bu temel işlemler sayesinde bulanık kümeler üzerinde yapılan matematiksel işlemler, klasik küme teorisindeki birleşim, kesişim ve tümlenme işlemlerine benzer bir mantık çerçevesinde gerçekleştirilebilir. Ancak klasik kümelerde bu işlemler yalnızca 0 ve 1 değerleri üzerinden yürütülürken, bulanık kümelerde işlemler üyelik derecelerinin karşılaştırılması yoluyla gerçekleştirilir. Bu nedenle elde edilen sonuçlar kesin sınırlar yerine kademeli geçişler ve ara durumlar içerebilir. Örneğin iki bulanık kümenin birleşimi hesaplanırken, bir elemanın her iki kümeye olan üyelik derecelerinden daha büyük olanı dikkate alınır; kesişim işlemi ise daha küçük olan değer esas alınır. Tamamlayıcı işlemde ise bir elemanın kümeye aitlik derecesinin ters değeri alınarak o elemanın ilgili kavramın karşıt durumuna olan yakınlığı belirlenir. Bu yaklaşım, özellikle doğal dilde ifade edilen kavramların ve insan yargılarının modellenmesinde önemli bir avantaj sağlar. Böylece bulanık küme işlemleri, klasik mantığın katı yapısını genişleterek belirsiz, yoruma açık ve kademeli değişim gösteren gerçek dünya durumlarının matematiksel olarak temsil edilmesine olanak tanır.

3.2. Bölüm Özeti

Tip-1 bulanık kümeler, klasik kümelerin keskin “ait/ait değil” mantığını genişleterek bir öğenin bir kümeye aitliğini 0 ile 1 arasında değişen üyelik dereceleriyle ifade eder. Bu yaklaşım, gerçek dünyadaki belirsiz, yoruma açık ve kademeli kavramları modellemeye olanak sağlar. Her bir elemanın üyelik derecesi, üçgensel, yamuksal, Gauss, sigmoid veya genelleştirilmiş çan (bell) gibi farklı üyelik fonksiyonları aracılığıyla belirlenir. Üyelik fonksiyonları, bir değişkenin farklı dilsel kategorilere aitlik derecelerini matematiksel olarak temsil ederek kontrol sistemleri, karar destek sistemleri, yapay zeka ve mühendislik uygulamalarında etkin kullanım sağlar.

Tip-1 bulanık kümelerde α -kesitleri, belirli bir üyelik seviyesinin üzerinde olan elemanları seçerek bulanık kümenin keskinleşmiş bir versiyonunu oluşturur ve belirsizlik seviyelerine göre analiz yapılmasını mümkün kılar. Ayrıca klasik küme işlemleri, birleşim (union), kesişim (intersection) ve tamamlayıcı (negation) işlemleri,

üyelik dereceleri üzerinden genişletilerek uygulanır. Bu işlemler, elemanların kısmi aitliklerini dikkate alarak kademeli geçişler ve ara durumlar üretir.

Sonuç olarak Tip-1 bulanık kümeler, belirsiz ve insan algısına yakın kavramların matematiksel olarak modellenmesini sağlayan temel bir yapıdır ve bulanık mantığın uygulamalı problemlerdeki esnekliğinin temel taşıdır.

3.3. Bulanık Mantık Operatörleri

Bulanık mantık, klasik iki değerli (binary) mantığın “doğru/yanlış” ikili yapısını $[0,1]$ aralığında “kısmi doğru/kısmi yanlış” değerlerle genişleten bir mantıksal çerçevedir. Bu genişleme, özellikle belirsizliklerin, insan benzeri çıkarım ve karar süreçlerinin modellenmesinde kapsamlı bir araç sağlar. Bulanık mantığın temeli üzerine oturan bulanık mantık operatörleri, klasik mantıktaki AND/OR/NOT operatörlerinin *bulanık kümelere uygun* şekilde genelleştirmeleridir.

3.3.1. Klasik Mantık Operatörleri ile Bulanık Mantık Operatörlerinin Karşılaştırılması

Klasik mantıkta bir önerme veya küme elemanı yalnızca iki farklı doğruluk değerinden birini alabilir: doğru (1) veya yanlış (0). Bu nedenle klasik mantık sistemleri çoğu zaman ikili (binary) mantık olarak adlandırılır. Mantıksal işlemler de bu iki kesin değer üzerine tanımlanır ve sonuçlar her zaman yine 0 veya 1 olarak elde edilir. Bu yapı, matematiksel olarak oldukça kesin ve tutarlı olmakla birlikte, gerçek dünyada karşılaşılan belirsiz ve yoruma açık durumları modellemede sınırlı kalabilmektedir.

Klasik mantıkta en temel mantıksal operatörler AND (ve), OR (veya) ve NOT (değil) operatörleridir. Bu operatörler doğruluk tabloları aracılığıyla tanımlanır. Örneğin:

- ✓ AND (ve) operatörü yalnızca her iki önermenin de doğru olduğu durumda doğru sonuç üretir.
 $1 \text{ AND } 1 = 1$ ve diğer tüm durumlarda sonuç 0'dır.
- ✓ OR (veya) operatörü ise en az bir önerme doğru olduğunda doğru sonuç verir.
 $0 \text{ OR } 0 = 0$ ve diğer tüm durumlarda sonuç 1'dir.

Bu yaklaşım, özellikle dijital devreler, bilgisayar mantığı ve matematiksel ispatlar gibi kesinlik gerektiren alanlarda oldukça başarılıdır. Ancak insan düşüncesi ve doğal dil çoğu zaman bu kadar keskin sınırlar içermez. Örneğin “hava sıcak”, “trafik yoğun” veya “bir kişi genç” gibi ifadeler kesin doğruluk değerleriyle ifade edilmesi zor olan kavramlardır.

Bu noktada bulanık mantık, klasik mantığın bu katı yapısını genişleterek devreye girer. Bulanık mantıkta bir önerme yalnızca doğru veya yanlış değildir; bunun yerine 0 ile 1 arasında herhangi bir doğruluk derecesi alabilir. Başka bir ifadeyle bir ifade kısmen doğru ve kısmen yanlış olabilir. Bu nedenle bulanık mantık operatörleri, klasik mantıktaki gibi yalnızca iki değer üzerinde değil, $[0,1]$ aralığında yer alan gerçek sayı değerleri üzerinde tanımlanır.

Klasik mantığın AND, OR ve NOT operatörleri bulanık mantıkta genelleştirilerek bulanık mantık operatörleri haline getirilmiştir. Bu operatörler genellikle T-norm (kesişim işlemleri için) ve T-conorm (birleşim işlemleri için) adı verilen matematiksel yapılar aracılığıyla tanımlanır. En yaygın kullanılan bulanık operatörler, üyelik derecelerinin minimum, maksimum ve tamamlayıcı işlemleri ile ifade edilir.

Bu genelleştirme sayesinde bulanık mantık operatörleri, klasik mantığın temel yapısını korurken aynı zamanda kademeli doğruluk derecelerini işleyebilen daha esnek bir mantıksal yapı sunar. Böylece belirsiz, dilsel ve yoruma açık bilgilerin matematiksel olarak modellenmesi mümkün hale gelir. Bu özellik, bulanık mantığın özellikle kontrol sistemleri, yapay zeka, karar destek sistemleri ve mühendislik uygulamalarında yaygın şekilde kullanılmasının temel nedenlerinden biridir.

3.3.2. Bulanık Kesişim ve Birleşim — T-Norm ve S-Norm

Bulanık kümeler üzerindeki kesişim (intersection / AND) ve birleşim (union / OR) işlemleri, klasik *keskin küme* mantığından farklı olarak birçok olasılığı temsil eden fonksiyonlara genişletilir. Bu bağlamda iki önemli operatör sınıfı ortaya çıkar:

T-Norm (Triangular Norm)

T-norm, bulanık küme kesişimini modelleyen bir *genelleştirilmiş AND* operatörüdür ve aşağıdaki matematiksel özellikleri sağlar:

- ✓ Birleşme Özelliği (Assoziatiflik): $T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$
- ✓ Değişme Özelliği (Komütatiflik): $T(a, b) = T(b, a)$
- ✓ Monotonik: Girdiler büyüdükçe sonuç değişmez veya artar.
- ✓ Etkisiz Eleman Etkisi: $T(a, 1) = a$

Örnek Standart T-Normlar aşağıda verilmiştir:

- ✓ Minimum (Min) T Normu: Minimum T-norm, iki bulanık ifadenin kesişimini en zayıf üyelik derecesine indirger. Yani “ $A \vee B$ ” ifadesi, en az doğru olan bileşen tarafından belirlenir. Bu yaklaşım, insan sezgisine oldukça yakındır ve en muhafazakâr (katı) AND operatörlerinden biridir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$T_{min}(a, b) = \min\{a, b\}$$

Örnek: Bir alternatif için

$a = 0.7$ (kriter A'ya ait üyelik),

$b = 0.4$ (kriter B'ye ait üyelik) olsun. Bu durumda;
 $T_{min}(0.7, 0.4) = 0.4$

Bu sonuç, kesişimin daha zayıf kriter tarafından sınırlandırıldığını gösterir.

- ✓ Çarpım (Algebraic Product) T-Normu: Çarpım T-normu, iki üyelik derecesini orantılı şekilde birleştirir. Bu operatör, minimum T-norma kıyasla daha yumuşak (esnek) bir kesişim davranışı sergiler ve her iki girdinin de sonuca katkı yapmasına izin verir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$T_{prod}(a, b) = a \cdot b$$

Örnek: Bir alternatif için

$a = 0.7$ (kriter A'ya ait üyelik),

$b = 0.4$ (kriter B'ye ait üyelik) olsun. Bu durumda;

$$T_{prod}(0.7, 0.4) = 0.28$$

Bu değer, minimum T-normdan (0.4) daha küçüktür; çünkü her iki belirsizlik derecesi birlikte değerlendirilmiştir.

- ✓ Lukasiewicz T-Normu: Lukasiewicz T-normu, iki üyelik derecesinin toplamına dayalı bir kesişim mantığı sunar. Ancak toplam 1'i aşmadıkça sonuç sıfırdır. Bu yapı, mantıksal zorunluluk fikrini daha güçlü biçimde yansıtır ve aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$T_L(a, b) = \max\{a + b - 1, 0\}$$

Burada:

- $a, b \in [0, 1]$
- Mantık: Eğer $a + b \geq 1$ ise $T_L(a, b) = a + b - 1$
- Eğer $a + b < 1$ ise $T_L(a, b) = 0$ dır.

Örnekler:

$$a = 0.7, \text{ ve } b = 0.4 \text{ ise } T_L(0.7, 0.4) = \max\{0.1, 0\} = 0.1$$

$$a = 0.6, \text{ ve } b = 0.3 \text{ ise } T_L(0.6, 0.3) = \max\{-0.1, 0\} = 0$$

Bu operatörler, *kesişim çıkışının* hangi bağlamda daha katı veya esnek olacağını belirler. Örneğin minimum t-norm en katı olanıdır, çarpım ise *oranlı bir AND* etkisi sağlar.

S-Norm (T-Conorm / Triangular Conorm) Operatörleri

Bulanık mantıkta S-norm (triangular conorm) operatörleri, iki bulanık kümenin birleşimini temsil eder ve klasik mantıktaki OR (VEYA) operatörünün geliştirilmiş hâlidir. Matematiksel olarak bir S-norm aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$S: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

Bir S-norm operatörünün geçerli kabul edilebilmesi için aşağıdaki temel özellikleri sağlaması gerekir. S-Normun temel özellikleri şu şekildedir:

- ✓ Değişme Özelliği (Komütatiflik): Bu özellik, birleşim sonucunun değişkenlerin sırasından bağımsız olduğunu ifade eder ve $S(a, b) = S(b, a)$ şeklinde ifade edilir.
- ✓ Birleşme Özelliği (Assoziatiflik): $S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$ şeklinde ifade edilir. Bu sayede birden fazla bulanık kümenin birleşimi parantezleme Eğer $a_1 \leq a_2$ ise $b_1 \leq b_2$ ise $S(a_1, b_1) \leq S(a_2, b_2)$. Yani üyelik dereceleri arttıkça birleşim sonucu da azalmaz.
- ✓ Kimlik Elemanı (0-Eleman) Özelliği: Bu özellik, *hiç üyeliği olmayan* bir bulanık kümenin birleşim sonucunu etkilemediğini gösterir ve $S(a, 0) = a$ şeklinde ifade edilir.

Örnek Standart S-Norm (T-Conorm) Operatörleri: Bulanık mantıkta S-normlar (T-conormlar), iki bulanık kümenin birleşimini (OR işlemi) modellemek için kullanılır. Bu operatörler, birleşim etkisinin ne kadar “iyimser” veya “arttırıcı” olacağını belirler. Seçilen S-norm operatörü, karar verme sonuçlarını ve sistem davranışını doğrudan etkileyebilir.

- ✓ Maksimum (Max) S-Normu: Maksimum S-normu, iki üyelik derecesinden büyük olanı birleşim sonucu olarak kabul eder ve $S_{max}(a, b) = \max(a, b)$ şeklinde ifade edilir.

Örnek:

$a = 0.40$ ve $b = 0.70$ olsun.

$S_{max}(0.40, 0.70) = \max(0.40, 0.70) = 0.70$ olur.

Bu durumda birleşim sonucu daha güçlü olan kriterin etkisini korur. Maksimum S-normu, temkinli ve baskın kriter odaklı karar yapılarında tercih edilir. Bir kriterin yüksek olması, birleşimi tek başına belirleyebilir.

- ✓ Cebirsel Toplam (Algebraic Sum) S-Normu: Cebirsel toplam S-normu, her iki üyelik derecesinin toplam katkısını dikkate alır ve çakışan kısmı çıkararak birleşimi hesaplar ve aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$S_{sum}(a, b) = a + b - a \times b$$

Örnek: Aynı üyelik değerleri kullanıldığında:

$$S_{sum}(0.40, 0.70) = 0.4 + 0.7 - (0.4 \times 0.7) = 0.82 \text{ olur.}$$

Bu sonuç, maksimum S-normuna göre daha yüksek bir birleşim değeri üretir. Cebirsel toplam, her iki kriterin de birlikte katkı sağladığı durumları daha güçlü biçimde yansıtır.

3.3.3. Bulanık Tümlleme (Complement / NOT)

Bulanık tümlleme (negation / NOT), klasik mantıktaki $1 - x$ genellemesidir. En yaygın kullanılan tümlleme fonksiyonu:

$$\mu_A(x) = 1 - \mu_A(x) \text{ şeklinde tanımlanır.}$$

Bu fonksiyon, bulanık kümenin üyelik derecesini ters yönde işler ve klasik mantıktaki NOT'un (tersinin) bulanık denkliğidir.

Örnek: Bir alternatifin “yüksek verimlilik” bulanık kümesine ait üyelik derecesi $\mu_A(x) = 0.75$ olsun. Bu durumda aynı alternatifin “yüksek verimli olmama” durumuna ait üyelik derecesi:

$$\mu_A(x) = 1 - 0.75 = 0.25 \text{ olarak hesaplanır.}$$

Elde edilen sonuç, alternatifin yüksek verimli olmama derecesinin düşük olduğunu göstermektedir. Bulanık tümlleme operatörü, özellikle karar verme problemlerinde olumsuz kriterlerin, risklerin veya istenmeyen durumların modellenmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu sayede klasik mantıktaki keskin “var/yok” ayrımı yerine, olumsuzluğun dereceli olarak temsil edilmesi mümkün hale gelir.

3.3.4. Operatörlerin Matematiksel Özellikleri ve Örnekler

Bulanık mantıkta T-norm (Triangular Norm) ve S-norm (T-conorm) operatörleri, sırasıyla klasik mantıktaki VE (AND) ve VEYA (OR) işlemlerinin bulanık genellemesidir. Bu operatörler, bulanık kümeler arasındaki etkileşimin nasıl modellenebileceğini belirler ve karar verme sonuçları üzerinde önemli bir etkiye sahiptir.

T-norm operatörleri, birleşik değerlendirmenin daha kısıtlayıcı olmasını sağlarken; S-norm operatörleri daha kapsayıcı ve iyimser bir değerlendirme yapısı sunar. Tablo 3.1’de T-Norm ve S-Norm operatörlerinin temel özellikleri verilmiştir.

Tablo 3.1. T-Norm ve S-Norm Operatörlerinin Temel Özellikleri

Özellik	T-Norm (AND)	S-Norm (OR)
Mantıksal Anlam	VE (AND)	VEYA (OR)
Kimlik Elemanı	1	0
Yönelim	Küçük değerlere eğilimli	Büyük değerlere eğilimli
Birleşim Etkisi	Kısıtlayıcı	Genişletici
Tipik Operatörler	min, çarpım (product)	max, cebirsel toplam (algebraic sum)

Burada:

- ✓ T-norm operatörleri, tüm kriterlerin aynı anda sağlanmasını gerektiren durumları temsil eder. Bu nedenle sonuç, genellikle en zayıf kriter tarafından belirlenir.
- ✓ S-norm operatörleri ise kriterlerden en az birinin güçlü olmasının yeterli olduğu durumları ifade eder ve sonucu yukarı yönlü destekler.

3.3.5. De Morgan Üçlüsü ve Çiftler

Bulanık mantıkta AND/OR/NOT operatörlerinin birlikte uyumlu olması için De Morgan Triplet kavramı kullanılır: bir t-norm, ona karşılık gelen s-norm ve güçlü bir negator birlikte *De Morgan yasalarını* sağlar:

$$n(S(a, b)) = T(n(a), n(b))$$

$$n(T(a, b)) = S(n(a), n(b))$$

Bu yapı, bulanık kümelerin birleşimi/kesişimi ile tümlemenin mantıksal tutarlılığını garanti eder.

3.3.6. Gelişmiş ve Genişletilmiş Operatörler

Bulanık mantık literatüründe, klasik min/max veya çarpım/cebirsel toplam operatörleri birçok problem için yeterli olsa da, karmaşık ve yüksek belirsizlik içeren uygulamalarda bu operatörlerin esnekliği sınırlı kalabilmektedir. Bu nedenle araştırmacılar, karar vericinin tutumunu, kriterler arası etkileşimi ve model hassasiyetini daha iyi yansıtılabilmek amacıyla parametrik ve genişletilmiş bulanık operatörler geliştirmiştir.

Bu operatörler, bulanık mantığın temel aksiyomlarını korurken, sistem davranışının kontrollü biçimde ayarlanmasına olanak tanır.

Parametrik T-Norm ve S-Norm Operatörleri

Parametrik operatörler, bir veya daha fazla parametre yardımıyla operatörün kısıtlayıcılık veya iyimserlik düzeyini ayarlamayı mümkün kılar. Bu sayede klasik operatörler, daha genel bir çerçeve içerisinde temsil edilebilir.

- ✓ Yager Operatörleri: Yager tarafından önerilen t-norm ve s-norm operatörleri, parametre değeri değiştirilerek min/max davranışına veya daha yumuşak geçişlere yaklaşabilir. Bu operatörler, karar vericinin risk algısını modele dâhil etmek için yaygın olarak kullanılmaktadır.
- ✓ Dombi Operatörleri: Dombi t-norm ve s-normları, özellikle yumuşak geçiş özellikleri sayesinde mühendislik ve kontrol sistemlerinde tercih edilir. Parametre değeri arttıkça operatör, klasik min veya max fonksiyonlarına yakınsar.
- ✓ Dubois–Prade Operatörleri: Bu operatörler, ihtiyatlı (conservative) ve iyimser (liberal) birleşim davranışlarını dengeleyerek, belirsizliğin yüksek olduğu karar problemlerinde daha gerçekçi sonuçlar üretir.

İlişkiye Dayalı ve Özel Tanımlı Operatörler

Bazı uygulamalarda kriterler veya değişkenler arasında bağımsızlık varsayımı geçerli değildir. Bu tür durumlarda klasik t-norm ve s-normlar yetersiz kalabilir. Bu nedenle ilişkiye bağlı özel operatörler geliştirilmiştir.

- ✓ Morfolojik Operatörler: Görüntü işleme ve desen tanıma uygulamalarında kullanılan bu operatörler, bulanık kümeler arasındaki yapısal ilişkileri dikkate alır. Özellikle sınıflandırma ve segmentasyon problemlerinde etkin sonuçlar sunar.
- ✓ Etkileşim Tabanlı Operatörler: Kriterler arasındaki pozitif veya negatif etkileşimleri modelleyebilen bu operatörler, ÇKKV problemlerinde daha hassas değerlendirmelere olanak tanır.

Uygulama Alanları ve Avantajları

Gelişmiş ve genişletilmiş operatörler;

- ✓ Üretim planlaması,
- ✓ Tedarikçi ve tesis seçimi,
- ✓ Kontrol sistemleri,
- ✓ Sınıflandırma ve tahmin modelleri,

gibi alanlarda, sistem çıktılarının daha esnek ve ayarlanabilir olmasını sağlar.

Bu operatörler sayesinde karar vericiler, modelin davranışını problem yapısına göre uyarlayabilir; böylece bulanık mantığın teorik esnekliği uygulamalı problemlerde daha yüksek performans ile temsil edilebilir.

3.3. bölüm Özeti

Bulanık mantık, klasik mantığın “doğru/yanlış” ikili yapısını $[0,1]$ aralığında kısmi doğruluk değerleriyle genişleterek belirsizlik ve insan benzeri karar süreçlerini modellemeye olanak sağlar. Bu çerçevede, klasik AND, OR ve NOT operatörleri, T-norm ve S-norm gibi matematiksel genelleştirmelerle bulanık mantık operatörlerine dönüştürülür. T-normlar (örnek minimum, çarpım, Lukasiewicz), kesişim (AND) işlemlerini kısıtlayıcı biçimde modelleyerek en zayıf üyeliğin veya girdilerin birleşimini dikkate alırken; S-normlar (örnek maksimum, cebirsel toplam) birleşim (OR) işlemlerinde iyimser ve genişletici bir yaklaşım sunar. Bulanık tümleme (NOT) operatörleri ise klasik tersleme mantığını üyelik derecelerine uygulayarak olumsuz durumları kademeli olarak temsil eder. De Morgan yasaları çerçevesinde t-norm, s-norm ve tümleme operatörleri uyumlu bir şekilde kullanılır. Ayrıca, karmaşık ve yüksek belirsizlik içeren uygulamalarda parametrik ve genişletilmiş operatörler (Yager, Dombi, Dubois–Prade) ile morfolojik ve etkileşim tabanlı özel operatörler geliştirilmiştir. Bu operatörler, karar vericinin risk algısını ve kriterler arası etkileşimleri modele dâhil ederek, üretim planlaması, tedarik zinciri yönetimi, kontrol sistemleri ve sınıflandırma uygulamaları gibi alanlarda daha esnek ve uyarlanabilir sonuçlar elde edilmesini sağlar.

3.4. Bulanıklaştırma (Fuzzification) Süreci

Bulanık mantık sistemlerinde karar verme ve çıkarım mekanizmasının ilk aşaması bulanıklaştırma (fuzzification) sürecidir. Bu süreçte, gerçek dünyadan elde edilen kesin (crisp) veriler, bulanık kümeler aracılığıyla üyelik derecelerine dönüştürülür. Başka bir ifadeyle bulanıklaştırma, nicel veya nitel verilerin belirsizlik ve muğlaklık içeren yapılarla temsil edilmesini sağlar.

Bulanıklaştırma süreci, bulanık çıkarım sistemlerinin temel yapı taşlarından biridir ve sistemin doğruluğu büyük ölçüde bu aşamada kullanılan üyelik fonksiyonlarının doğru belirlenmesine bağlıdır.

3.4.1. Girdi Verilerinin Bulanıklaştırılması

3.4.1.1. Kavramsal Tanım

Girdi verilerinin bulanıklaştırılması, ölçülen veya gözlemlenen kesin değerlerin, önceden tanımlanmış bulanık kümeler içerisindeki üyelik derecelerine dönüştürülmesi işlemidir. Bu süreçte her bir girdi değeri, ilgili bulanık kümeye belirli bir oranda ait olabilir. Matematiksel olarak bir bulanık küme şu şekilde ifade edilir:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\}$$

Burada:

X : Evrensel küme

$\mu_A(x)$: Üyelik fonksiyonu

$\mu_A(x) \in [0, 1]$ aralığını ifade eder.

Üyelik fonksiyonu, bir elemanın ilgili bulanık kümeye ait olma derecesini ifade eder.

3.4.1.2. Bulanıklaştırma Sürecinin Matematiksel Gösterimi

Bir bulanık mantık sisteminde giriş değişkeni x olmak üzere bulanıklaştırma işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$x \rightarrow \mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x), \dots, \mu_{A_n}(x)$$

Bu dönüşüm, tek bir giriş değerinin birden fazla bulanık kümeye farklı derecelerde ait olmasını sağlar.

3.4.1.3. Üyelik Fonksiyonlarının Rolü

Bulanıklaştırma sürecinde kullanılan üyelik fonksiyonları, giriş değerinin hangi derecede bulanık kümeye ait olduğunu belirler. Literatürde yaygın kullanılan üyelik fonksiyonları şunlar olup detayları bir önceki bölümde açıklanmıştır:

- ✓ Üçgensel üyelik fonksiyonu
- ✓ Yamuksal üyelik fonksiyonu
- ✓ Gauss üyelik fonksiyonu
- ✓ Çan eğrisi (Bell-shaped) fonksiyonları

Bu fonksiyonların seçimi, sistem performansını doğrudan etkiler.

3.4.1.4. Üçgensel Üyelik Fonksiyonu ile Bulanıklaştırma

En yaygın kullanılan üyelik fonksiyonlarından biri üçgensel üyelik fonksiyonudur. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \text{ veya } x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x < b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x < c \end{cases}$$

Burada;

a : Alt sınır

b : Tepe noktası

c : Üst sınırdır

3.4.1.5 Sayısal Uygulama Örneği

Bir sıcaklık kontrol sisteminde “Orta Sıcaklık” bulanık kümesi aşağıdaki şekilde tanımlanmış olsun:

$$(a, b, c) = (15, 25, 35)$$

Ölçülen sıcaklık değeri:

$$x = 28 \text{ }^\circ\text{C}$$

Bu durumda üyelik derecesi:

$$\mu_{Orta}(28) = \frac{35-28}{35-25} = 0.7$$

Burada üyelik derecesi, %70 oranında orta sıcaklık kümesine ait olduğunu göstermektedir.

3.4.1.6. Çoklu Üyelik Durumu

Bulanık mantığın önemli özelliklerinden biri, bir girdinin birden fazla kümeye aynı anda ait olabilmesidir.

Örneğin 28°C sıcaklık değeri:

- ✓ Orta sıcaklık kümesine: 0.7
- ✓ Yüksek sıcaklık kümesine: 0.3

deresinde ait olabilir. Bu durum, gerçek hayattaki belirsizliği daha doğru yansıtır.

3.4.1.7. Bulanıklaştırmanın Sistem İçindeki Önemi

Girdi verilerinin bulanıklaştırılması;

- ✓ İnsan benzeri karar mekanizmalarının modellenmesini sağlar.
- ✓ Belirsizliklerin matematiksel olarak temsil edilmesine olanak tanır.
- ✓ Bulanık çıkarım kurallarının uygulanabilmesi için gerekli altyapıyı oluşturur

Bununla birlikte yanlış tanımlanan üyelik fonksiyonları, sistem doğruluğunu ciddi şekilde etkileyebilir.

3.4.1.8. Bulanıklaştırma Sürecinin Genel Akış Şeması

Bulanıklaştırma süreci genel olarak aşağıdaki adımlardan oluşur:

- ✓ Girdi değişkenlerinin belirlenmesi
- ✓ Evrensel kümenin tanımlanması
- ✓ Bulanık kümelerin oluşturulması
- ✓ Üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi
- ✓ Keskin (crisp) verilerin üyelik derecelerine dönüştürülmesi

3.4.2 Farklı Bulanıklaştırma Teknikleri

Bulanıklaştırma süreci, yalnızca kesin (crisp) girdilerin üyelik derecelerine dönüştürülmesinden ibaret değildir; aynı zamanda bu dönüşümün hangi teknikle ve hangi varsayımlar altında yapılacağı da sistemin davranışını doğrudan etkiler. Bu nedenle literatürde farklı problem türleri ve belirsizlik yapıları için geliştirilmiş çeşitli bulanıklaştırma teknikleri bulunmaktadır.

Bu bölümde, en yaygın kullanılan bulanıklaştırma teknikleri sistematik bir sınıflandırma altında ele alınmakta ve her bir teknik matematiksel olarak açıklanmaktadır.

3.4.2.1. Üyelik Fonksiyonuna Dayalı Bulanıklaştırma

En yaygın kullanılan bulanıklaştırma yaklaşımı, önceden tanımlanmış üyelik fonksiyonları aracılığıyla gerçekleştirilen bulanıklaştırmadır. Bu yöntemde her giriş değeri, ilgili bulanık kümeler üyelik fonksiyonları yardımıyla dönüştürülür. Genel gösterim şu şekildedir:

$$\mu_A(x) = f(x; \theta)$$

ifadesi, bir kesin giriş değeri x 'in, A bulanık kümesine ait olma derecesinin, üyelik fonksiyonunun yapısını belirleyen parametreler kümesi θ aracılığıyla hesaplandığını göstermektedir. Bu bağlamda $f(\cdot)$ fonksiyonu, seçilen üyelik fonksiyonu türüne bağlı olarak farklı biçimlerde tanımlanabilir. Örneğin üçgensel (triangular) üyelik fonksiyonu için

$$\theta = (a, b, c)$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c \\ 0, & x \geq c \end{cases}$$

Burada;

a : Alt sınır

b : Tepe noktası

c : Üst sınırdır

Açıklayıcı bir sayısal örnek olarak “Orta Sıcaklık” bulanık kümesi üçgensel üyelik fonksiyonu ile tanımlansın ve

$\theta = (20,25,30)$ olsun.

$x = 27^\circ\text{C}$ için:

$$\mu_A(27) = \frac{30-27}{30-25} = 0.6$$

Bu sonuç, sıcaklığın “Orta Sıcaklık” bulanık kümesine %60 düzeyinde ait olduğunu göstermektedir.

Bu nedenle, $\mu_A(x) = f(x; \theta)$ ifadesi, üyelik derecesinin seçilen fonksiyon türüne ve parametrelerine bağlı olarak farklı matematiksel biçimlerde tanımlanabildiğini göstermekte olup, bulanık mantığın esnek yapısının temelini oluşturmaktadır.

a) Üçgensel (Triangular) Bulanıklaştırma

Üçgensel üyelik fonksiyonu, basitliği ve sezgisel yapısı nedeniyle en sık kullanılan bulanıklaştırma tekniklerinden biridir. Genel yapısı aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c \\ 0, & x \geq c \end{cases}$$

b) Yamuksal (Trapezoidal) Bulanıklaştırma

Yamuksal üyelik fonksiyonu, üçgensel yapının genelleştirilmiş hâlidir ve tam üyelik bölgesi içerir. Genel yapısı aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \\ 0, & x \geq d \end{cases}$$

c) Gauss Bulanıklaştırma

Gauss üyelik fonksiyonu, **sürekli ve türevlenebilir** yapısı sayesinde kontrol ve mühendislik uygulamalarında sıklıkla tercih edilen bir bulanıklaştırma tekniğidir. Genel yapısı aşağıda görüldüğü şekildedir.

$$\mu_A(x) = \exp\left(-\frac{(x - c)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Burada:

c : Merkezi

σ : Yayılım parametresini ifade etmektedir.

3.4.2.2. Tekil (Singleton) Bulanıklaştırma

Singleton bulanıklaştırma, giriş değerinin yalnızca tek bir noktada üyelik derecesi 1 olacak şekilde temsil edilmesidir. Genel yapısı aşağıda görüldüğü şekildedir.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x = x_0 \\ 0, & x \neq x_0 \end{cases}$$

Bu yaklaşım özellikle Sugeno tipi bulanık çıkarım sistemlerinde yaygın olarak kullanılır.

3.4.2.3. Aralık Tabanlı Bulanıklaştırma

Gerçek yaşam problemlerinde giriş verileri her zaman tek bir kesin değer olarak elde edilemeyebilir. Ölçüm cihazlarındaki hata payları, çevresel değişkenlikler veya uzman değerlendirmelerindeki öznal belirsizlikler nedeniyle veriler çoğu zaman belirli bir aralık içinde ifade edilir. Bu tür durumlarda klasik noktasal bulanıklaştırma yetersiz kalmakta, bunun yerine aralık tabanlı bulanıklaştırma yaklaşımı tercih edilmektedir.

Bu yaklaşımda giriş değişkeni aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$x \in [x_L, x_U]$$

Burada x_L ve x_U , sırasıyla giriş değişkeninin alt ve üst sınırlarını temsil etmektedir.

Örnek olarak “Orta Sıcaklık” bulanık kümesi üçgensel üyelik fonksiyonu ile tanımlansın ve parametreler $\theta = (20, 25, 30)$ olsun.

Ölçülen sıcaklık değeri, ölçüm belirsizliği nedeniyle

$$x \in [24, 26]$$

şeklinde ifade edilsin.

Bu durumda üyelik dereceleri:

$$\mu_A(24) = \frac{24 - 20}{25 - 20} = 0.8$$

$$\mu_A(26) = \frac{30 - 26}{30 - 25} = 0.8$$

Dolayısıyla aralık tabanlı bulanıklaştırma sonucu:

$$\mu_A(x) \in [0, 8, 0, 8]$$

şeklinde elde edilir. Bu sonuç, sıcaklığın “Orta Sıcaklık” bulanık kümesine yüksek ve kararlı bir üyelik düzeyiyle ait olduğunu göstermektedir.

3.4.2.5. Bulanıklaştırma Tekniklerinin Karşılaştırılması

Bulanıklaştırma sürecinde kullanılacak tekniğin seçimi, sistemin hesaplama karmaşıklığını, belirsizlikleri temsil etme gücünü ve uygulama alanını doğrudan etkilemektedir. Literatürde farklı bulanıklaştırma teknikleri, problem yapısına ve belirsizlik düzeyine bağlı olarak geliştirilmiş ve yaygın biçimde kullanılmıştır.

Basit ve hızlı hesaplama gerektiren problemlerde daha yalın üyelik fonksiyonları tercih edilirken; yüksek belirsizlik içeren, karmaşık ve dinamik sistemlerde daha gelişmiş bulanıklaştırma yaklaşımlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle her teknik, belirsizlik temsili ile hesaplama maliyeti arasında belirli bir denge noktası sunmaktadır.

Aşağıda, literatürde en sık kullanılan bulanıklaştırma teknikleri; hesaplama yükü, belirsizliği temsil etme kapasitesi ve tipik kullanım alanları açısından karşılaştırmalı olarak sunulmaktadır. Bulanıklaştırma tekniklerinin karşılaştırması Tablo 3.2’de verilmiştir.

Tablo 3.2. Bulanıklaştırma Tekniklerinin Karşılaştırılması

Teknik	Hesaplama Karmaşıklığı	Belirsizlik Temsili	Tipik Alanları	Kullanım
Üçgensel (Triangular)	Düşük	Orta	Çok kriterli karar verme problemleri	Uzman sistemleri ve değerlendirme modelleri
Yamuksal (Trapezoidal)	Düşük	Orta–Yüksek	Kontrol sistemleri ve dinamik süreçler	Sugeno tipi bulanık çıkarım sistemleri
Gauss (Gaussian)	Orta	Yüksek		
Singleton	Çok düşük	Düşük		

Tablodan da görüldüğü üzere, bulanıklaştırma teknikleri hesaplama maliyeti arttıkça belirsizliği temsil etme gücü artan bir yapı sergilemektedir. Bu nedenle teknik seçimi, problem ölçeği, veri güvenilirliği ve sistemin gerçek zamanlı çalışma gereksinimleri dikkate alınarak yapılmalıdır.

3.4.3. Pratik Uygulama Örnekleri

Bulanıklaştırma süreci, teorik olarak tanımlanan üyelik fonksiyonlarının ve bulanıklaştırma tekniklerinin gerçek problemlere uygulanması ile anlam kazanır. Bu bölümde, bulanıklaştırma süreci farklı uygulama alanlarından seçilen örnekler üzerinden adım adım gösterilmektedir. Amaç, okuyucunun bulanıklaştırma işlemini yalnızca kavramsal değil, operasyonel olarak da anlayabilmesini sağlamaktır.

Bu kapsamda örnekler;

- ✓ Tek değişkenli mühendislik problemi,
- ✓ Çok kriterli karar verme problemi ve
- ✓ Uzman görüşüne dayalı belirsiz veri yapısı olmak üzere kademeli olarak ele alınacaktır.

3.4.3.1. Tek Değişkenli Bir Sistem İçin Bulanıklaştırma Örneği

Bir sıcaklık kontrol sisteminde, ortam sıcaklığının bulanıklaştırılması ele alınsın. Bu tür sistemler, bulanık mantığın klasik ve en yaygın uygulama alanlarından biridir.

Adım 1: Girdi değişkeninin tanımlanması.

- ✓ Girdi değişkeni sıcaklık (°C)
- ✓ Evrensel küme: $X = [0, 50]$

Adım 2: Bulanık kümelerin oluşturulması.

Sıcaklık değişkeni aşağıdaki üç dilsel terimle ifade edilsin:

- ✓ Düşük (Low)
- ✓ Orta (Medium)
- ✓ Yüksek (High)

Bu kümeler için üçgensel üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi tanımlansın:

- ✓ Düşük: (0, 10, 20)
- ✓ Orta: (15, 25, 35)
- ✓ Yüksek: (30, 40, 50)

Adım 3: Kesin girdinin bulanıklaştırılması.

Ölçülen sıcaklık değeri:

$$x = 28 \text{ °C}$$

Üyelik dereceleri:

- ✓ Düşük: $\mu_{Low}(28) = 0$
- ✓ Orta: $\mu_{Medium}(28) = \frac{35-28}{35-25} = 0.7$
- ✓ Yüksek: $\mu_{High}(28) = \frac{28-30}{40-30} = 0$ (tanım gereği)

Bu sonuç, sıcaklığın %70 oranında “Orta” kümesine ait olduğunu göstermektedir.

3.4.3.2. Çok Kriterli Karar Verme Probleminde Bulanıklaştırma

Bu örnekte, kitap kapsamında sıkça kullanılan ÇKKV problemlerine uygun bir bulanıklaştırma süreci ele alınmıştır.

Problem Tanımı: Bir tedarikçi seçimi probleminde “Teslimat Süresi” kriteri değerlendirilirken, kesin gün sayılarının dilsel değişkenlere dönüştürülmesi gerekmektedir.

Evrensel küme:

$$X = [0, 30] \text{ gün}$$

Dilsel terimler:

- ✓ Kısa
- ✓ Orta
- ✓ Uzun

Üyelik Fonksiyonlarının Tanımlanması

Bu örnekte yamuksal üyelik fonksiyonları kullanılmıştır:

- ✓ Kısa: (0, 0, 5, 10)
- ✓ Orta: (7, 12, 18, 23)
- ✓ Uzun: (20, 25, 30, 30)

Bulanıklaştırma İşlemi

Teslimat süresi:

$$x = 15 \text{ gün}$$

Üyelik dereceleri:

- ✓ $\mu_{Kısa}(15) = 0$
- ✓ $\mu_{Orta}(15) = 1$
- ✓ $\mu_{Uzun}(15) = 0$

Bu sonuç, karar vericinin ilgili kriteri “Orta” olarak değerlendirmesine olanak sağlar.

3.4.3.3. Uzman Görüşüne Dayalı Belirsiz Verilerin Bulanıklaştırılması

Bazı karar verme ve değerlendirme problemlerinde ölçülebilen nicel verilerin elde edilmesi mümkün olmayabilir ya da mevcut veriler sistemi tam olarak temsil etmeyebilir. Bu gibi durumlarda, alanında deneyimli uzmanların bilgi, tecrübe ve sezgilerine dayalı dilsel

değerlendirmeler önemli bir veri kaynağı olarak kullanılmaktadır. Ancak uzman görüşleri genellikle kesin sayısal değerler yerine belirsizlik içeren ifadelerle dile getirilir. Bu nedenle, söz konusu dilsel bilgilerin matematiksel modellere aktarılabilmesi için uygun bir bulanıklaştırma (fuzzification) sürecine ihtiyaç duyulur.

Uzman görüşüne dayalı bulanıklaştırmada, başlangıç noktası sayısal ölçümler değil, dilsel değişkenlerdir. Örneğin bir uzman tarafından ifade edilen:

“Sistem güvenilirliği orta–yüksek düzeydedir.”

şeklindeki değerlendirme, güvenilirlik kavramının kesin bir değerden ziyade belirli bir aralıkta algılandığını göstermektedir. Bu tür ifadeler, klasik bulanık küme yaklaşımı çerçevesinde üyelik fonksiyonları aracılığıyla modellenir.

Bu örnekte “orta–yüksek” dilsel terimi, güvenilirlik değişkeni için aşağıdaki gibi bir bulanık aralıkla temsil edilebilir:

$$\mu_{\text{Güvenilirlik}}(x) = \in [0.6, 0.8]$$

Bu ifade, güvenilirlik seviyesinin 0.6 ile 0.8 arasında değişen üyelik derecelerine sahip olduğunu ve bu aralık içinde farklı değerlere kısmi üyelik gösterdiğini ifade etmektedir. Başka bir deyişle, sistemin güvenilirliği ne tamamen “orta” ne de tamamen “yüksek” olarak tanımlanmakta; bu iki kavram arasında yer alan bir belirsizlik bölgesinde değerlendirilmektedir.

Uzman görüşlerinin bu şekilde bulanık aralıklar veya üyelik fonksiyonları ile modellenmesi, belirsizliğin yalnızca tek bir noktada değil, bir değer aralığı boyunca temsil edilmesine olanak tanır. Bu yaklaşım, özellikle insan algısına ve yoruma dayalı kriterlerin modellenmesinde önemli avantajlar sağlamaktadır. Bu tür dilsel ifadelerin sayısal karşılıklarının sistematik ve tutarlı bir biçimde modellenebilmesi amacıyla, çalışmalarda sıklıkla önceden tanımlanmış dilsel değerlendirme ölçekleri kullanılmaktadır. Uzman görüşlerinin bulanıklaştırılmasında yararlanılabilecek örnek bir dilsel değerlendirme tablosu aşağıda Tablo 3.3’te verilmiştir.

Tablo 3.3. Uzman Görüşlerine Dayalı Örnek Dilsel Değerlendirme Ölçeği

Dilsel Terim	Açıklama	Bulanık Aralık (Üyelik Derecesi)
Çok Düşük	Son derece yetersiz seviye	(0.0, 0.0, 0.2)
Düşük	Beklentilerin altında	(0.0, 0.2, 0.4)
Orta	Kabul edilebilir seviye	(0.2, 0.5, 0.6)
Orta–Yüksek	İyiye yakın seviye	(0.6, 0.7, 0.8)
Yüksek	Beklentileri karşılayan	(0.8, 1.0, 1.0)

3.4.3.4. Kontrol Sistemlerinde Bulanıklaştırma Uygulaması

Bulanık kontrol sistemlerinde, klasik kontrol yaklaşımlarından farklı olarak sistem davranışı kesin matematiksel modeller yerine dilsel kurallar ve bulanık mantık çıkarımları ile yönetilmektedir. Bu tür sistemlerde, kontrol kararlarının üretilebilmesi için öncelikle sisteme ait giriş değişkenlerinin bulanıklaştırılması gerekmektedir. En yaygın kullanılan giriş değişkenleri hata (error) ve hata değişimi (Δ error) olarak tanımlanmaktadır.

Hata değişkeni, istenen sistem çıktısı ile gerçek çıktı arasındaki farkı ifade ederken; hata değişimi, bu farkın zamana bağlı olarak nasıl değiştiğini göstermektedir. Bu iki değişkenin birlikte değerlendirilmesi, sistemin yalnızca mevcut duruma değil, aynı zamanda dinamik davranışına da duyarlı olmasını sağlar.

Bu kapsamda örnek bir hata değeri aşağıdaki gibi olsun:

$$e = -2$$

Bu değer, sistem çıktısının istenen değerinin altında olduğunu ve negatif yönlü bir hata bulunduğunu göstermektedir. Ancak bulanık kontrol sistemlerinde bu hata değeri doğrudan sayısal olarak kullanılmaz; bunun yerine önceden tanımlanmış bulanık kümeler aracılığıyla dilsel ifadelere dönüştürülür.

Bu örnekte hata değişkeni için aşağıdaki bulanık kümeler tanımlanmış olsun:

- ✓ Negatif Büyük (NB)
- ✓ Negatif Küçük (NK)

✓ Sıfır (S)

Her bir bulanık küme, hata eksenini üzerinde tanımlanan Gauss üyelik fonksiyonları ile temsil edilir. Gauss üyelik fonksiyonlarının tercih edilmesinin temel nedeni, süreklilik ve türevlenebilirlik özellikleri sayesinde giriş değişkenlerindeki ani değişimlere karşı yumuşak ve kararlı tepkiler üretebilmesidir.

Hata değeri $e = -2$ için, bu değer aynı anda birden fazla bulanık kümeye farklı üyelik dereceleriyle ait olabilir. Örneğin, söz konusu hata değeri “Negatif Büyük” kümesine yüksek, “Negatif Küçük” kümesine ise daha düşük bir üyelik derecesiyle dâhil olabilir. Bu durum, bulanık mantığın temel özelliklerinden biri olan kısmi üyelik ilkesini yansıtmaktadır.

Bu şekilde gerçekleştirilen bulanıklaştırma süreci sayesinde, kontrol sistemi keskin eşiklere dayalı kararlar yerine, daha esnek ve insan benzeri bir değerlendirme mekanizması geliştirir. Sonuç olarak, bulanık kontrol sistemleri özellikle doğrusal olmayan, parametreleri zamanla değişen veya kesin matematiksel modeli zor elde edilen sistemlerde daha kararlı ve yumuşak kontrol performansı sunmaktadır.

Genel Değerlendirme

Bu bölümde sunulan örnekler, bulanıklaştırma sürecinin farklı problem türlerinde nasıl uygulandığını açıkça ortaya koymaktadır. Görüldüğü üzere bulanıklaştırma, yalnızca sayısal bir dönüşüm değil; bilginin insan algısına uygun şekilde modellenmesi sürecidir. Uygulama türüne göre seçilen üyelik fonksiyonları ve bulanıklaştırma teknikleri, sistem performansını doğrudan etkilemektedir.

3.4. Bölüm Özeti

Bulanık mantık sistemlerinde karar verme ve çıkarım mekanizmasının ilk aşaması bulanıklaştırma (fuzzification) sürecidir. Bu aşamada, gerçek dünyadan elde edilen kesin (crisp) veriler, önceden tanımlanmış bulanık kümeler aracılığıyla üyelik derecelerine dönüştürülür. Böylece nicel veya nitel veriler, belirsizlik ve muğlaklık içeren yapılarla temsil edilmiş olur. Bulanıklaştırma, sistem doğruluğunu doğrudan etkileyen üyelik fonksiyonları üzerine kuruludur ve sistemin belirsizlikleri insan benzeri bir yaklaşımla değerlendirmesini sağlar.

Girdi Verilerinin Bulanıklaştırılması başlığı altında, ölçülen kesin değerler önceden tanımlanmış bulanık kümelere belirli oranlarda ait edilir. Üçgensel, yamuksal, Gauss ve çan eğrisi (bell-shaped) fonksiyonlar, giriş değerlerinin ilgili kümelere üyelik derecelerini hesaplamak için yaygın biçimde kullanılır. Örnek olarak üçgensel üyelik fonksiyonunda, ölçülen bir sıcaklık değeri farklı kümelere kısmi üyelikler ile dâhil olabilir; bu durum gerçek dünyadaki belirsizliği daha doğru yansıtır.

Bulanıklaştırma sürecinde uygulanan teknikler ise üç ana grupta toplanabilir:

1. Üyelik fonksiyonuna dayalı bulanıklaştırma: Kesin değerler, seçilen üyelik fonksiyonları ve parametreler aracılığıyla kümelere dönüştürülür (üçgensel, yamuksal, Gauss gibi).
2. Singleton bulanıklaştırma: Tek bir noktada üyelik derecesi 1 olan ve özellikle Sugeno tipi sistemlerde kullanılan yöntem.
3. Aralık tabanlı bulanıklaştırma: Ölçüm hataları veya belirsizlikler nedeniyle giriş verileri belirli bir aralıkta ifade edildiğinde kullanılır; bu sayede belirsizlikler matematiksel olarak temsil edilir.

Bulanıklaştırma teknikleri, hesaplama karmaşıklığı, belirsizlik temsili gücü ve uygulama alanı açısından farklılık gösterir. Basit sistemlerde üçgensel veya yamuksal fonksiyonlar tercih edilirken, dinamik ve belirsizlik içeren sistemlerde Gauss veya aralık tabanlı yaklaşımlar daha uygundur.

Pratik uygulama örnekleri, bulanıklaştırmanın tek değişkenli mühendislik problemlerinden ÇKKV ve uzman görüşlerine dayalı belirsiz veri yapısına kadar geniş bir yelpazede nasıl uygulanabileceğini göstermektedir. Özellikle kontrol sistemlerinde, hata ve hata değişimi gibi giriş değişkenlerinin bulanıklaştırılması, sistemin insan benzeri esnek karar mekanizmaları geliştirmesini sağlar ve doğrusal olmayan veya modellenmesi zor sistemlerde daha kararlı performans sunar.

Sonuç olarak, bulanıklaştırma yalnızca sayısal bir dönüşüm değil; bilgi ve belirsizliğin insan algısına uygun şekilde modellenmesi

sürecidir. Seçilen üyelik fonksiyonları ve teknikler, sistem performansını doğrudan etkilediğinden dikkatle belirlenmelidir.

3.5. Bulanık Çıkarım Sistemleri (Fuzzy Inference Systems – FIS)

Bulanık mantık tabanlı karar verme ve kontrol yaklaşımlarının en temel bileşenlerinden biri Bulanık Çıkarım Sistemleri (Fuzzy Inference Systems – FIS)'dir. Bulanık çıkarım sistemleri, bulanıklaştırılmış girdileri kullanarak uzman bilgisine dayalı kural tabanlı aracılığıyla sonuç üretmeyi amaçlayan yapılandırılmış sistemlerdir. Bu sistemler, özellikle kesin olmayan, eksik veya belirsizlik içeren problemlerde insan benzeri akıl yürütme süreçlerini matematiksel bir çerçevede modelleyebilme yeteneği sunmaktadır (Muñoz-Valero ve ark., 2025; Romanov ve ark., 2025).

Bir FIS yapısı genel olarak;

- ✓ Bulanıklaştırma,
- ✓ Kural tabanı,
- ✓ Çıkarım mekanizması ve
- ✓ Durulaştırma (defuzzification)

bileşenlerinden oluşmaktadır. Bu bileşenler birlikte çalışarak, sayısal veya dilsel girdilerin anlamlı ve yorumlanabilir çıktılara dönüştürülmesini sağlar. Bu yönüyle bulanık çıkarım sistemleri; mühendislik, yönetim bilimleri, enerji sistemleri, tedarik zinciri yönetimi ve sürdürülebilirlik odaklı karar problemlerinde yaygın biçimde kullanılmaktadır.

Literatürde farklı çıkarım yaklaşımlarına dayalı çeşitli bulanık çıkarım sistemleri geliştirilmiş olmakla birlikte, uygulamada en sık kullanılan iki temel yapı Mamdani tipi ve Sugeno tipi bulanık çıkarım sistemleridir. Bu iki yaklaşım, kural yapıları, çıktı üretim biçimleri ve hesaplama özellikleri bakımından birbirinden ayrılmaktadır. Dolayısıyla hangi sistemin tercih edileceği, problemin yapısına ve uygulama amacına bağlı olarak değişmektedir.

Bu bölümde, bulanık çıkarım sistemlerinin kuramsal temeli ele alınacak ve farklı çıkarım yaklaşımları ayrıntılı biçimde incelenecektir. Bu kapsamda aşağıdaki alt başlıklar sırasıyla ele alınacaktır:

- ✓ 3.5.1. Mamdani Tipi Bulanık Çıkarım Sistemi
- ✓ 3.5.2. Sugeno Tipi Bulanık Çıkarım Sistemi
- ✓ 3.5.3. Karşılaştırmalı Analiz: Mamdani ve Sugeno Yaklaşımları
- ✓ 3.5.4. Bulanık Çıkarım Sistemi (FIS) Tasarım Aşamaları

Her bir alt başlık, kavramsal açıklamalar, matematiksel gösterimler ve uygulama odaklı değerlendirmelerle desteklenerek adım adım ele alınacaktır.

3.5.1. Mamdani Tipi Bulanık Çıkarım Sistemi

Mamdani tipi bulanık çıkarım sistemi, ilk kez Ebrahim Mamdani (1974) tarafından geliştirilmiş olup, bulanık mantık literatüründe en yaygın ve en sezgisel çıkarım yaklaşımı olarak kabul edilmektedir (Mamdani, 1974). Bu sistemin temel amacı, insan uzmanların doğal dilde ifade ettiği “EĞER–İSE (IF–THEN)” kurallarını matematiksel bir yapı içinde modellemektir.

Mamdani tipi çıkarım sistemi özellikle;

- ✓ Yorumlanabilirlik gerektiren karar problemlerinde,
- ✓ Uzman bilgisinin önemli olduğu durumlarda,
- ✓ Kontrol sistemleri ve ÇKKV uygulamalarında yoğun olarak tercih edilmektedir.

3.5.1.1. Mamdani Tipi Bulanık Kural Yapısı

Mamdani sisteminde her bir kural aşağıdaki genel biçimde tanımlanır:

Kural r: *Eğer* ulaşım kolaylığı *iyi* **VE** kira maliyeti *düşük* **VE** çevresel sakinlik *yüksek* **İSE** konutun yaşanabilirlik düzeyi *yüksektir*.

Bu yapı sayesinde Mamdani bulanık sistemleri, nicel verilerle birlikte nitel ve dilsel bilgileri de etkili biçimde değerlendirebilmekte; insan karar verme davranışına oldukça yakın sonuçlar üretebilmektedir. Özellikle ÇKKV problemlerinde, kriterler arasındaki etkileşimin sezgisel kurallarla ifade edilebilmesi, Mamdani yaklaşımını yaygın ve güçlü bir yöntem hâline getirmektedir.

3.5.1.2. Mamdani Çıkarım Mekanizması (Inference Mechanism)

Mamdani tipi FIS'te çıkarım süreci dört temel adımdan oluşur:

1. Kuralın etkinlik derecesinin hesaplanması (Rule firing strength)
2. Çıktı bulanık kümesinin kesilmesi (Implication)
3. Tüm kuralların birleştirilmesi (Aggregation)
4. Durulaştırma (Defuzzification)

Bu bölümde özellikle ilk üç adım ele alınmıştır. Durulaştırma (Defuzzification) süreci ilerleyen bölümlerde ayrıca detaylı bir şekilde açıklanacaktır.

3.5.1.3. Kural Etkinlik Derecesinin Hesaplanması

Bir kuralın ne ölçüde etkin olacağını belirlemek için bulanık mantık operatörleri kullanılır. En yaygın kullanılan yöntemler:

- ✓ VE (AND) işlemi → Minimum (min) veya Çarpım (product)
- ✓ VEYA (OR) işlemi → Maksimum (max) veya Toplam

Örnek: Min Operatörü ile Kuralın Ateşleme Seviyesinin Hesaplanması

Bulanık çıkarım sistemlerinde bir kuralın ne ölçüde aktif olduğunu belirlemek için ateşleme seviyesi (firing strength) hesaplanır. Eğer kuralın öncül kısmındaki (IF kısmı) bağlaç “VE (AND)” ise, en yaygın kullanılan yöntemlerden biri min (minimum) operatörüdür.

Min operatörü kullanıldığında r 'nci kuralın ateşleme seviyesi aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\alpha_r = \min(\mu_{A_1^r}(x_1), \mu_{A_2^r}(x_2), \dots, \mu_{A_n^r}(x_n))$$

Burada:

$\mu_{A_1^r}(x_1)$: i 'nci girdinin, r 'nci kuralda tanımlı bulanık kümeye ait üyelik derecesini ifade eder.

α_r : r 'nci kuralın ateşleme seviyesidir.

Bir kural şu şekilde olsun:

EĞER $x_1 = A_1^r$ VE $x_2 = A_2^r$ VE $x_3 = A_3^r$ VE... $x_n = A_n^r$ İSE ...

Bu durumda her bir giriş değişkeni için ilgili bulanık kümeye ait üyelik derecesi hesaplanır. Min operatörü kullanıldığında, kuralın genel etkinlik seviyesi bu üyelik derecelerinden en küçük olanına eşit kabul edilir. Bu yaklaşımın mantığı şudur:

Bir “VE” bağlacında tüm koşulların sağlanması gerekir. Koşullardan biri düşük bir doğruluk derecesine sahipse, kuralın genel etkinliği de o en düşük değerden daha büyük olamaz. Dolayısıyla sistem, en zayıf koşulu esas alır.

Sayısal bir örnek vermek gerekirse;

$$\mu_{A_1^r}(x_1) = 0.8$$

$$\mu_{A_2^r}(x_2) = 0.6$$

$$\mu_{A_3^r}(x_3) = 0.9 \text{ ise,}$$

$\alpha_r = \min(0.8, 0.6, 0.9) = 0.6$ olarak bulunur. Yani kuralın ateşleme seviyesi 0.6 olur.

Min operatörü özellikle Mamdani tipi bulanık çıkarım sistemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Hesaplama açısından basit, yorumlanabilir ve sezgisel olarak “VE” bağlacını iyi temsil eden bir yöntemdir.

3.5.1.4. Çıktı Bulanık Kümesinin Kesilmesi (Implication)

Mamdani bulanık çıkarım yönteminde, her bir kural için hesaplanan **ateşleme seviyesi** (α_r), kuralın sonuç EĞER (THEN) kısmında tanımlanan çıktı bulanık kümesine uygulanır. Bu aşama literatürde *implication* (çıkartım) olarak adlandırılmaktadır.

Min operatörü kullanıldığında çıkartım işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\mu_{B_r^i}(y) = \min(\alpha_r, \mu_{B_r}(y))$$

Burada:

$\mu_{B_r}(y)$: r 'nci kurala ait çıktı bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu,

α_r : r 'nci kuralın ateşleme seviyesi,

$\mu_{B_r^i}(y)$: kesme işlemi sonrası elde edilen yeni çıktı bulanık kümesi,

y : çıktı değişkeninin evrensel kümesindeki bir değeri ifade etmektedir.

Bu işlemde, çıktı üyelik fonksiyonunun her bir y değeri için üyelik derecesi, kuralın ateşleme seviyesi ile karşılaştırılır ve küçük olan değer seçilir. Dolayısıyla çıktı bulanık kümesi, dikey eksende α_r seviyesinde sınırlandırılmış olur.

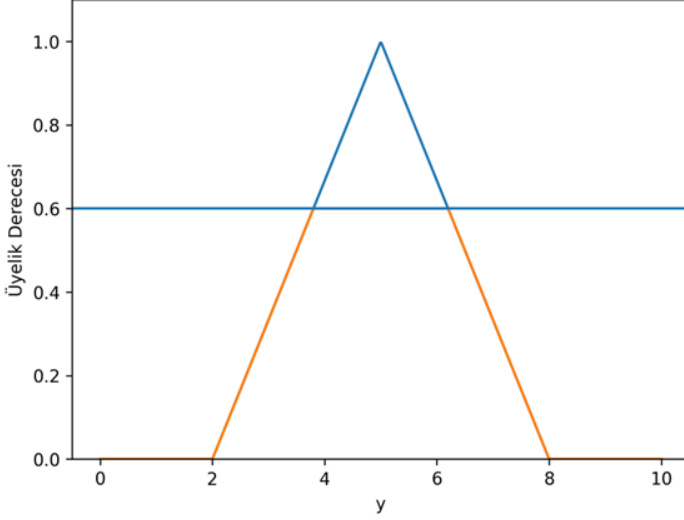
Başka bir ifadeyle:

- ✓ Eğer $\mu_{B_r}(y) > \alpha_r$ ise, yeni üyelik derecesi α_r 'ye eşitlenir.
- ✓ Eğer $\mu_{B_r}(y) \leq \alpha_r$ ise, değer değiştirilmez.

Bu nedenle işlem, literatürde çıktı bulanık kümesinin üstten kesilmesi (truncation) olarak da adlandırılmaktadır.

Mamdani yaklaşımının en önemli özelliklerinden biri, bu adımın grafiksel olarak açık ve sezgisel biçimde yorumlanabilmesidir. Çıktı kümesi hâlâ bulanık formunu korumakta, ancak kuralın etkinlik derecesi ile sınırlandırılmış olmaktadır. Daha sonraki aşamada tüm kurallara ait kesilmiş çıktı kümeleri birleştirilerek (aggregation) nihai bulanık çıktı elde edilir.

Şekil 3.6'da üçgensel bir çıktı bulanık kümesinin, $\alpha_r = 0.6$ ateşleme seviyesi ile kesilmesi gösterilmektedir. Orijinal çıktı kümesinin tepe noktası 1 değerine ulaşmasına rağmen, min çıkarımı sonucunda üyelik derecesi 0.6 seviyesinin üzerine çıkamamaktadır. Böylece yeni çıktı kümesi, üstten yatay bir sınır ile kesilmiş bir forma dönüşmektedir.



Şekil 3.6. Mamdani çıkarımı: Çıktı kümesinin min operatörü ile kesilmesi

3.5.1.5. Kuralların Birleştirilmesi (Aggregation)

Mamdani bulanık çıkarım sisteminde, her bir kural için implication (çıkartım) adımından sonra kesilmiş bir çıktı bulanık kümesi elde edilir. Birden fazla kural mevcut olduğunda, bu kural çıktılarının tek bir nihai bulanık çıktı kümesine dönüştürülmesi gerekir. Bu işlem aggregation (birleştirme) olarak adlandırılmaktadır.

En yaygın kullanılan yöntem maksimum (max) operatörüdür. Matematiksel olarak birleşik çıktı kümesi şu şekilde tanımlanır:

$$\mu_B(y) = \max(\mu_{B'_1}(y), \mu_{B'_2}(y), \dots, \mu_{B'_r}(y))$$

Burada:

- ✓ R : Toplam kural sayısı
- ✓ $\mu_{B'_1}(y)$: r 'nci kuralın kesilmiş çıktı bulanık kümesi
- ✓ $\mu_B(y)$: Tüm kuralların birleşimi sonucu elde edilen nihai bulanık çıktı kümesi
- ✓ y : Çıktı değişkeninin evrensel kümesindeki bir değeridir.

Bu işlemde, her bir y noktası için tüm kurallardan gelen üyelik dereceleri karşılaştırılır ve en büyük olan değer seçilir. Böylece sistem, ilgili çıktı değerinde en güçlü şekilde etkin olan kuralı esas almış olur.

Bu yaklaşım, Mamdani yönteminin sezgisel doğasına uygundur. Çünkü farklı kuralların etkileri birbiriyle yarışmakta ve o noktadaki en baskın kural çıktı üzerinde belirleyici olmaktadır.

Örnek: İki kural olduğunu varsayalım:

✓ Kural 1 ateşleme seviyesi: $\alpha_1 = 0.6$

✓ Kural 2 ateşleme seviyesi: $\alpha_2 = 0.8$

Implication adımı sonrası iki kesilmiş çıktı kümesi elde edilir:

$$\mu_{B'_1}(y) = \min(\alpha_1, \mu_{B_1}(y))$$

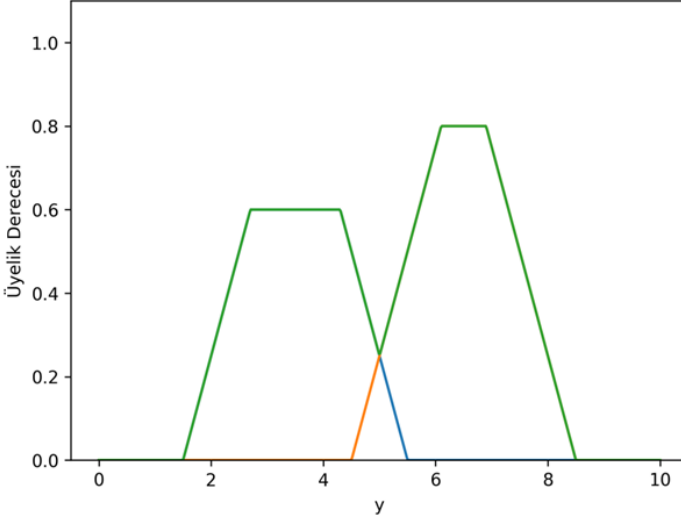
$$\mu_{B'_2}(y) = \min(\alpha_2, \mu_{B_2}(y))$$

Aggregation (birleştirme) adımında:

$$\mu_B(y) = \max(\mu_{B'_1}(y), \mu_{B'_2}(y))$$

Sonuç olarak, her y değeri için iki kümeden büyük olan üyelik derecesi seçilerek birleşik bulanık çıktı kümesi oluşturulur.

Şekil 3.7'de iki farklı kurala ait kesilmiş çıktı kümeleri ve bunların maksimum operatörü ile birleştirilmesi gösterilmektedir. Alt iki eğri kesilmiş kural çıktıları, üstte oluşan eğri ise birleşik bulanık çıktı kümesini temsil etmektedir. Görüldüğü üzere, her noktada en büyük üyelik derecesi alınarak nihai çıktı elde edilmektedir.



Şekil 3.7. Max operatörü ile kuralların birleştirilmesi

3.5.1.6. Mamdani Yaklaşımının Temel Özellikleri

Mamdani tipi bulanık çıkarım sisteminin öne çıkan özellikleri şunlardır:

- ✓ Çıktılar bulanık kümeler şeklindedir
- ✓ Yüksek yorumlanabilirlik sağlar
- ✓ Uzman bilgisini doğrudan yansıtabilir
- ✓ Hesaplama maliyeti, Sugeno'ya göre genellikle daha yüksektir

Bu nedenle Mamdani yaklaşımı daha çok:

- ✓ Kontrol sistemleri
- ✓ Sosyo-ekonomik karar problemleri
- ✓ Sürdürülebilirlik ve risk değerlendirme çalışmaları gibi alanlarda sıklıkla tercih edilmektedir.

3.5.2. Sugeno Tipi Bulanık Çıkarım Sistemi

Sugeno tipi bulanık çıkarım sistemi, ilk olarak Takagi, Sugeno ve Kang (1985) tarafından geliştirilmiş olup, Mamdani yaklaşımından farklı olarak çıktı kısmını bulanık küme yerine matematiksel bir

fonksiyon şeklinde tanımlamaktadır. Bu nedenle Sugeno yaklaşımı literatürde Takagi–Sugeno–Kang (TSK) modeli olarak da anılmaktadır (Takagi ve Sugeno, 1985).

Sugeno tipi sistemler özellikle:

- ✓ Gerçek zamanlı kontrol uygulamalarında,
- ✓ Optimizasyon problemlerinde,
- ✓ Adaptif ve öğrenen sistemlerde (ANFIS gibi),
- ✓ Sayısal doğruluk gerektiren mühendislik problemlerinde

yaygın biçimde kullanılmaktadır.

3.5.2.1. Sugeno Kural Yapısı

Sugeno sisteminde kural yapısı şu şekildedir:

$$\text{Kural } r: \text{EĞER } x_1 A_1^r \text{ VE } x_2 A_2^r \text{ İSE } = f_r(x_1, x_2)$$

Burada dikkat edilmesi gereken en önemli nokta:

- ✓ Mamdani sisteminde çıktı bulanık küme iken,
- ✓ Sugeno sisteminde çıktı sayısal bir fonksiyondur.

Burada çıktı fonksiyonu iki farklı biçimde olabilir:

- ✓ Sıfırıncı Dereceden (Zero-Order) Sugeno Modeli

$$y_r = c_r$$

şeklinde çıktı sonucu sabir bir değerdir.

- ✓ Birinci Dereceden (First-Order) Sugeno Modeli

$$y_r = a_r x_1 + b_r x_2 + c_r$$

şeklinde çıktı girdilerin lineer bir kombinasyonudur.

3.5.2.2. Sugeno Çıkarım Süreci

Sugeno sisteminde işlem süreci dört adımdan oluşur:

Adım 1: Bulanıklaştırma. Bu adımda, Girdilerin üyelik dereceleri aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\mu A_i^r(x_i)$$

Adım 2: Kural ateşleme gücünün hesaplanması. Bu adımda, Genellikle çarpım operatörü kullanılır ve çarpım operatörü aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$w_r = \prod_{i=1}^n \mu A_i^r(x_i)$$

Burada w_r , r 'nci kuralın ağırlığıdır.

Adım 3: Kural çıktısının hesaplanması. Bu adımda, her bir r kuralı için çıktı değeri hesaplanır. Önceki adımda her kuralın ateşleme derecesi (uygunluk seviyesi) belirlenmişti. Bu aşamada ise ilgili kuralın sonuç kısmında tanımlanan fonksiyon kullanılarak bir kural çıktısı (y_r) aşağıdaki şekilde üretilir.

$$y_r = f_r(x_1, x_2, \dots)$$

Adım 4: Ağırlıklı ortalama ile nihai çıktı (durulaştırma). Bu adımda, Sugeno sisteminde durulaştırma işlemi doğrudan aşağıdaki formülle yapılır:

$$y = \frac{\sum_{r=1}^R w_r y_r}{\sum_{r=1}^R w_r}$$

Bu işlem, sistemi hesaplama açısından son derece verimli hale getirir.

3.5.2.3. Sayısal Örnek: Sugeno TSK Modeli ile Bir ÇKKV Problemi

Bu örnekte Sugeno tipi bulanık çıkarım sistemi, bir tedarikçi seçim problemi kapsamında uygulanmıştır. Amaç, iki temel kriter kullanarak aday bir tedarikçi için nihai performans skorunun hesaplanmasıdır.

Problem Tanımı: Bir işletme iki kritere göre tedarikçi değerlendirmesi yapmaktadır:

- ✓ x_1 : Maliyet (Cost)
- ✓ x_2 : Kalite (Quality)

Burada her iki kriter de 0–100 aralığında normalize edilmiştir. Değerlendirilen tedarikçi için değerler:

- ✓ x_1 : 70 (maliyet toplamı)

✓ x_2 : 80 (kalite puanı)

Burada amaç: Sugeno tipi bulanık çıkarım sistemi ile genel performans skoru (y) hesaplamaktır.

Adım 1: Dilsel kümelerin tanımlanması. Burada maliyet için (düşük, orta, yüksek) ve kalite için (düşük, yüksek) şeklinde dilsel etiketler tanımlanır.

Adım 2: Kural tabanının oluşturulması. Bu adımda, uzman görüşüne dayalı olarak aşağıdaki kurallar tanımlanmıştır:

Kural 1: EĞER maliyet Orta VE kalite Yüksek İSE $y_1 = 0.4x_1 + 0.6x_2$

Kural 2: EĞER maliyet Yüksek VE kalite Yüksek İSE $y_2 = 0.2x_1 + 0.8x_2$

Adım 3: Üyelik derecelerinin hesaplanması. Bu adımda, örnek olarak üyelik fonksiyonlarından elde edilen değerler aşağıdaki şekilde olsun.

$$\mu_{Orta}(70) = 0.3$$

$$\mu_{Yüksek}(70) = 0.7$$

$$\mu_{Yüksek}(80) = 0.9$$

Adım 4: Ateşleme güçlerinin hesaplanması. Bu adımda, Sugeno modelinde genellikle çarpım operatörü kullanılır ve ağırlıklar aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$w_1 = 0.3 \times 0.9 = 0.27$$

$$w_2 = 0.7 \times 0.9 = 0.63$$

Adım 5: Kural çıktılarının hesaplanması. Bu adımda, örneğimiz için kural çıktıları aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$y_1 = 0.4(70) + 0.6(80) = 28 + 48 = 76$$

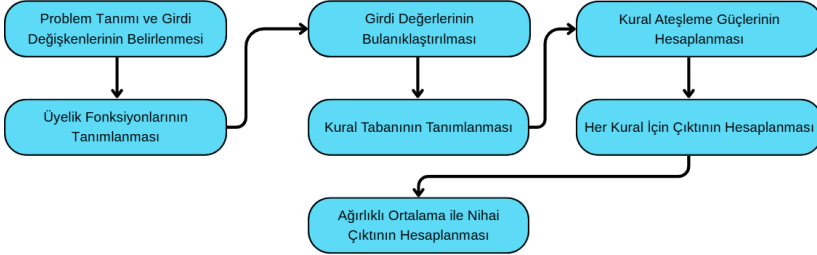
$$y_2 = 0.2(70) + 0.8(80) = 14 + 64 = 78$$

Adım 6: Nihai performans skorunun hesaplanması. Bu adımda, Sugeno ağırlıklı ortalama formülü uygulanarak alternatifler için nihai skor değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$y = \frac{w_1y_1 + w_2y_2}{w_1 + w_2}$$
$$y = \frac{(0.27)(76) + (0.63)(78)}{0.27 + 0.63}$$
$$y = \frac{20.52 + 49.14}{0.90}$$
$$y = \frac{69.66}{0.90}$$
$$y = 77.4$$

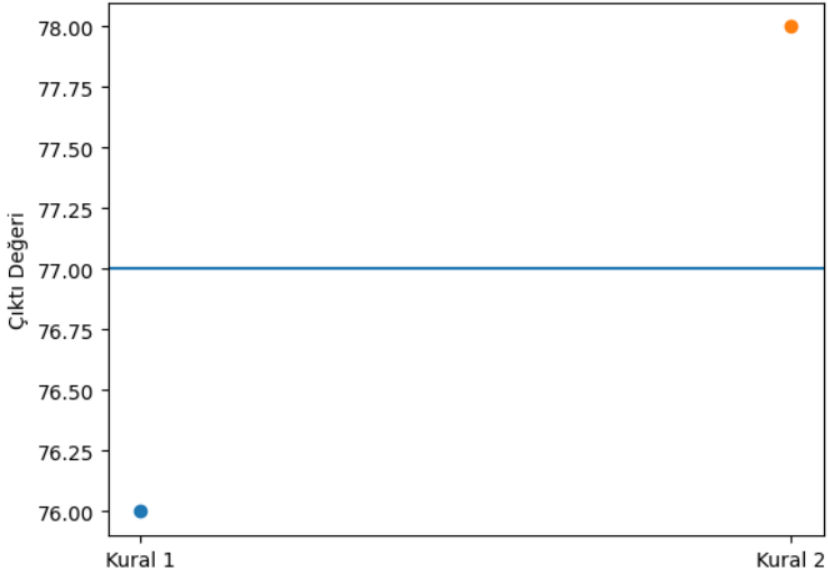
olarak hesaplanır. Sonuç olarak örnek tedarikçimiz için Sugeno yöntemi (FIS) ile hesaplanan genel performans skoru: 77.4 olup bu değer, tedarikçinin yüksek kalite avantajının, maliyet dezavantajını büyük ölçüde dengelediğini göstermektedir.

Sugena yapısına ait işlem diyagramı Şekil 3.8’de verilmiştir.



Şekil 3.8. Sugeno yapısına ait işlem adımları

Sugeno modeline ait ağırlık ortalama mekanizması ise Şekil 3.9’da gösterilmiştir.



Şekil 3.9. Sugeno ağırlıklı ortalama mekanizması

3.5.2.5. Sugeno Yaklaşımının Temel Özellikleri

Sugeno modeline ait temel özellikler aşağıda verilmiştir.

- ✓ Çıktı doğrudan sayısaldır
- ✓ Durulaştırma gerektirmez
- ✓ Hesaplama hızlıdır
- ✓ Adaptif sistemlere uygundur (ANFIS gibi)
- ✓ Optimizasyona elverişlidir

Ancak:

- ✓ Yorumlanabilirliği Mamdani'ye göre daha düşüktür
- ✓ Uzman sistemi görünümü daha zayıftır

Bölüm Sonu Değerlendirmesi

Sugeno tipi bulanık çıkarım sistemi, özellikle sayısal doğruluk, hesaplama hızı ve model uyarlama gerektiren uygulamalarda güçlü bir alternatiftir. Mamdani yaklaşımına kıyasla daha matematiksel ve daha

az sezgisel olmakla birlikte, mühendislik ve yapay zekâ tabanlı sistemlerde daha yaygın olarak tercih edilmektedir.

3.5.3. Karşılaştırmalı Analiz: Mamdani vs Sugeno

Bulanık çıkarım sistemleri içerisinde en yaygın iki yaklaşım olan Ebrahim Mamdani tipi ve Michio Sugeno (Takagi–Sugeno–Kang, TSK) tipi modeller; kural yapısı, çıktı üretim mekanizması, hesaplama karmaşıklığı ve uygulama alanları bakımından belirgin farklılıklar göstermektedir. Bu bölümde iki yaklaşım kuramsal, matematiksel ve uygulama perspektifinden karşılaştırılmakta; ayrıca bir ÇKKV problemi üzerinden somutlaştırılmaktadır.

3.5.3.1. Kuramsal ve Matematiksel Farklılıklar

(A) Kural Yapısı

Mamdani Tipi:

EĞER $x_1 A_1^r$ VE $x_2 A_2^r$ İSE $y_r = f_r(x_1, x_2)$

Burada çıktı sonucu bir bulanık kümedir.

Sugeno Tipi (TSK):

EĞER $x_1 A_1^r$ VE $x_2 A_2^r$ İSE $y_r = f_r(x_1, x_2)$

Burad açığı sonucu matematiksel fonksiyon (sabit veya lineer) dur. Bu temel fark, sistemin hesaplama yapısını doğrudan belirler.

(B) Çıktı Hesaplama Mekanizması

Mamdani:

1. Kural ateşleme gücü: $\alpha_r = \min(\mu A_1^r, \mu A_2^r)$
2. Çıktı kümesinin kesilmesi
3. Kuralların birleştirilmesi
4. Durulaştırma (ör. ağırlık merkezi yöntemi): $y = \frac{\int y \mu_B(y) dy}{\int \mu_B(y) dy}$ sıralamasındadır.

Sugeno:

1. Kural ağırlığı: $w_r = \prod \mu A_1^r(x_i)$
2. Fonksiyon çıktısı: $y_r = f_r(x)$

3. Ağırlıklı ortalama: $y = \frac{\sum w_r y_r}{\sum w_r}$

Sugeno modelinde durulaştırma adımı ayrı bir işlem olarak bulunmaz. Çünkü çıktı doğrudan sayısal bir ifadedir.

3.5.3.2. Hesaplama Karmaşıklığı

Hesap karmaşıklığı bakımından Mamdani ve Sugeno yapıların karşılaştırması Tablo 3.4’te verilmiştir.

Tablo 3.4. Hesap karmaşıklığı bakımından Mamdani ve Sugeno yapıların karşılaştırması

Özellik	Mamdani	Sugeno
Çıktı Türü	Bulanık küme	Sayısal fonksiyon
Durulaştırma	Gereklidir	Gerekmez
Hesaplama Hızı	Daha yavaş	Daha hızlı
Gerçek Zamanlı Uygulama	Sınırlı	Uygun
Optimizasyon Yeteneği	Zor	Yüksek

Sugeno modeli özellikle adaptif sistemlerde (ör. ANFIS gibi) tercih edilmektedir.

3.5.3.3. Grafikselsel Karşılaştırma

Mamdani:

- ✓ Çıktı yüzeyi parçalı ve daha karmaşıktır
- ✓ Grafikselsel olarak bulanık alanlar içerir

Sugeno:

- ✓ Çıktı yüzeyi düzgün (smooth surface)
- ✓ Lineer düzlemlerden oluşur
- ✓ Optimizasyona uygundur

3.5.3.4. Hangi Durumda Hangisi Tercih Edilmeli?

Problem türüne göre Mamdani veya Sugeno modellerinden hangisinin tercih edilmesi ile ilgili temel karşılaştırmalar Tablo 3.5’te verilmiştir.

Tablo 3.5. Bulanık çıkarım modellerinin problem türlerine göre kullanım önerileri

Problem Türü	Önerilen Model
Uzman tabanlı karar sistemleri	Mamdani
Gerçek zamanlı kontrol	Sugeno
ÇKKV – Yorumlanabilirlik öncelikli	Mamdani
ÇKKV – Sayısal optimizasyon öncelikli	Sugeno
Yapay sinir ağı entegrasyonu	Sugeno

Genel Değerlendirme

Mamdani modeli, insan uzman sistemlerinin matematiksel karşılığı olarak yüksek yorumlanabilirlik sunarken; Sugeno modeli hesaplama verimliliği ve adaptif sistemlere uygunluğu ile öne çıkmaktadır. ÇKKV problemlerinde seçim, karar vericinin önceliklerine bağlıdır:

- ✓ Şeffaflık ve açıklanabilirlik → Mamdani modeli
- ✓ Hız, optimizasyon ve model öğrenilebilirliği → Sugeno modeli

tercih edilebilir.

3.5. Bölüm Özeti

Bulanık Çıkarım Sistemleri (FIS), belirsizlik ve eksik bilgi içeren problemlerde insan benzeri akıl yürütmeyi matematiksel bir çerçevede modelleyebilen yapılandırılmış sistemlerdir. FIS, dört temel bileşenden oluşur: bulanıklaştırma, kural tabanı, çıkarım mekanizması ve durulaştırma. Bu bileşenler bir arada çalışarak sayısal veya dilsel girdileri yorumlanabilir çıktılara dönüştürür ve mühendislik, yönetim bilimleri, enerji sistemleri, tedarik zinciri yönetimi ve sürdürülebilirlik gibi alanlarda yaygın olarak kullanılır.

Bulanık çıkarım sistemlerinde en yaygın iki yaklaşım Mamdani ve Sugeno (TSK) modelleridir.

Mamdani Tipi bulanık çıkarım sistemleri (FIS), insan uzmanların “EĞER–İSE” kurallarını doğrudan bulanık küme biçiminde modelleyen, sezgisel ve yorumlanabilir bir yapıya sahiptir. Kuralların etkinlik derecesi min operatörü ile hesaplanır, çıktı bulanık kümeleri kural ateşleme seviyesine göre kesilir ve tüm kural çıktıları

maksimum operatörü ile birleştirilir. Mamdani yaklaşımı özellikle kontrol sistemleri, sosyo-ekonomik karar problemleri ve ÇKKV uygulamalarında tercih edilmektedir, ancak hesaplama maliyeti Sugeno'ya kıyasla daha yüksektir.

Sugeno Tipi bulanık çıkarım sistemleri (FIS), çıktıyı bulanık küme yerine sayısal fonksiyon olarak tanımlar ve böylece durulaştırma gerektirmez. Kural ateşleme gücü çarpım operatörü ile hesaplanır, kural çıktıları ilgili fonksiyonlarla elde edilir ve nihai çıktı ağırlıklı ortalama ile belirlenir. Sugeno modeli, hesaplama hızı, optimizasyon ve adaptif sistemlere (ANFIS gibi) uygunluğu ile öne çıkar, ancak yorumlanabilirliği Mamdani'ye göre daha düşüktür.

Karşılaştırmalı analiz, her iki yaklaşımın kural yapısı, çıktı üretimi, hesaplama karmaşıklığı, yorumlanabilirlik ve uygulama alanları bakımından farklılıklarını ortaya koymaktadır. Özetle:

- ✓ Mamdani modeli: Yüksek yorumlanabilirlik, uzman tabanlı karar sistemleri, ÇKKV'de açıklanabilirlik öncelikli durumlar.
- ✓ Sugeno modeli: Hesaplama verimliliği, sayısal optimizasyon, gerçek zamanlı kontrol ve adaptif sistemler.

Bölüm, bulanık çıkarım sistemlerinin kuramsal temellerini, matematiksel hesaplama süreçlerini ve uygulama örneklerini sunarak, karar vericilerin problem türüne göre uygun FIS modelini seçmelerine rehberlik etmektedir.

3.6. Durulaştırma (Defuzzification) Süreci

Bulanık çıkarım sistemlerinde (FIS) kural değerlendirme ve çıkarım aşamaları sonucunda elde edilen çıktı genellikle bulanık bir küme biçimindedir. Ancak gerçek dünya karar problemleri ve kontrol uygulamaları çoğu zaman kesin (crisp) bir sayısal değer gerektirir. İşte bu noktada devreye giren süreç durulaştırma (defuzzification) olarak adlandırılmaktadır (Saatchi, 2024; Zarte ve ark., 2021).

Durulaştırma, bulanık çıkarım mekanizması sonucunda elde edilen birleşik bulanık çıktı kümesinin tek bir kesin değere dönüştürülmesi işlemidir (Gilda ve Satarkar, 2020). Bu süreç özellikle Ebrahim Mamdani tipi bulanık çıkarım sistemlerinde zorunlu bir adımdır. Çünkü Mamdani yaklaşımında çıktı bir üyelik fonksiyonu ile temsil edilmektedir. Buna karşılık, Sugeno tipi sistemlerde çıktı doğrudan

sayısal bir fonksiyon olduğundan klasik anlamda bir durulaştırma adımı bulunmamakta ve genellikle sonuç ağırlıklı ortalama yoluyla elde edilmektedir.

Kuramsal olarak durulaştırma işlemi şu biçimde ifade edilebilir:

Bir bulanık çıktı kümesi B için üyelik fonksiyonu $\mu_B(y)$ verildiğinde, amaç bu fonksiyon üzerinden tek bir y^* değerinin hesaplanmasıdır:

$$y^* = D(\mu_B(y))$$

Burada $D(\cdot)$, seçilen durulaştırma operatörünü temsil etmektedir.

Durulaştırma süreci şu temel nedenlerden dolayı kritik öneme sahiptir:

- ✓ Kontrol sistemlerinde fiziksel bir eylem sinyali üretmek (ör. motor hızı, vana açıklığı)
- ✓ Çok kriterli karar verme problemlerinde nihai performans skoru belirlemek
- ✓ Risk analizi ve değerlendirme çalışmalarında tekil karar üretmek
- ✓ Endüstriyel uygulamalarda otomasyon çıktısı sağlamak

Örneğin bir tedarikçi seçimi probleminde Mamdani bulanık çıkarım sistemi (FIS) sonucunda “Performans” değişkeni için bulanık bir “İyi–Çok İyi arası” çıktı elde edilmiş olabilir. Ancak karar vericiye sunulacak sonuç genellikle:

$$Performans Skoru = 76.8$$

şeklinde kesin bir değer olmalıdır. Bu dönüşüm durulaştırma mekanizması sayesinde yapılır.

Literatürde durulaştırma yöntemleri üzerine kapsamlı çalışmalar bulunmaktadır. En yaygın kullanılan yöntemler arasında:

- ✓ Ağırlık Merkezi (Centroid of Area – COA)
- ✓ Alanın Ortası (Bisector of Area – BOA)
- ✓ Maksimumların Ortalaması (Mean of Maximum – MOM)
- ✓ İlk Maksimum (First of Maximum – FOM)

- ✓ Son Maksimum (Last of Maximum – LOM)

yer almaktadır.

Bu bölümde öncelikle durulaştırmanın neden gerekli olduğu kuramsal olarak açıklanacak, ardından en yaygın yöntemler matematiksel ifadeleri ve grafiksel yorumlarıyla ele alınacak ve son olarak yöntemlerin avantaj–dezavantaj karşılaştırması yapılacaktır.

3.6.1. Neden Durulaştırma Gerekir?

Bulanık çıkarım sistemlerinde kural değerlendirme süreci tamamlandığında elde edilen sonuç, çoğu durumda tek bir sayı değil, bir bulanık çıktı kümesidir. Özellikle Mamdani tipi sistemlerde her kuralın çıktısı bir bulanık küme olarak tanımlanır ve tüm kuralların birleştirilmesi sonucunda da birleşik bir üyelik fonksiyonu elde edilir. Bu çıktı hâlâ belirsizlik içermektedir. Ancak gerçek dünya uygulamalarında sistemden beklenen çıktı:

- ✓ Motor devri (rpm)
- ✓ Sıcaklık ayar değeri (°C)
- ✓ Risk skoru
- ✓ Performans puanı
- ✓ Kredi notu

gibi kesin bir sayısal değerdir. Bu nedenle bulanık sonuç, uygulamaya aktarılmadan önce tekil bir değere indirgenmelidir. İşte bu dönüşüm süreci durulaştırma olarak adlandırılır. Durulaştırma işlemine ait gerekçelendirme sebepleri aşağıda açıklanmıştır.

Kuramsal Gerekçe

Bulanık küme teorisi ilk olarak Lotfi A. Zadeh tarafından ortaya konmuştur. Zadeh'in yaklaşımı, klasik 0–1 mantığı yerine dereceli üyeliği esas alır. Ancak mühendislik sistemleri çoğunlukla klasik matematiksel işlemlerle çalışır. Bu nedenle:

$$\text{Bulanık Çıktı} \rightarrow \text{Kesin Sayı}$$

dönüşümü zorunludur. Mamdani yaklaşımında kural çıktıları üyelik fonksiyonları biçimindedir. Dolayısıyla: $\mu_B(y)$ şeklinde tanımlanan bir çıktı fonksiyonundan tek bir y^* değeri elde edilmelidir.

Matematiksel Gerekçe

Çıktı kümesi genellikle şu özelliklere sahiptir:

- ✓ Birden fazla maksimum noktaya sahip olabilir
- ✓ Asimetrik olabilir
- ✓ Parçalı doğrusal yapıda olabilir
- ✓ Sürekli veya ayrık olabilir

Bu nedenle sistemin karar mekanizması:

$$y^* = D(\mu_B(y))$$

şeklinde tanımlanan bir operatör ile çözümler. Burada D , seçilen durulaştırma yöntemidir.

Uygulamalı Gerekçe (ÇKKV Örneği)

Bu gerekçelendirme için bir tedarikçi değerlendirme problemi düşünelim. Bu problemde;

Kriterler:

- ✓ Maliyet
- ✓ Kalite
- ✓ Teslimat Süresi

Bulanık çıkarım sistemi (FIS) sonucu şu bulanık çıktı elde edilmiş olsun:

“Performans = Orta ile Yüksek arası”

Grafiksel olarak bu çıktı, 60–85 aralığında yoğunlaşmış bir üyelik fonksiyonu olabilir. Ancak burada karar verici aşağıdaki gibi kesin bir çıktı görmek ister:

$$Performans Skoru = 74.6$$

Bu değer:

- ✓ Tedarikçileri sıralamak
- ✓ Eşik değerle karşılaştırmak

- ✓ Sözleşme kararı vermek (burada “sözleşme kararı”, bulanık model çıktısının işletmenin gerçek dünyadaki ticari kararına dönüşmesini ifade etmektedir.)

için gereklidir.

Eğer durulaştırma yapılmazsa:

- ✓ Alternatifler karşılaştırılmaz
- ✓ Nicel sıralama yapılamaz
- ✓ Optimizasyon algoritmaları çalıştırılmaz

Kontrol Sistemleri Açısından Gerekeç

Bu gerekeç için bir sıcaklık kontrol sistemini düşünelim:

Bulanık çıktı: “Isıtıcı gücü = Orta-Yüksek”

Fiziksel sistemin ihtiyacı: “Isıtıcı Gücü=%67”

Dolayısıyla burada durulaştırma olmadan fiziksel kontrol sinyali üretilemez.

Özet Değerlendirme

Durulaştırma süreci:

- ✓ Mamdani sistemlerde zorunludur.
- ✓ Sugeno sistemlerde dolaylıdır.
- ✓ Karar ve kontrol problemlerinde gereklidir.
- ✓ Model performansını doğrudan etkiler.
- ✓ Farklı yöntemler farklı sonuçlar üretebilir.

Dolayısıyla durulaştırma yalnızca teknik bir adım değil, nihai karar değerini belirleyen kritik bir tasarım bileşenidir.

3.6.2. En Çok Kullanılan Durulaştırma Yöntemleri

Durulaştırma yöntemleri, birleşik bulanık çıktı kümesinden tek bir kesin değer elde etmek amacıyla kullanılan matematiksel operatörlerdir. Farklı yöntemler, üyelik fonksiyonunun farklı özelliklerini esas alır. Bu nedenle aynı bulanık çıktı için farklı durulaştırma yöntemleri farklı sonuçlar üretebilir. Bu bölümde en

yaygın kullanılan yöntemler matematiksel ifadeleri ve grafiksel yorumları ile ele alınmıştır.

3.6.2.1. Ağırlık Merkezi Yöntemi (Centroid of Area – COA)

Ağırlık Merkezi Yöntemi (Centroid of Area – COA), bulanık çıkarım sistemlerinde en yaygın kullanılan durulaştırma (defuzzification) yöntemlerinden biridir. Bu yöntem, elde edilen birleşik bulanık çıktı kümesinin geometrik ağırlık merkezini hesaplayarak tek bir kesin (crisp) değer üretir (Mitsuiishi, 2022).

Yöntemin Temel Mantığı

Bulanık çıkarım süreci tamamlandıktan sonra, sistem çıktısı genellikle bir üyelik fonksiyonu ile temsil edilen bulanık bir kümedir. COA yöntemi, bu bulanık kümenin alanını dikkate alarak, tüm üyelik derecelerini hesaba katan bir ortalama değer üretir.

Başka bir ifadeyle, çıktı üyelik fonksiyonunun eğrisi altında kalan alanın denge noktası hesaplanır. Bu nokta, sistemin nihai sayısal çıktısıdır.

Matematiksel Gösterim

Sürekli bir çıktı evreni için COA formülü:

$$y^* = \frac{\int y\mu(y)dy}{\int \mu(y)dy}$$

Burada:

$\mu(y)$: Çıktı değişkenine ait birleşik üyelik fonksiyonunu

y : Çıktı değişkenini

y^* : Durulaştırılmış (kesin) çıktı değerini ifade etmektedir.

Ayrık (discrete) durumda ise formül şu şekilde yazılır:

$$y^* = \frac{\sum y_i \mu(y_i)}{\sum \mu(y_i)}$$

Özellikleri

- ✓ Tüm üyelik derecelerini dikkate alır.
- ✓ Dengeli ve istikrarlı sonuç üretir.

- ✓ Süreklilik sağlar (girişte küçük değişim → çıkışta küçük değişim).
- ✓ En yaygın kullanılan yöntemdir.

Avantajları

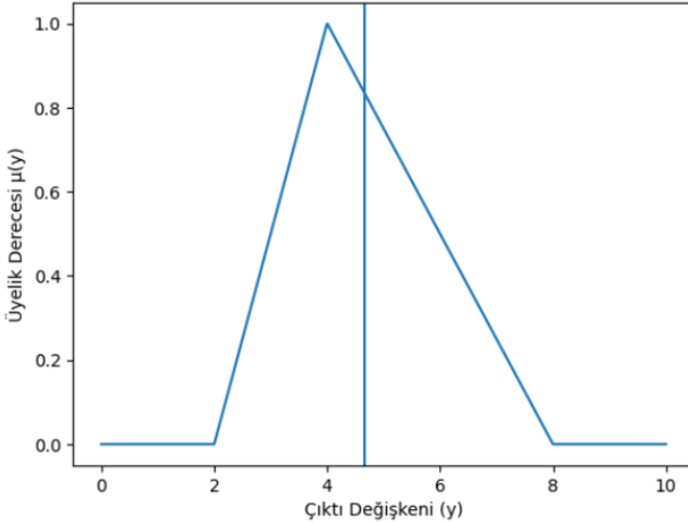
- ✓ Çıktının tamamını değerlendirdiği için bilgi kaybı düşüktür.
- ✓ Kontrol sistemlerinde kararlı ve yumuşak geçişli sonuçlar verir.
- ✓ Akademik çalışmalarda standart yöntem olarak kabul edilir.

Dezavantajları

- ✓ Hesaplama maliyeti diğer bazı yöntemlere göre daha yüksektir.
- ✓ Çok karmaşık üyelik fonksiyonlarında integral hesabı zorlaşabilir.

Grafiksel Yorum

COA yöntemi, bulanık çıktı eğrisinin “denge noktası”nı bulur. Eğer üyelik fonksiyonu simetrik ise, sonuç genellikle ortada yer alır; asimetrik durumda ise alanın yoğun olduğu tarafa doğru kayar. COA yöntemine ait örnek bir grafik Şekil 3.10’da verilmiştir.



Şekil 3.10. COA yöntemi – ağırlık merkezi örneği

Grafikte:

- ✓ Eğri: Asimetrik üçgensel birleşik bulanık çıktı kümesi
- ✓ Dikey çizgi: COA (Ağırlık Merkezi)
- ✓ Hesaplanan ağırlık merkezi değeri: 4.667

Görüldüğü gibi üyelik fonksiyonu sağ tarafa doğru daha geniş bir alana sahip olduğu için ağırlık merkezi tepe noktasından (4) sağa kaymıştır. Bu da metinde ifade ettiğimiz “alanın yoğun olduğu tarafa kayma” durumunu görsel olarak doğrulamaktadır.

Uygulama Alanları

- ✓ Bulanık kontrol sistemleri
- ✓ Karar destek sistemleri
- ✓ Risk değerlendirme modelleri
- ✓ Mühendislik optimizasyon problemleri

COA yöntemi, özellikle Mamdani tipi bulanık çıkarım sistemlerinde en sık tercih edilen durulaştırma tekniğidir. Literatürde güvenilirliği ve dengeli sonuç üretme kapasitesi nedeniyle standart yaklaşım olarak kabul edilmektedir.

3.6.2.2. Alanın Ortası Yöntemi (Bisector of Area – BOA)

Alanın Ortası Yöntemi (Bisector of Area – BOA), bulanık çıkarım sistemlerinde kullanılan önemli durulaştırma yöntemlerinden biridir. Bu yöntemde amaç, birleşik bulanık çıktı kümesinin alanını iki eşit parçaya bölen noktayı bulmaktır. Başka bir ifadeyle, üyelik fonksiyonu altında kalan toplam alanın sol ve sağ taraflarda eşit olacak şekilde bölüdüğü çıktı değeri durulaştırılmış sonuç olarak kabul edilir (Sekiziyivü, 2014).

Yöntemin Temel Mantığı

Bulanık çıkarım sonucunda elde edilen çıktı genellikle bir üyelik fonksiyonu ile temsil edilen bulanık bir kümedir. BOA yöntemi, bu fonksiyonun altında kalan toplam alanı hesaplar ve bu alanı tam olarak iki eşit parçaya ayıran noktayı belirler. Bu nokta sistemin nihai sayısal çıktısını oluşturur.

Bu yöntem, ağırlık merkezi yönteminden farklı olarak alanın dağılımına göre ortalama hesaplamak yerine alanın eşit bölünmesine odaklanır.

Matematiksel Gösterim

BOA yönteminde durulaştırılmış değer y^* , aşağıdaki koşulu sağlayan noktadır:

$$\int_{y_{min}}^{y^*} \mu(y)dy = \int_{y^*}^{y_{max}} \mu(y)dy$$

Burada:

$\mu(y)$: Çıktı değişkenine ait birleşik üyelik fonksiyonunu

y_{min} : Çıktı evreninin minimum değerini

y_{max} : Çıktı evreninin maksimum değerini

y^* : Alanı iki eşit parçaya bölen durulaştırılmış çıktı değerini ifade etmektedir.

Özellikleri

- ✓ Çıktı üyelik fonksiyonunun toplam alanını dikkate alır.
- ✓ Alanı iki eşit parçaya bölen noktayı belirler.
- ✓ Özellikle asimetrik bulanık kümelerde farklı sonuçlar üretebilir.

Avantajları

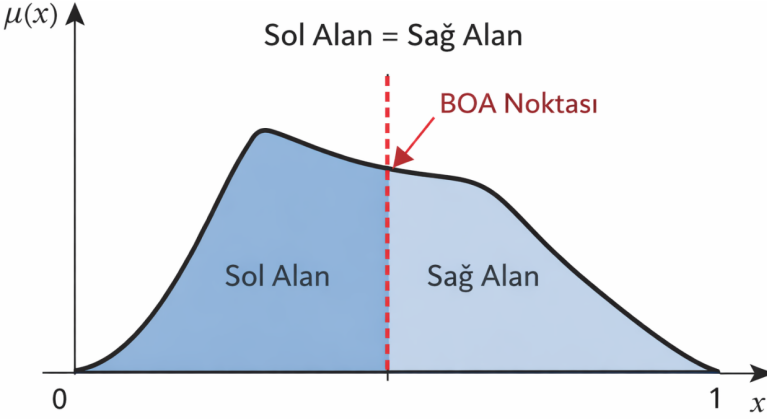
- ✓ Hesaplama mantığı oldukça basittir.
- ✓ Alanın dengeli şekilde bölünmesini sağlar.
- ✓ Bazı kontrol sistemlerinde istikrarlı sonuçlar üretir.

Dezavantajları

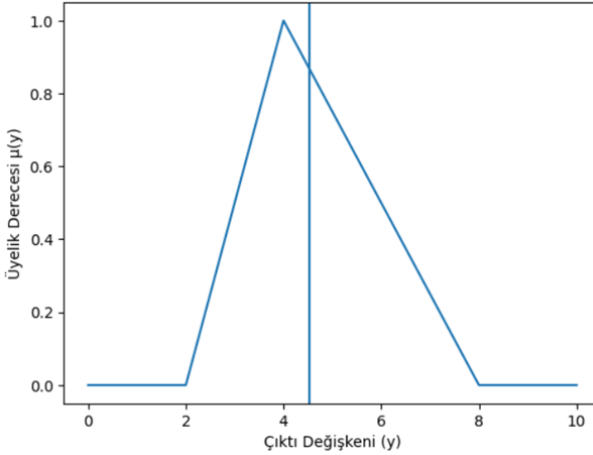
- ✓ Üyelik derecelerinin dağılımını tam olarak dikkate almaz.
- ✓ Ağırlık merkezi yöntemine göre bazı durumlarda daha az hassas sonuçlar verebilir.
- ✓ Karmaşık üyelik fonksiyonlarında alan hesaplaması zorlaşabilir.

Grafiksel Yorum

BOA yönteminde amaç, üyelik fonksiyonu altında kalan alanın tam ortasını bulmaktır. Bu noktada, sol taraftaki alan ile sağ taraftaki alan eşit olur. Eğer üyelik fonksiyonu simetrik ise bu nokta genellikle tepe noktasına yakın olur; asimetrik durumlarda ise alanın daha geniş olduğu tarafın ters yönüne doğru kayabilir. BOA yöntemine ait örnek bir grafik Şekil 3.11a ve Şekil 3.11b’de aşağıda verilmiştir.



Şekil 3.11a. BOA yöntemi – alanın ortası örneği



Şekil 3.11b. BOA yöntemi – alanın ortası örneği

Grafikte:

- ✓ Eğri: Asimetrik birleşik bulanık çıktı kümesi
- ✓ Dikey çizgi: BOA (Alanın Ortası) noktası
- ✓ Hesaplanan BOA değeri: 4.537

Bu noktada üyelik fonksiyonu altında kalan alanın:

- ✓ Sol tarafı = Toplam alanın %50'si
- ✓ Sağ tarafı = Toplam alanın %50'si

Görüldüğü gibi BOA sonucu, daha önce hesapladığımız COA (4.667) değerinden farklıdır. Bunun nedeni:

- ✓ COA → Alanın ağırlık merkezini bulur (yoğunluk etkili).
- ✓ BOA → Alanı iki eşit parçaya böler (denge etkili).

BOA yöntemi, özellikle Mamdani tipi bulanık çıkarım sistemlerinde kullanılan alternatif durulaştırma tekniklerinden biridir. Ağırlık merkezi yöntemine göre daha basit bir hesaplama mantığına sahip olsa da literatürde genellikle COA yöntemi kadar yaygın kullanılmamaktadır. Bununla birlikte bazı uygulamalarda alanın dengeli bölünmesine dayalı sonuçlar üretmesi nedeniyle tercih edilebilmektedir.

3.6.2.3. Maksimumların Ortalaması (Mean of Maximum – MOM)

Maksimumların Ortalaması (Mean of Maximum – MOM), bulanık çıkarım sistemlerinde kullanılan en basit durulaştırma yöntemlerinden biridir. Bu yöntemde, birleşik bulanık çıktı kümesinde en yüksek üyelik derecesine sahip noktalar belirlenir ve bu noktaların aritmetik ortalaması alınarak kesin (crisp) çıktı değeri elde edilir (Castronovo, 2025).

Yöntemin Temel Mantığı

Bulanık çıkarım sonucunda elde edilen çıktı üyelik fonksiyonunda, en yüksek üyelik derecesi genellikle $\mu(y) = 1$ (veya elde edilen maksimum değer) seviyesindedir. MOM yöntemi:

- ✓ Üyelik fonksiyonunun aldığı maksimum değeri belirler.
- ✓ Bu maksimum değeri sağlayan tüm y noktalarını tespit eder.

✓ Bu noktaların aritmetik ortalamasını alır.

Elde edilen bu ortalama değer, sistemin durulaştırılmış çıktısıdır.

Matematiksel Gösterim

Öncelikle maksimum üyelik derecesi belirlenir:

$$\mu_{max} = \max\{\mu(y)\}$$

Daha sonra:

$$Y_{max} = \{y_i | \mu(y_i) = \mu_{max}\}$$

Son olarak durulaştırılmış değer:

$$y^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

Burada:

$\mu(y)$: Çıktı üyelik fonksiyonunu

μ_{max} : Maksimum üyelik derecesini

Y_{max} : Maksimum üyelik derecesini sağlayan değerler kümesini

n : Maksimum noktaların sayısını

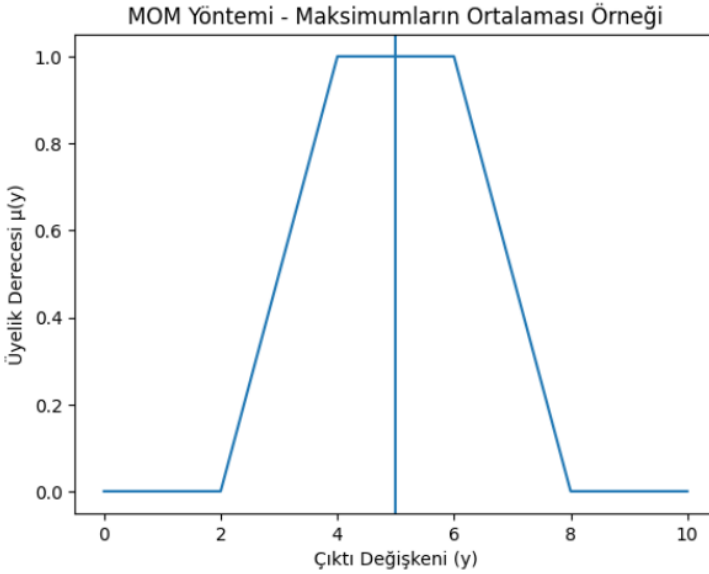
y^* : Durulaştırılmış çıktı değerini ifade etmektedir.

Grafiksel Yorum

Eğer üyelik fonksiyonu tek bir tepe noktasına sahipse, MOM sonucu doğrudan bu tepe noktasına eşit olur.

Ancak üyelik fonksiyonu düz bir tepe bölgesine (plateau) sahipse (örneğin yamuk üyelik fonksiyonu), maksimum üyelik derecesine sahip birden fazla nokta bulunur. MOM yöntemi bu noktaların ortalamasını alır.

Bu nedenle MOM yöntemi, özellikle yamuk veya kesilmiş (clipped) çıktı fonksiyonlarında farklı sonuçlar üretebilir. MOM yöntemine ait örnek bir grafik Şekil 3.12'de verilmiştir.



Şekil 3.12. MOM yöntemi – maksimumların ortalaması örneği

Grafikte görüldüğü gibi:

- ✓ Üyelik fonksiyonu yamuk (yamuk) yapısındadır.
- ✓ Maksimum üyelik derecesi $\mu(y) = 1$ değeri, yaklaşık 4 ile 6 arasında sabittir (plateau bölgesi).
- ✓ MOM sonucu = 5.000

Yani:

- ✓ Maksimum noktalar aralığı: [4, 6]
- ✓ MOM değeri: $(4 + 6) / 2 = 5$ tir.

Bu örnekte üyelik fonksiyonunun tepe noktası tek bir değer değildir. Belirli bir aralık boyunca maksimumdur. MOM yöntemi bu maksimum bölgenin tamamını dikkate alır ve uç değerlerin ortalamasını alarak merkezi bir sonuç üretir. Bu durum özellikle kesilmiş (clipped) çıktı fonksiyonlarında ve yamuk (trapez) üyelik yapılarında oldukça açıklayıcıdır.

Özellikleri

- ✓ Hesaplaması oldukça basittir.
- ✓ İntegral hesabı gerektirmez.
- ✓ Hesaplama maliyeti düşüktür.

Avantajları

- ✓ Uygulaması kolaydır.
- ✓ Gerçek zamanlı sistemlerde hızlı sonuç üretir.
- ✓ Basit kontrol uygulamalarında yeterli performans sağlar.

Dezavantajları

- ✓ Sadece maksimum noktaları dikkate alır.
- ✓ Üyelik fonksiyonunun tamamındaki bilgiyi kullanmaz.
- ✓ Gürültüye ve küçük değişimlere karşı daha hassas olabilir.
- ✓ COA ve BOA'ya göre daha az kararlı sonuçlar üretebilir.

MOM yöntemi genellikle basit ve düşük hesaplama gerektiren uygulamalarda tercih edilir. Ancak literatürde, özellikle hassas mühendislik ve kontrol uygulamalarında, COA yöntemi daha güvenilir ve dengeli sonuçlar verdiği için daha yaygın kullanılmaktadır. MOM yöntemi ise hesaplama hızının kritik olduğu durumlarda alternatif bir yaklaşım olarak değerlendirilmektedir.

Yukarıda anlatılan durulaştırma yöntemlerinin dışında literatürde sıklıkla kullanılan diğer durulaştırma yöntemleri aşağıda sıralanmıştır:

- ✓ İlk Maksimum (First of Maximum – FOM)
- ✓ Son Maksimum (Last of Maximum – LOM)
- ✓ Ağırlıklı Ortalama (Sugeno Sistemleri İçin)

3.6.3. Yöntemlerin Avantaj ve Dezavantajları (ÇKKV Bağlamında Değerlendirme)

Durulaştırma yöntemlerinin seçimi, yalnızca matematiksel bir tercih değil; özellikle ÇKKV problemlerinde doğrudan nihai sıralamayı ve karar sonucunu etkileyen kritik bir modelleme tercihidir. Aynı bulanık

çıkı kümesi farklı durulaştırma yöntemleriyle farklı kesin değerlere dönüşebilir ve bu durum alternatiflerin sıralamasını değiştirebilir.

ÇKKV bağlamında durulaştırma yöntemi:

- ✓ Alternatiflerin karşılaştırılabilirliğini,
- ✓ Sıralama hassasiyetini,
- ✓ Karar vericinin risk tutumunu,
- ✓ Modelin istikrarını

etkilemektedir.

Bu bölümde en yaygın yöntemler ÇKKV perspektifinden analiz edilmiştir.

1. Ağırlık Merkezi (COA) Yöntemi

Genel Özellik

Bulanık alanın tamamını dikkate alır ve ağırlık merkezini hesaplar.

Avantajları (ÇKKV Açısından)

- ✓ Tüm üyelik fonksiyonunu hesaba katar.
- ✓ Asimetrik dağılımlarda dengeli sonuç verir.
- ✓ Alternatifler arası küçük farkları yakalayabilir.
- ✓ Akademik literatürde en çok kabul gören yöntemdir.

ÇKKV'de özellikle hassas sıralama gerektiren durumlarda tercih edilir (örneğin tedarikçi seçimi, proje önceliklendirme).

Dezavantajları

- ✓ Hesaplama maliyeti yüksektir.
- ✓ Uç değerlerden etkilenebilir.
- ✓ Gürültülü veya düzensiz üyelik fonksiyonlarında aşırı duyarlı olabilir.

ÇKKV Yorumu

Eğer alternatiflerin performans dağılımı geniş ve belirsizlik yüksekse COA daha adil bir ortalama sunar. Ancak karar verici daha ihtiyatlı davranmak istiyorsa COA “fazla dengeli” kalabilir.

2. Alanın Ortası (BOA) Yöntemi

Bulanık alanı iki eşit parçaya bölen noktayı seçer.

Avantajları

- ✓ Geometrik denge sağlar.
- ✓ Aşırı uçların etkisini sınırlayabilir.
- ✓ COA’ya kıyasla daha istikrarlı olabilir.

Dezavantajları

- ✓ Alan dağılımı karmaşıksa hesaplama zorlaşır.
- ✓ Yoğunluk bilgisini tam yansıtmayabilir.

ÇKKV Yorumu

Alternatifler arasında belirsizlik yüksekse BOA, COA’ya göre daha temkinli sonuç verebilir. Ancak yoğunluğun nerede toplandığını göz ardı edebileceği için bazı durumlarda temsil gücü azalabilir.

3. Maksimumların Ortalaması (MOM)

Genel Özellik

Yalnızca maksimum üyelik derecesine sahip noktaların ortalamasını alır.

Avantajları

- ✓ Hesaplama basittir.
- ✓ Kararlı plato bölgelerinde tutarlı sonuç verir.
- ✓ Büyük veri setlerinde hızlıdır.

Dezavantajları

- ✓ Alanın geri kalanını dikkate almaz.
- ✓ Küçük şekil değişimlerine karşı duyarsızdır.

- ✓ Sıralama hassasiyetini azaltabilir.

ÇKKV Yorumu

Eğer alternatiflerin maksimum üyelik bölgeleri benzer genişlikteyse MOM sıralama farklarını azaltabilir. Bu durum özellikle eşik tabanlı seçimlerde avantajlı, detaylı sıralamalarda ise dezavantajlıdır. ÇKKV perspektifinden yukarıda açıklanan üç yöntemin genel karşılaştırması Tablo 3.5’de verilmiştir.

Tablo 3.5. ÇKKV perspektifinden üç yöntemin genel karşılaştırması

Yöntem	Sıralama Hassasiyeti	Risk Eğilimi	Hesaplama Maliyeti	Yorumlanabilirlik
COA	Yüksek	Dengeli	Orta-Yüksek	Yüksek
BOA	Orta	Dengeli	Orta	Orta
MOM	Düşük-Orta	Nötr	Düşük	Orta

ÇKKV Açısından Kritik Nokta

Durulaştırma yöntemi:

- ✓ Alternatif sıralamasını değiştirebilir.
- ✓ Eşik kararlarını etkileyebilir.
- ✓ Karar vericinin risk algısını modele yansıtabilir.
- ✓ Modelin stabilitesini belirleyebilir.

Bu nedenle ÇKKV çalışmalarında yalnızca yöntemin uygulanması değil, neden o yöntemin seçildiğinin gerekçelendirilmesi akademik açıdan önemlidir.

3.6. Bölüm Özeti

Bulanık çıkarım sistemlerinde kural değerlendirme ve çıkarım aşamaları sonucunda elde edilen çıktılar genellikle bulanık kümeler biçimindedir. Ancak gerçek dünya uygulamaları, kontrol sistemleri ve ÇKKV problemleri çoğunlukla tek bir kesin (crisp) değer gerektirir. Bu dönüşüm süreci durulaştırma (defuzzification) olarak adlandırılır ve özellikle Mamdani tipi sistemlerde zorunlu bir adımdır. Sugeno tipi sistemlerde ise çıktı doğrudan sayısal olduğundan durulaştırma genellikle ağırlıklı ortalama ile dolaylı olarak uygulanır.

Durulaştırma, birleşik bulanık çıktı kümesinin tek bir sayısal değere indirgenmesini sağlar. Bu işlem, karar vericinin alternatifleri sıralayabilmesi, eşik değerleri karşılaştırabilmesi ve kontrol sinyalleri üretebilmesi açısından kritik öneme sahiptir.

Literatürde en yaygın durulaştırma yöntemleri şunlardır:

- ✓ **Ağırlık Merkezi (Centroid of Area – COA):** Üyelik fonksiyonunun eğrisi altındaki alanın ağırlık merkezini hesaplar; tüm üyelik derecelerini dikkate alır ve özellikle asimetrik dağılımlarda dengeli sonuç üretir.
- ✓ **Alanın Ortası (Bisector of Area – BOA):** Alanı iki eşit parçaya bölen noktayı belirler; hesaplama basittir ve geometrik denge sağlar.
- ✓ **Maksimumların Ortalaması (Mean of Maximum – MOM):** Maksimum üyelik değerine sahip noktaların aritmetik ortalamasını alır; basit ve hızlıdır ancak alanın tamamını dikkate almaz.

ÇKKV bağlamında durulaştırma yöntemi, alternatiflerin sıralama hassasiyetini, karar vericinin risk tutumunu ve modelin stabilitesini doğrudan etkiler. Bu nedenle yalnızca teknik bir adım değil, nihai karar değerini belirleyen kritik bir tasarım bileşenidir.

3.7. Tip-1 Bulanık Mantığın Uygulama Alanları

Tip-1 bulanık mantık, belirsizlik ve kesin olmayan bilgilerin modellenmesine olanak sağlayan esnek bir yaklaşım sunması nedeniyle birçok farklı disiplin ve uygulama alanında yaygın olarak kullanılmaktadır. Klasik ikili mantık sistemlerinin yalnızca kesin doğru veya yanlış değerleri üzerinden işlem yapmasına karşın, Tip-1 bulanık mantık sistemleri gerçek hayattaki belirsizlikleri ve insan benzeri düşünme süreçlerini daha etkin bir şekilde temsil edebilmektedir. Bu özellik, özellikle karmaşık ve doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesinde önemli avantajlar sağlamaktadır.

Tip-1 bulanık sistemler; kontrol mühendisliği, karar verme süreçleri, optimizasyon problemleri, yapay zeka uygulamaları ve endüstriyel otomasyon gibi pek çok alanda başarıyla uygulanmaktadır. Özellikle matematiksel modeli tam olarak belirlenemeyen veya insan uzmanlığına dayalı bilgi gerektiren sistemlerde bulanık mantık

yaklaşımları etkili çözümler sunmaktadır. Bu sistemler, uzman bilgi ve deneyimlerinin kural tabanı şeklinde modellenmesine olanak tanıyarak karmaşık problemlerin daha anlaşılır ve yönetilebilir hale getirilmesini sağlamaktadır (Lee, 2023).

Günümüzde Tip-1 bulanık mantık tabanlı sistemler; ısıtma ve iklimlendirme kontrolü, otomotiv sistemleri, enerji yönetimi, finansal karar destek sistemleri, robotik uygulamalar ve üretim süreçlerinin optimizasyonu gibi birçok farklı alanda kullanılmaktadır. Ayrıca yapay zeka ve makine öğrenmesi yöntemleri ile entegre edilerek daha gelişmiş akıllı sistemlerin geliştirilmesine katkı sağlamaktadır (Belman-Flores ve ark., 2022; Wu ve Zeshui, 2021).

Bu bölümde Tip-1 bulanık mantığın farklı uygulama alanları ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Öncelikle kontrol sistemlerinde kullanımına değinilmiş, ardından karar verme ve optimizasyon problemlerindeki rolü açıklanmıştır. Daha sonra yapay zeka ve makine öğrenmesi ile entegrasyonu incelenmiş, endüstrideki uygulama örnekleri sunulmuş ve son olarak Türkiye ve dünyada gerçekleştirilen Tip-1 bulanık sistem uygulamalarına yer verilmiştir.

3.7.1. Kontrol Sistemleri

Kontrol sistemleri, mühendislik uygulamalarında bir sistemin istenilen performans değerleri içerisinde çalışmasını sağlamak amacıyla kullanılan temel yapılardan biridir. Geleneksel kontrol yaklaşımları çoğunlukla matematiksel modellere dayanmaktadır ve sistem davranışının kesin olarak tanımlanabildiği durumlarda oldukça başarılı sonuçlar vermektedir. Ancak gerçek dünya problemlerinde birçok sistem doğrusal olmayan yapılar içermekte ve bu sistemlerin matematiksel olarak tam bir modelinin elde edilmesi çoğu zaman mümkün olmamaktadır. Bu tür durumlarda Tip-1 bulanık mantık tabanlı kontrol sistemleri, insan uzmanlığına dayalı bilgi ve deneyimi kullanarak etkili çözümler sunmaktadır.

Bulanık kontrol sistemleri, klasik kontrol yöntemlerinden farklı olarak kesin matematiksel modellere ihtiyaç duymadan çalışabilmektedir. Bunun yerine sistem davranışı, uzman bilgisi doğrultusunda oluşturulan “Eğer-O halde (IF-THEN)” kuralları aracılığıyla tanımlanmaktadır. Bu yaklaşım, özellikle karmaşık ve doğrusal

olmayan sistemlerde kontrol performansını artırmakta ve sistemin daha esnek bir şekilde yönetilmesine olanak sağlamaktadır.

Tip-1 bulanık kontrol sistemleri genel olarak dört temel bileşenden oluşmaktadır: bulanıklaştırma (fuzzification), kural tabanı (rule base), çıkarım mekanizması (inference mechanism) ve durulaştırma (defuzzification). Bu bileşenler birlikte çalışarak sistem girdilerini işleyip uygun kontrol çıktısını üretmektedir.

İlk aşama olan bulanıklaştırma, sistemden elde edilen kesin sayısal giriş değerlerinin bulanık kümelerle dönüştürülmesini ifade etmektedir. Örneğin bir sıcaklık kontrol sisteminde ölçülen sıcaklık değeri “düşük”, “orta” veya “yüksek” gibi dilsel değişkenlerle temsil edilebilir. Bu sayede sayısal veriler, insan düşünme biçimine daha yakın bir şekilde modellenebilmektedir.

İkinci aşamada kural tabanı, sistem davranışını belirleyen uzman bilgilerini içermektedir. Bu kurallar genellikle “Eğer sıcaklık düşük ise ısıtıcı gücü yüksek olsun” gibi ifadelerden oluşmaktadır. Bu tür kurallar sayesinde sistemin farklı durumlara nasıl tepki vereceği belirlenmektedir.

Üçüncü aşama olan çıkarım mekanizması, bulanık kuralları kullanarak sistem için uygun kontrol kararını üretmektedir. Bu aşamada giriş değerleri ile kural tabanındaki bilgiler birlikte değerlendirilerek bulanık çıktı kümeleri elde edilmektedir.

Son aşama olan durulaştırma, bulanık çıktıların tekrar kesin sayısal değerlere dönüştürülmesini sağlamaktadır. Böylece kontrol sisteminin uygulanabilir bir çıktı üretmesi mümkün olmaktadır. Bu çıktı, örneğin bir motorun hızını ayarlamak veya bir ısıtıcı sisteminin güç seviyesini değiştirmek için kullanılabilir.

Tip-1 bulanık kontrol sistemlerinin en yaygın kullanım alanlarından biri ısıtma ve iklimlendirme sistemleridir. Geleneksel termostat sistemleri genellikle belirli eşik değerlerine göre çalışırken, bulanık kontrol sistemleri sıcaklık değişimlerini daha esnek ve hassas bir şekilde değerlendirebilmektedir. Örneğin ortam sıcaklığı hedef değerden biraz altında olduğunda sistem, ısıtıcı gücünü kademeli olarak artırarak daha dengeli bir sıcaklık kontrolü sağlayabilmektedir. Bu durum hem kullanıcı konforunu artırmakta hem de enerji tüketimini azaltmaktadır.

Benzer şekilde klima sistemlerinde de bulanık mantık tabanlı kontrol yaklaşımları yaygın olarak kullanılmaktadır. Klima sistemleri, ortam sıcaklığı, nem oranı ve kullanıcı tercihleri gibi birden fazla parametreyi dikkate alarak çalışmaktadır. Bulanık kontrol yöntemleri, bu parametreler arasındaki karmaşık ilişkileri daha etkin bir şekilde değerlendirerek sistemin optimum performansla çalışmasını sağlayabilmektedir.

Bulanık kontrol sistemlerinin bir diğer önemli uygulama alanı endüstriyel otomasyon sistemleridir. Özellikle robotik sistemler, motor hız kontrolü, enerji yönetimi ve üretim süreçlerinin kontrolünde bulanık mantık tabanlı kontrol algoritmaları yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu sistemler, sensörlerden elde edilen verileri analiz ederek süreçlerin daha kararlı ve verimli bir şekilde yönetilmesine katkı sağlamaktadır.

Sonuç olarak Tip-1 bulanık mantık tabanlı kontrol sistemleri, kesin matematiksel modellere ihtiyaç duymadan karmaşık sistemlerin kontrol edilmesine olanak tanıyan güçlü bir yöntemdir. Esnek yapısı ve insan benzeri karar mekanizmasını taklit edebilme yeteneği sayesinde bu sistemler, günümüzde hem akademik araştırmalarda hem de endüstriyel uygulamalarda yaygın olarak kullanılmaktadır.

3.7.2. Karar Verme ve Optimizasyon

Karar verme süreçleri, mühendislikten işletmeye, ekonomiden kamu yönetimine kadar birçok alanda önemli bir rol oynamaktadır. Gerçek dünyadaki karar problemleri çoğu zaman belirsizlik, eksik bilgi ve öznel değerlendirmeler içermektedir. Geleneksel karar verme yöntemleri genellikle kesin ve sayısal verilere dayandığından, belirsizlik içeren problemlerin modellenmesinde bazı sınırlılıklar ortaya çıkabilmektedir. Bu noktada Tip-1 bulanık mantık, karar vericilerin dilsel değerlendirmelerini ve belirsiz bilgileri matematiksel bir yapı içerisinde ifade edebilme yeteneği sayesinde etkili bir araç olarak öne çıkmaktadır.

Tip-1 bulanık mantık tabanlı karar verme yaklaşımları, özellikle birden fazla kriterin aynı anda değerlendirildiği ÇKKV problemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Gerçek hayattaki birçok karar problemi, farklı özelliklere sahip alternatiflerin birden fazla kriter açısından değerlendirilmesini gerektirmektedir. Bu tür

problemlerde karar vericiler çoğu zaman kriterleri “çok önemli”, “orta derecede önemli” veya “düşük önemli” gibi dilsel ifadelerle değerlendirmektedir. Bulanık mantık yaklaşımı, bu tür dilsel değerlendirmeleri bulanık sayılar aracılığıyla modelleyerek karar sürecine dâhil edebilmektedir.

Bulanık ÇKKV yöntemleri, alternatiflerin belirlenen kriterler doğrultusunda değerlendirilmesini ve en uygun alternatifin belirlenmesini amaçlamaktadır. Bu süreç genellikle kriterlerin ağırlıklarının belirlenmesi, alternatiflerin kriterler açısından değerlendirilmesi ve elde edilen sonuçların analiz edilmesi aşamalarından oluşmaktadır. Tip-1 bulanık mantık, bu aşamalarda karar vericilerin belirsizlik içeren değerlendirmelerini sistematik bir şekilde modele dâhil edebilmekte ve daha gerçekçi sonuçların elde edilmesine katkı sağlamaktadır.

Karar verme süreçlerinde bulanık mantığın kullanıldığı önemli alanlardan biri lojistik ve tedarik zinciri yönetimidir. Tedarikçi seçimi, depo yeri belirleme, dağıtım merkezi seçimi ve taşıma modu belirleme gibi birçok lojistik karar problemi çok sayıda kriterin aynı anda değerlendirilmesini gerektirmektedir. Bu kriterler genellikle maliyet, hizmet kalitesi, güvenilirlik, teslim süresi ve çevresel etkiler gibi farklı özellikleri içermektedir. Bulanık mantık tabanlı karar verme yöntemleri, bu kriterlerin birlikte değerlendirilmesine olanak tanıyarak daha etkili lojistik stratejilerin geliştirilmesine yardımcı olmaktadır.

Bulanık karar verme yaklaşımları aynı zamanda enerji sistemleri planlaması ve sürdürülebilirlik analizleri gibi alanlarda da yaygın olarak kullanılmaktadır. Örneğin yenilenebilir enerji kaynaklarının seçimi, enerji yatırımlarının değerlendirilmesi veya enerji teknolojilerinin karşılaştırılması gibi karar problemlerinde belirsizlik önemli bir faktör oluşturmaktadır. Bu tür durumlarda bulanık mantık tabanlı yöntemler, teknik, ekonomik ve çevresel kriterlerin birlikte değerlendirilmesine olanak sağlamaktadır.

Karar verme alanında bulanık mantığın kullanımı yalnızca alternatiflerin sıralanması ile sınırlı değildir. Aynı zamanda optimizasyon problemlerinin çözümünde de önemli bir rol oynamaktadır. Optimizasyon, belirli kısıtlar altında en iyi çözümün bulunmasını amaçlayan matematiksel bir süreçtir. Ancak gerçek hayattaki birçok optimizasyon problemi kesin parametrelerle

tanımlanamayacak kadar karmaşık ve belirsizdir. Bu durumlarda bulanık optimizasyon yaklaşımları, parametrelerdeki belirsizliği modelleyerek daha esnek çözümler sunabilmektedir.

Bulanık optimizasyon yöntemleri özellikle üretim planlama, kaynak tahsisi, ulaşım planlaması ve enerji yönetimi gibi alanlarda uygulanmaktadır. Bu yöntemler, karar vericilerin belirsiz hedefleri ve kısıtları modele dâhil edebilmesine olanak sağlayarak daha gerçekçi ve uygulanabilir çözümler elde edilmesine katkı sağlamaktadır.

Sonuç olarak Tip-1 bulanık mantık, karar verme ve optimizasyon problemlerinde belirsizliklerin etkin bir şekilde modellenmesini sağlayan güçlü bir araçtır. Karar vericilerin dilsel değerlendirmelerini matematiksel modellere entegre edebilmesi sayesinde, bulanık mantık tabanlı yaklaşımlar günümüzde lojistik, enerji, üretim ve yönetim bilimleri gibi birçok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu nedenle Tip-1 bulanık sistemler, karmaşık karar problemlerinin çözümünde önemli bir destek mekanizması olarak değerlendirilmektedir.

3.7.3. Yapay Zeka ve Makine Öğrenmesi ile Entegrasyon

Yapay zeka (Artificial Intelligence – AI), bilgisayar sistemlerinin insan benzeri düşünme, öğrenme ve karar verme yeteneklerini geliştirmeyi amaçlayan bir araştırma alanıdır. Günümüzde yapay zeka uygulamaları; veri analizi, örüntü tanıma, tahminleme, otomasyon ve akıllı karar destek sistemleri gibi birçok farklı alanda kullanılmaktadır. Bu süreçte belirsizlik ve eksik bilgi önemli bir problem oluşturmaktadır. Tip-1 bulanık mantık, bu tür belirsizliklerin modellenmesine olanak tanınması nedeniyle yapay zeka sistemleri ile güçlü bir şekilde entegre edilebilmektedir.

Bulanık mantık ile yapay zekanın entegrasyonu, insan benzeri düşünme ve karar verme süreçlerinin bilgisayar sistemlerine aktarılmasını kolaylaştırmaktadır. Geleneksel yapay zeka yöntemleri çoğu zaman kesin veri ve matematiksel modeller gerektirirken, bulanık mantık sistemleri dilsel ifadeleri ve belirsiz bilgileri kullanarak daha esnek ve gerçekçi modeller oluşturabilmektedir. Bu nedenle bulanık mantık tabanlı yaklaşımlar, akıllı sistemlerin geliştirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır.

Tip-1 bulanık mantığın yapay zeka ile entegrasyonunun en yaygın örneklerinden biri bulanık sinir ağları (Fuzzy Neural Networks) olarak adlandırılan sistemlerdir. Bu sistemler, yapay sinir ağlarının öğrenme yeteneğini bulanık mantığın yorumlama kapasitesi ile birleştirmektedir. Yapay sinir ağları büyük veri setlerinden öğrenme ve örüntüleri keşfetme konusunda oldukça güçlüdür. Ancak bu sistemlerin karar mekanizması çoğu zaman “kara kutu” olarak nitelendirilmektedir. Bulanık mantık ise karar süreçlerini dilsel kurallar aracılığıyla açıklayabilme avantajına sahiptir. Bu iki yaklaşımın birleştirilmesiyle hem öğrenebilen hem de yorumlanabilir akıllı sistemler geliştirilebilmektedir.

Bu entegrasyonun en bilinen uygulamalarından biri Uyarlanabilir Ağ Tabanlı Bulanık Çıkarım Sistemi (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System – ANFIS) olarak adlandırılan yöntemdir. ANFIS modeli, bulanık çıkarım sistemlerinin yapay sinir ağları ile birlikte çalışmasını sağlayan hibrit bir yapıdır. Bu sistem, bulanık kuralları otomatik olarak öğrenebilmekte ve veri setlerinden elde edilen bilgilere göre sistem parametrelerini güncelleyebilmektedir. Bu özellik, özellikle tahminleme ve modelleme problemlerinde ANFIS yönteminin oldukça etkili sonuçlar vermesini sağlamaktadır.

Bulanık mantık ile makine öğrenmesi yöntemlerinin entegrasyonu aynı zamanda veri madenciliği ve bilgi keşfi süreçlerinde de önemli avantajlar sunmaktadır. Büyük veri setleri içerisindeki belirsiz veya eksik bilgilerin analiz edilmesi, klasik yöntemlerle her zaman kolay olmayabilmektedir. Bulanık mantık tabanlı yaklaşımlar, bu tür verilerin dilsel kategoriler aracılığıyla modellenmesine olanak tanıyarak daha anlamlı sonuçların elde edilmesine katkı sağlamaktadır. Örneğin müşteri davranışlarının analiz edilmesi, finansal risk değerlendirmesi veya sağlık verilerinin sınıflandırılması gibi alanlarda bulanık mantık tabanlı veri analizi yöntemleri kullanılabilir.

Bunun yanı sıra bulanık mantık tabanlı sistemler akıllı karar destek sistemlerinin geliştirilmesinde de önemli bir rol oynamaktadır. Bu sistemler, farklı veri kaynaklarından elde edilen bilgileri analiz ederek karar vericilere öneriler sunabilmektedir. Özellikle karmaşık ve çok kriterli problemlerde, bulanık mantık sistemleri karar vericilerin

belirsiz değerlendirmelerini modele dâhil ederek daha kapsamlı analizler yapılmasına olanak sağlamaktadır.

Yapay zeka ve makine öğrenmesi ile bulanık mantığın entegrasyonu aynı zamanda robotik sistemler, otonom araçlar, akıllı şehir uygulamaları ve sağlık teknolojileri gibi alanlarda da yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu sistemler, çevreden elde edilen sensör verilerini analiz ederek gerçek zamanlı kararlar verebilmekte ve değişen koşullara uyum sağlayabilmektedir.

Sonuç olarak Tip-1 bulanık mantık ile yapay zeka ve makine öğrenmesi yöntemlerinin entegrasyonu, akıllı sistemlerin geliştirilmesinde önemli avantajlar sağlamaktadır. Bulanık mantığın belirsizlikleri modelleyebilme yeteneği ile makine öğrenmesi algoritmalarının veri odaklı öğrenme kapasitesi bir araya geldiğinde daha güçlü ve esnek yapay zeka sistemleri oluşturulabilmektedir. Bu nedenle bulanık mantık tabanlı yaklaşımlar, modern yapay zeka araştırmalarında önemli bir yer tutmaktadır.

3.7.4. Endüstride Uygulama Örnekleri

Tip-1 bulanık mantık, belirsizlikleri modelleyebilme ve insan benzeri karar mekanizmalarını taklit edebilme yeteneği sayesinde endüstriyel uygulamalarda geniş bir kullanım alanına sahiptir. Özellikle karmaşık süreçlerin kontrol edilmesi, üretim verimliliğinin artırılması ve enerji tüketiminin optimize edilmesi gibi konularda bulanık mantık tabanlı sistemler önemli avantajlar sağlamaktadır. Geleneksel kontrol ve karar verme yöntemleri çoğu zaman kesin matematiksel modellere dayanırken, bulanık mantık sistemleri uzman bilgisi ve deneyimini kural tabanlı yapılar aracılığıyla modele dâhil edebilmekte ve bu sayede daha esnek çözümler sunabilmektedir.

Endüstride bulanık mantığın en yaygın kullanıldığı alanlardan biri otomotiv sektörüdür. Modern araçlarda sürüş konforunu ve güvenliğini artırmak amacıyla birçok elektronik kontrol sistemi kullanılmaktadır. Bu sistemlerde bulanık mantık algoritmaları; otomatik vites kontrolü, motor performansının düzenlenmesi, fren sistemleri ve sürüş stabilitesi gibi çeşitli fonksiyonlarda uygulanmaktadır. Özellikle otomatik şanzıman sistemlerinde bulanık kontrol yöntemleri, aracın hızına, motor devrine ve sürüş koşullarına bağlı olarak en uygun vites geçişlerinin gerçekleştirilmesini

sağlamaktadır. Bu sayede daha akıcı bir sürüş deneyimi ve daha verimli yakıt tüketimi elde edilmektedir.

Bulanık mantık tabanlı sistemler aynı zamanda beyaz eşya teknolojilerinde de yaygın olarak kullanılmaktadır. Günümüzde birçok çamaşır makinesi, bulaşık makinesi ve klima sistemi bulanık kontrol algoritmaları ile çalışmaktadır. Örneğin çamaşır makinelerinde kullanılan bulanık mantık sistemleri, yük miktarını, suyun bulanıklık seviyesini ve yıkama süresini analiz ederek en uygun yıkama programını otomatik olarak belirleyebilmektedir. Bu yaklaşım hem enerji hem de su tüketiminin azaltılmasına katkı sağlamaktadır.

Bir diğer önemli uygulama alanı görüntü işleme ve kamera sistemleridir. Özellikle dijital kamera ve akıllı telefon kameralarında kullanılan otomatik odaklama (autofocus) sistemleri, bulanık mantık tabanlı algoritmalar aracılığıyla çalışabilmektedir. Bu sistemler, görüntü netliğini analiz ederek en uygun odaklama ayarını hızlı bir şekilde belirlemekte ve daha kaliteli görüntüler elde edilmesini sağlamaktadır.

Bulanık mantık uygulamalarının yaygın olarak kullanıldığı bir diğer alan robotik ve üretim otomasyonudur. Endüstriyel robotlar, üretim hatlarında hassas ve hızlı işlemler gerçekleştirmek amacıyla kullanılmaktadır. Bu robotların hareket kontrolü, hız ayarı ve görev planlaması gibi süreçlerinde bulanık mantık tabanlı kontrol algoritmaları önemli bir rol oynamaktadır. Özellikle değişken üretim koşullarına uyum sağlayabilen robotik sistemlerin geliştirilmesinde bulanık mantık yaklaşımları etkili çözümler sunmaktadır.

Enerji yönetimi ve güç sistemleri de bulanık mantığın endüstride yaygın olarak uygulandığı alanlar arasında yer almaktadır. Elektrik üretim tesislerinde, enerji dağıtım sistemlerinde ve akıllı şebeke uygulamalarında bulanık mantık tabanlı kontrol algoritmaları kullanılabilir. Bu sistemler enerji talebini, üretim kapasitesini ve sistem yükünü analiz ederek enerji kaynaklarının daha verimli bir şekilde kullanılmasını sağlamaktadır.

Bunun yanı sıra bulanık mantık tabanlı sistemler proses (işlem) kontrolü uygulamalarında da önemli bir yere sahiptir. Kimya, petrokimya ve gıda endüstrisi gibi sektörlerde üretim süreçlerinin kontrol edilmesi oldukça karmaşık bir yapı içerebilmektedir. Bu

süreçlerde sıcaklık, basınç, akış hızı ve kimyasal bileşim gibi birçok parametre aynı anda izlenmektedir. Bulanık kontrol sistemleri, bu parametreler arasındaki ilişkileri değerlendirerek üretim sürecinin daha kararlı ve verimli bir şekilde yönetilmesine katkı sağlamaktadır.

Sonuç olarak Tip-1 bulanık mantık tabanlı sistemler, otomotiv, beyaz eşya, robotik, enerji yönetimi ve proses kontrolü gibi birçok endüstriyel alanda başarıyla uygulanmaktadır. Bu sistemler, belirsizlik içeren karmaşık süreçlerin daha etkin bir şekilde yönetilmesine olanak tanıyarak üretim verimliliğinin artırılmasına ve kaynak kullanımının optimize edilmesine katkı sağlamaktadır. Bu nedenle bulanık mantık tabanlı teknolojiler, modern endüstriyel sistemlerin geliştirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır.

3.7.5. Türkiye ve Dünya’da Tip-1 Bulanık Sistem Uygulamaları

Tip-1 bulanık mantık sistemleri, geliştirildikleri ilk dönemlerden itibaren hem akademik araştırmalarda hem de endüstriyel uygulamalarda geniş bir kullanım alanı bulmuştur. Özellikle belirsizlik içeren karmaşık sistemlerin modellenmesi ve kontrol edilmesinde sağladığı esneklik sayesinde bulanık mantık yaklaşımları dünya genelinde birçok farklı sektörde uygulanmaktadır. Bu sistemler, mühendislik, enerji yönetimi, ulaşım sistemleri, finansal analizler ve sağlık teknolojileri gibi çok sayıda alanda etkili çözümler sunmaktadır.

Dünya genelinde bulanık mantık uygulamalarının gelişiminde özellikle Japonya önemli bir rol oynamıştır. 1980’li yıllardan itibaren Japon endüstrisinde bulanık mantık tabanlı kontrol sistemleri yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Bu dönemde metro trenlerinin hız kontrolü, otomatik fren sistemleri ve endüstriyel üretim hatlarının kontrolü gibi birçok uygulamada bulanık mantık algoritmalarından yararlanılmıştır. Özellikle metro sistemlerinde kullanılan bulanık kontrol yöntemleri, trenlerin hızlanma ve yavaşlama süreçlerini daha konforlu ve güvenli bir şekilde yönetebilmiştir. Bu uygulamalar, bulanık mantık teknolojilerinin endüstride kullanılabilirliğini gösteren önemli örnekler arasında yer almaktadır.

Bulanık mantık sistemleri aynı zamanda Avrupa ve Amerika Birleşik Devletleri’nde de geniş bir araştırma alanı oluşturmuştur. Bu ülkelerde gerçekleştirilen çalışmalar; robotik sistemler, otomotiv teknolojileri,

enerji yönetimi ve finansal tahminleme gibi farklı alanlarda yoğunlaşmıştır. Özellikle akıllı kontrol sistemleri ve karar destek sistemlerinin geliştirilmesinde bulanık mantık yaklaşımlarından yaygın olarak yararlanılmaktadır. Bunun yanı sıra yenilenebilir enerji sistemlerinin planlanması, rüzgâr ve güneş enerjisi üretiminin tahmin edilmesi gibi enerji alanındaki uygulamalarda da bulanık mantık tabanlı modeller önemli katkılar sağlamaktadır.

Tip-1 bulanık mantık sistemlerinin uygulama alanları yalnızca mühendislik ve teknoloji ile sınırlı değildir. Günümüzde sağlık sistemlerinde hastalık teşhisi, finans sektöründe risk analizi, eğitim alanında performans değerlendirme ve tarım sektöründe verim tahmini gibi birçok farklı alanda bulanık mantık tabanlı yöntemler kullanılmaktadır. Bu durum, bulanık mantık yaklaşımının disiplinler arası bir araştırma alanı haline gelmesine katkı sağlamıştır.

Türkiye’de de bulanık mantık sistemleri üzerine gerçekleştirilen çalışmalar özellikle son yıllarda önemli bir artış göstermiştir. Üniversitelerde yürütülen akademik araştırmalar kapsamında bulanık kontrol sistemleri, bulanık karar verme yöntemleri ve bulanık optimizasyon modelleri üzerine çok sayıda çalışma yapılmaktadır. Bu çalışmalar genellikle enerji sistemleri, ulaşım planlaması, üretim sistemleri, tedarik zinciri yönetimi ve finansal karar verme gibi alanlarda yoğunlaşmaktadır.

Türkiye’deki araştırmalarda özellikle ÇKKV problemlerinin bulanık mantık yaklaşımları ile modellenmesi önemli bir araştırma konusu haline gelmiştir. Tedarikçi seçimi, depo yeri belirleme, enerji teknolojilerinin değerlendirilmesi ve sürdürülebilirlik analizleri gibi birçok problemde bulanık mantık tabanlı yöntemler kullanılmaktadır. Bu çalışmalar, karar vericilerin belirsiz değerlendirmelerini modele dâhil ederek daha gerçekçi ve uygulanabilir sonuçların elde edilmesine katkı sağlamaktadır.

Bunun yanı sıra Türkiye’de gerçekleştirilen bazı araştırmalarda bulanık mantık tabanlı kontrol sistemleri enerji yönetimi, akıllı bina sistemleri ve otomasyon uygulamalarında kullanılmaktadır. Özellikle akıllı enerji sistemleri ve yenilenebilir enerji kaynaklarının yönetimi gibi alanlarda bulanık kontrol algoritmalarının kullanımı giderek yaygınlaşmaktadır. Bu tür çalışmalar, enerji verimliliğinin artırılması

ve sürdürülebilir enerji politikalarının geliştirilmesi açısından önemli katkılar sağlamaktadır.

Sonuç olarak Tip-1 bulanık mantık sistemleri hem dünya genelinde hem de Türkiye’de geniş bir uygulama alanına sahiptir. Endüstriyel otomasyon sistemlerinden karar destek modellerine kadar birçok farklı alanda kullanılan bu yöntemler, belirsizlik içeren problemlerin çözümünde etkili araçlar sunmaktadır. Gelişen teknoloji ve artan veri miktarı ile birlikte bulanık mantık sistemlerinin yapay zeka ve makine öğrenmesi yöntemleri ile entegre edilerek daha gelişmiş akıllı sistemlerin geliştirilmesine katkı sağlaması beklenmektedir. Bu nedenle bulanık mantık yaklaşımları, gelecekte de hem akademik araştırmalarda hem de endüstriyel uygulamalarda önemli bir araştırma alanı olmaya devam edecektir.

3.7. Bölüm Özeti

Bu bölümde Tip-1 bulanık mantık sistemlerinin farklı uygulama alanları ele alınmış ve bu yaklaşımın çeşitli disiplinlerde nasıl kullanıldığı açıklanmıştır. Tip-1 bulanık mantık, belirsizlik içeren problemlerin modellenmesinde sağladığı esneklik ve insan benzeri karar mekanizmalarını temsil edebilme yeteneği sayesinde günümüzde birçok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Özellikle kesin matematiksel modellerin oluşturulmasının zor olduğu sistemlerde bulanık mantık tabanlı yaklaşımlar etkili çözümler sunmaktadır.

Bölümün ilk kısmında Tip-1 bulanık mantığın kontrol sistemlerindeki uygulamaları incelenmiştir. Bu kapsamda bulanık kontrol sistemlerinin temel yapısı açıklanmış ve özellikle ısıtma, klima ve otomasyon sistemleri gibi uygulamalarda nasıl kullanıldığı ele alınmıştır. Bulanık kontrol algoritmalarının karmaşık ve doğrusal olmayan sistemlerin yönetiminde önemli avantajlar sağladığı vurgulanmıştır.

Daha sonra karar verme ve optimizasyon alanındaki uygulamalar ele alınmıştır. Bu bölümde bulanık mantığın ÇKKV problemlerinde belirsiz ve dilsel değerlendirmelerin modellenmesine olanak sağladığı ifade edilmiştir. Ayrıca lojistik, enerji planlaması ve kaynak tahsisi gibi alanlarda bulanık optimizasyon yaklaşımlarının kullanılabilceği belirtilmiştir.

Üçüncü olarak yapay zeka ve makine öğrenmesi ile entegrasyon konusu incelenmiştir. Bu kapsamda bulanık mantık ile yapay sinir ağlarının birleştirilmesi sonucunda ortaya çıkan nöro-bulanık sistemlerin akıllı sistemlerin geliştirilmesinde önemli bir rol oynadığı açıklanmıştır. Özellikle veri analizi, tahminleme ve akıllı karar destek sistemleri gibi alanlarda bu hibrit yaklaşımların etkili sonuçlar sağladığı belirtilmiştir.

Bölümün devamında endüstrideki uygulama örnekleri ele alınmış ve otomotiv, beyaz eşya, robotik sistemler, enerji yönetimi ve proses kontrolü gibi alanlarda bulanık mantık tabanlı sistemlerin kullanımına ilişkin örnekler sunulmuştur. Bu uygulamalar, bulanık mantık algoritmalarının gerçek dünya problemlerinin çözümünde ne kadar etkili olduğunu göstermektedir.

Son olarak Türkiye ve dünya genelindeki bulanık mantık uygulamaları değerlendirilmiştir. Bu kapsamda özellikle Japonya, Avrupa ve Amerika Birleşik Devletleri'nde gerçekleştirilen endüstriyel uygulamalar ile Türkiye'de yürütülen akademik ve uygulamalı çalışmalar ele alınmıştır. Türkiye'de bulanık mantık tabanlı yaklaşımların özellikle enerji sistemleri, tedarik zinciri yönetimi ve ÇKKV problemleri gibi alanlarda yoğun olarak kullanıldığı görülmektedir.

Genel olarak değerlendirildiğinde Tip-1 bulanık mantık sistemleri, belirsizlik içeren karmaşık problemlerin modellenmesi ve çözümünde güçlü bir araç olarak öne çıkmaktadır. Gelişen yapay zeka teknolojileri ve veri analizi yöntemleri ile birlikte bulanık mantık tabanlı yaklaşımların gelecekte daha geniş uygulama alanlarına sahip olması beklenmektedir. Bu nedenle bulanık mantık sistemleri hem akademik araştırmalarda hem de endüstriyel uygulamalarda önemli bir araştırma ve geliştirme alanı olmaya devam etmektedir.

3.8. Tip-1 Bulanık Mantığın Avantajları ve Sınırlılıkları

Tip-1 bulanık mantık sistemleri, belirsizlik içeren problemlerin modellenmesi ve çözülmesi konusunda önemli avantajlar sunan yöntemlerden biridir. Klasik mantık sistemlerinin yalnızca kesin doğruluk değerleri ile çalışmasına karşın, bulanık mantık yaklaşımları gerçek hayatta karşılaşılan belirsizlikleri ve insan benzeri düşünme süreçlerini daha etkin bir şekilde temsil edebilmektedir. Bu özellik,

özellikle karmaşık ve doğrusal olmayan sistemlerin analiz edilmesinde bulanık mantık sistemlerinin yaygın olarak kullanılmasını sağlamıştır.

Tip-1 bulanık mantık sistemleri; kontrol mühendisliği, karar verme süreçleri, yapay zeka uygulamaları ve endüstriyel otomasyon gibi birçok alanda başarıyla uygulanmaktadır. Bu sistemler, uzman bilgi ve deneyimini dilsel kurallar aracılığıyla modele dahil ederek matematiksel modelin kesin olarak belirlenemediği durumlarda etkili çözümler sunabilmektedir. Ayrıca uygulama kolaylığı ve görece düşük hesaplama maliyetleri nedeniyle pratik mühendislik problemlerinde yaygın olarak tercih edilmektedir.

Bununla birlikte Tip-1 bulanık mantık sistemlerinin bazı sınırlılıkları da bulunmaktadır. Özellikle üyelik fonksiyonlarının kesin olarak tanımlanması gerektiği durumlarda, yüksek derecede belirsizlik içeren problemlerin modellenmesi zorlaşabilmektedir. Bu tür durumlarda Tip-2 bulanık mantık gibi daha gelişmiş yaklaşımlar ortaya çıkmış ve bulanık sistemlerin belirsizlikleri daha kapsamlı bir şekilde modelleyebilmesi sağlanmıştır.

Bu bölümde Tip-1 bulanık mantığın avantajları ve sınırlılıkları ele alınmıştır. Öncelikle bu yaklaşımın belirsizlikle baş etme gücü incelenmiş, ardından modelleme kolaylığı ve hesaplama maliyetleri açısından değerlendirmeler yapılmıştır. Son olarak Tip-1 bulanık sistemlerin bazı sınırlılıkları ve bu sınırlılıkların Tip-2 bulanık mantık yaklaşımlarının geliştirilmesine nasıl zemin hazırladığı açıklanmıştır.

3.8.1. Belirsizlikle Baş Etme Gücü

Tip-1 bulanık mantık sistemlerinin en önemli avantajlarından biri belirsizlik içeren bilgileri modelleyebilme yeteneğidir. Gerçek hayattaki birçok problem kesin ve net veriler yerine belirsiz, eksik veya öznel değerlendirmeler içermektedir. Bu tür durumlarda klasik matematiksel modellerin kullanılması zorlaşmakta ve sistem davranışının doğru bir şekilde temsil edilmesi güçleşmektedir. Bulanık mantık yaklaşımı ise belirsiz bilgileri dilsel değişkenler ve üyelik fonksiyonları aracılığıyla ifade ederek bu tür problemlerin modellenmesini mümkün hale getirmektedir.

Tip-1 bulanık mantık sistemlerinde değişkenler genellikle “düşük”, “orta”, “yüksek” gibi dilsel ifadelerle temsil edilmektedir. Bu yaklaşım, insan düşünme biçimine oldukça yakın bir modelleme

yöntemi sunmaktadır. Örneğin bir sıcaklık kontrol sisteminde ortam sıcaklığının “biraz yüksek” veya “çok düşük” olması gibi ifadeler klasik mantıkta kesin sınırlarla ifade edilemezken, bulanık mantık sistemlerinde bu tür değerlendirmeler kolaylıkla modellenebilmektedir.

Bulanık mantığın belirsizlikle başa çıkma yeteneği özellikle karar verme problemlerinde önemli avantajlar sağlamaktadır. Karar vericiler çoğu zaman alternatifleri kesin sayısal değerler yerine öznel değerlendirmelerle ifade etmektedir. Bu değerlendirmeler bulanık sayılar aracılığıyla matematiksel modellere dönüştürülebilmekte ve böylece daha gerçekçi analizler yapılabilmektedir.

Bununla birlikte Tip-1 bulanık mantık sistemleri yalnızca belirsizliği temsil etmekle kalmamakta, aynı zamanda uzman bilgi ve deneyiminin sistem modeline dâhil edilmesine de olanak sağlamaktadır. Uzmanlar tarafından oluşturulan “Eğer–O halde” kuralları sayesinde sistem davranışı daha anlaşılır bir şekilde tanımlanabilmektedir. Bu durum, özellikle matematiksel modelin oluşturulmasının zor olduğu karmaşık sistemlerde önemli bir avantaj sağlamaktadır.

Sonuç olarak Tip-1 bulanık mantık sistemleri, belirsizlik içeren problemlerin modellenmesinde etkili bir araç olarak kullanılmaktadır. Dilsel değişkenler ve bulanık kurallar aracılığıyla gerçek dünyadaki karmaşık sistemlerin daha esnek bir şekilde temsil edilmesi mümkün olmaktadır.

3.8.2. Modelleme Kolaylığı ve Hesaplama Maliyetleri

Tip-1 bulanık mantık sistemlerinin önemli avantajlarından biri, karmaşık sistemlerin modellenmesinde sağladığı esneklik ve uygulama kolaylığıdır. Geleneksel kontrol ve modelleme yöntemleri çoğu zaman sistemin matematiksel modelinin ayrıntılı olarak belirlenmesini gerektirmektedir. Ancak gerçek dünyadaki birçok sistem doğrusal olmayan yapılar içermekte ve bu sistemlerin kesin matematiksel modelini oluşturmak oldukça zor olabilmektedir. Tip-1 bulanık mantık sistemleri ise uzman bilgisi ve deneyimini kullanarak bu tür sistemlerin modellenmesini mümkün hale getirmektedir.

Bulanık sistemlerde modelleme süreci genellikle dilsel kuralların oluşturulması ve uygun üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi ile

gerçekleştirilmektedir. Bu yaklaşım, özellikle deneyim ve gözleme dayalı bilgiye sahip uzmanların sistem modeline katkıda bulunmasını kolaylaştırmaktadır. Böylece karmaşık matematiksel denklemlere ihtiyaç duyulmadan etkili bir kontrol veya karar modeli oluşturulabilmektedir.

Tip-1 bulanık mantık sistemlerinin bir diğer önemli avantajı ise görece düşük hesaplama maliyetlerine sahip olmasıdır. Bu sistemlerde kullanılan bulanıklaştırma, çıkarım ve durulaştırma işlemleri genellikle basit matematiksel işlemlerden oluşmaktadır. Bu nedenle Tip-1 bulanık sistemler, gerçek zamanlı uygulamalarda kolaylıkla kullanılabilir.

Özellikle gömülü sistemler, kontrol uygulamaları ve otomasyon sistemleri gibi alanlarda hesaplama kapasitesinin sınırlı olduğu durumlarda Tip-1 bulanık mantık sistemleri önemli bir avantaj sağlamaktadır. Bu sistemler düşük işlem gücü ile çalışabilmekte ve hızlı karar mekanizmaları sunabilmektedir.

Bununla birlikte modelleme sürecinde kullanılan üyelik fonksiyonlarının ve kural tabanının belirlenmesi bazı durumlarda uzman deneyimine büyük ölçüde bağlı olabilmektedir. Bu durum modelin doğruluğunu etkileyebileceği gibi farklı uzmanların farklı model yapıları oluşturmasına da neden olabilmektedir. Bu nedenle bulanık sistemlerin tasarım sürecinde dikkatli bir analiz yapılması büyük önem taşımaktadır.

3.8.3. Tip-2'ye Geçişin Gerekçeleri

Tip-1 bulanık mantık sistemleri birçok uygulama alanında başarılı sonuçlar vermesine rağmen bazı sınırlılıklara sahiptir. Bu sınırlılıkların başında, üyelik fonksiyonlarının kesin olarak tanımlanması gerekliliği gelmektedir. Tip-1 bulanık sistemlerde her bir üyelik fonksiyonu belirli bir üyelik derecesi ile ifade edilmekte ve bu değerler genellikle tek bir kesin sayı ile temsil edilmektedir. Ancak gerçek dünyadaki birçok problemde belirsizlik yalnızca değişkenlerin değerlerinde değil, aynı zamanda üyelik fonksiyonlarının kendisinde de ortaya çıkabilmektedir.

Örneğin bir uzman tarafından belirlenen “yüksek sıcaklık” kavramı farklı kişiler tarafından farklı şekillerde yorumlanabilmektedir. Bu durum, üyelik fonksiyonlarının kesin sınırlarla tanımlanmasını

zorlaştırmakta ve modelde ek bir belirsizlik oluşturabilmektedir. Tip-1 bulanık mantık sistemleri bu tür ikinci düzey belirsizlikleri doğrudan temsil edememektedir.

Bu sınırlılıkların aşılması amacıyla Tip-2 bulanık mantık sistemleri geliştirilmiştir. Tip-2 bulanık sistemlerde üyelik dereceleri yalnızca tek bir sayıyla değil, bir aralık veya bulanık küme ile temsil edilmektedir. Bu yaklaşım, üyelik fonksiyonlarında ortaya çıkan belirsizliklerin de modele dâhil edilmesini sağlamaktadır. Böylece daha yüksek seviyede belirsizlik içeren problemlerin modellenmesi mümkün hale gelmektedir.

Tip-2 bulanık mantık sistemleri özellikle sensör verilerindeki belirsizlik, uzman görüşlerindeki farklılıklar ve karmaşık çevresel koşullar gibi durumların söz konusu olduğu problemlerde daha etkili sonuçlar verebilmektedir. Bununla birlikte Tip-2 bulanık sistemlerin hesaplama maliyetleri Tip-1 sistemlere göre daha yüksek olabilmektedir. Bu nedenle uygulamanın gereksinimlerine bağlı olarak uygun bulanık modelin seçilmesi büyük önem taşımaktadır.

Sonuç olarak Tip-1 bulanık mantık sistemleri birçok uygulama alanında etkili çözümler sunmasına rağmen bazı belirsizlik türlerini modelleme konusunda sınırlılıklara sahiptir. Bu sınırlılıkların giderilmesi amacıyla geliştirilen Tip-2 bulanık mantık sistemleri, bulanık sistemlerin daha geniş bir problem sınıfında kullanılmasına olanak sağlamaktadır. ÇKKV yöntemlerinde Tip-2 bulanık mantığın uygulanması, kapsamlı bir şekilde bir sonraki kitabımızda ayrı bir bölüm olarak ele alınacaktır.

3.8. Bölüm Özeti

Bu bölümde Tip-1 bulanık mantık sistemlerinin avantajları ve sınırlılıkları ele alınmıştır. Tip-1 bulanık mantık, belirsizlik içeren problemlerin modellenmesi ve çözülmesinde esnek bir yaklaşım sunması nedeniyle mühendislik, yapay zeka, kontrol sistemleri ve karar verme süreçleri gibi birçok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Geleneksel mantık sistemlerinin yalnızca kesin doğruluk değerlerine dayanan yapısına karşın, bulanık mantık sistemleri dilsel değişkenler ve üyelik fonksiyonları aracılığıyla belirsiz ve öznel bilgilerin matematiksel modeller içerisinde temsil edilmesine olanak sağlamaktadır.

Bölümün ilk kısmında Tip-1 bulanık mantık sistemlerinin belirsizlikle baş etme gücü incelenmiştir. Bu kapsamda bulanık mantığın gerçek dünyadaki belirsiz ve kesin olmayan bilgileri modelleyebilme yeteneği açıklanmıştır. Dilsel değişkenler ve bulanık kurallar sayesinde insan düşünme biçimine benzer karar mekanizmalarının oluşturulabildiği ve bu sayede karmaşık problemlerin daha esnek bir şekilde analiz edilebildiği vurgulanmıştır.

İkinci olarak modelleme kolaylığı ve hesaplama maliyetleri açısından Tip-1 bulanık mantık sistemlerinin özellikleri değerlendirilmiştir. Bu sistemlerin matematiksel modeli kesin olarak belirlenemeyen karmaşık süreçlerin modellenmesinde önemli avantajlar sunduğu ifade edilmiştir. Ayrıca bulanıklaştırma, çıkarım ve durulaştırma gibi işlemlerin görece basit matematiksel yapılar içermesi nedeniyle Tip-1 bulanık sistemlerin düşük hesaplama maliyetleri ile uygulanabildiği belirtilmiştir. Bu durum, özellikle gerçek zamanlı kontrol uygulamaları ve gömülü sistemlerde Tip-1 bulanık mantığın yaygın olarak kullanılmasına katkı sağlamaktadır.

Bölümün son kısmında ise Tip-1 bulanık mantık sistemlerinin bazı sınırlılıkları ele alınmış ve bu sınırlılıkların Tip-2 bulanık mantık yaklaşımlarının geliştirilmesine nasıl zemin hazırladığı açıklanmıştır. Özellikle Tip-1 bulanık sistemlerde üyelik fonksiyonlarının kesin olarak tanımlanması gerekliliğinin, yüksek derecede belirsizlik içeren problemlerin modellenmesinde bazı kısıtlamalar oluşturabileceği ifade edilmiştir. Bu tür durumlarda Tip-2 bulanık mantık sistemlerinin üyelik derecelerindeki belirsizliği de modele dahil ederek daha kapsamlı bir temsil sağlayabildiği belirtilmiştir.

Genel olarak değerlendirildiğinde Tip-1 bulanık mantık sistemleri, belirsizlik içeren problemlerin çözümünde etkili ve pratik bir yaklaşım sunmaktadır. Bununla birlikte bazı uygulamalarda ortaya çıkan ek belirsizliklerin modellenebilmesi amacıyla Tip-2 bulanık mantık gibi daha gelişmiş yöntemlerin geliştirilmesi, bulanık mantık alanındaki araştırmaların ilerlemesine önemli katkılar sağlamıştır. Bu nedenle Tip-1 ve Tip-2 bulanık mantık yaklaşımları, günümüzde birbirini tamamlayan yöntemler olarak birçok farklı araştırma ve uygulama alanında kullanılmaktadır.

3.9. Örnek Uygulama: Tip-1 Bulanık Mantık ile Basit Bir Karar Destek Sistemi

Tip-1 bulanık mantık sistemleri, belirsizlik içeren karar problemlerinin analiz edilmesinde etkili araçlar sunmaktadır. Özellikle karar vericilerin değerlendirmelerini kesin sayısal değerler yerine dilsel ifadeler ile gerçekleştirdiği durumlarda bulanık mantık tabanlı karar destek sistemleri önemli avantajlar sağlamaktadır. Bu bölümde Tip-1 bulanık mantık yaklaşımı kullanılarak basit bir ÇKKV problemi ele alınmakta ve alternatiflerin nasıl değerlendirilebileceği adım adım gösterilmektedir.

Örnek uygulama kapsamında bir kullanıcının üç farklı akıllı telefon alternatifi arasından en uygun seçimi yapması problemi ele alınmıştır. Değerlendirme sürecinde fiyat, kamera kalitesi ve pil ömrü olmak üzere üç farklı kriter dikkate alınmıştır.

3.9.1 Problemin Tanımlanması

Karar verme sürecinde kullanıcılar genellikle farklı özelliklere sahip alternatifler arasında seçim yapmak zorunda kalmaktadır. Bu süreçte değerlendirmeler çoğu zaman kesin sayısal değerler yerine öznel ve dilsel ifadeler ile gerçekleştirilmektedir. Örneğin bir telefonun kamerası “iyi”, pil ömrü “çok iyi” veya fiyatı “yüksek” olarak değerlendirilebilmektedir.

Bu tür belirsiz değerlendirmelerin modellenmesi amacıyla Tip-1 bulanık mantık tabanlı karar destek sistemleri kullanılabilir. Bu örnekte amaç, üç farklı akıllı telefon alternatifi arasından en uygun seçeneğin belirlenmesidir. Örneğimiz kapsamında belirlenen alternatifler Tablo 3.6’da verilmiştir

Tablo 3.6. Değerlendirmeye alınan alternatifler

Alternatif	Açıklama
A1	Telefon A
A2	Telefon B
A3	Telefon C

3.9.2 Kriterlerin Belirlenmesi

Alternatiflerin değerlendirilmesinde üç farklı kriter dikkate alınmıştır. Örneğimiz kapsamında belirlenen kriterler Tablo 3.7’de verilmiştir.

Tablo 3.7. Değerlendirmeye alınan kriterler

Alternatif	Açıklama	Tür
C1	Fiyat	Maliyet
C2	Kamera Kalitesi	Fayda
C3	Pil Ömrü	Fayda

Fiyat kriterinde (maliyet kriteri) daha düşük değerler tercih edilirken, kamera kalitesi ve pil ömrü kriterlerinde (fayda kriterleri) daha yüksek değerler tercih edilmektedir.

3.9.3 Tip-1 Bulanık Dilsel Değişkenlerin Tanımlanması

Karar vericilerin değerlendirmelerini ifade edebilmesi amacıyla dilsel değişkenler tanımlanmış ve bu değişkenler $[0,1]$ aralığında üçgensel bulanık sayılar ile modellenmiştir. Bu yaklaşım, farklı kriterlerin aynı ölçekte değerlendirilmesini sağlayarak analiz sürecinin daha tutarlı olmasına katkı sağlamaktadır.

Bu çalışmada kullanılan dilsel değişkenler ve bunlara karşılık gelen üçgensel bulanık sayılar Tablo 3.8'de verilmiştir.

Tablo 3.8. Tanımlanan dilsel değişkenler ve karşılık gelen üçgen tip-1 bulanık sayılar

Dilsel Değişken	Kısaltma	Açıklama
Çok Düşük	ÇD	(0.00, 0.00, 0.25)
Düşük	D	(0.00, 0.25, 0.50)
Orta	O	(0.25, 0.50, 0.75)
Yüksek	Y	(0.50, 0.75, 1.00)
Çok Yüksek	ÇY	(0.75, 1.00, 1.00)

Bu dilsel değişkenler sayesinde karar vericiler alternatifleri sayısal değerler yerine dilsel ifadeler kullanarak değerlendirebilmektedir. Daha sonra bu ifadeler karşılık gelen bulanık sayılara dönüştürülerek analiz sürecine dahil edilmektedir.

3.9.4 Bulanık Karar Matrisinin Oluşturulması

Karar verici (1 uzman) tarafından yapılan değerlendirmeler sonucunda oluşturulan dilsel karar matrisi aşağıda verilmiştir. Eğer çalışmada birden fazla uzman görüşüne başvurulursa tüm uzman görüşleri birleştirilerek nihai karar matrisi oluşturulur. Bu örnekte sadece bir uzman görüşüne başvurulmuştur. Aynı şekilde çalışmada birden fazla

uzmanın değerlendirmesine başvurulması durumunda, kriter ağırlıklarının belirlenmesi sürecinde de tüm uzmanların görüşleri dikkate alınır. Öncelikle her uzmandan kriterlere ilişkin değerlendirmeler alınır, ardından bu görüşler uygun bir birleştirme yöntemi kullanılarak bütünleştirilir ve nihai kriter ağırlıkları hesaplanır. Ele alınan problem kapsamında uzman değerlendirmesine ait alternative-kriter çiftine ait karar matrisi Tablo 3.9’da verilmiştir.

Tablo 3.9. Uzman değerlendirmesine dayalı karar matrisi

Alternatif	Fiyat	Kamera	Pil
A1	Y	O	Y
A2	O	Y	O
A3	D	O	Y

Bu dilsel ifadeler Tablo 3.8’de verilen bulanık sayılar kullanılarak sayısal forma dönüştürülmüş ve Tablo 3.10’da verilmiştir.

Tablo 3.10. Uzman değerlendirmesine dayalı karar matrisine ait üçgen Tip-1 bulanık değerleri

Alternatif	Fiyat	Kamera	Pil
A1	(0.50, 0.75, 1.00)	(0.25, 0.50, 0.75)	(0.50, 0.75, 1.00)
A2	(0.25, 0.50, 0.75)	(0.50, 0.75, 1.00)	(0.25, 0.50, 0.75)
A3	(0.00, 0.25, 0.50)	(0.25, 0.50, 0.75)	(0.50, 0.75, 1.00)

Bu matris artık nihai **bulanık karar matrisi** olarak adlandırılmaktadır. Bundan sonraki tüm adımlar bu nihai bulanık karar matrisi üzerinden gerçekleşir.

3.9.5 Ağırlıklı karar matrisinin oluşturulması

ÇKKV yöntemlerinde karar alternatiflerinin değerlendirilmesinde önemli aşamalardan biri ağırlıklı karar matrisinin oluşturulmasıdır. Bu adımda, daha önce hesaplanan kriter ağırlıkları ile karar matrisinde yer alan alternatif performans değerleri birleştirilerek her bir kriterin karar sürecindeki görece önemini yansıtan yeni bir matris elde edilir. Böylece tüm kriterlerin karar üzerindeki etkisi eşit kabul edilmek yerine, her kriterin önem derecesine göre değerlendirme yapılmış olur.

Genel olarak bu işlem, karar matrisi (veya normalize edilmiş karar matrisi) ile kriter ağırlıklarının çarpılması yoluyla gerçekleştirilir. Başka bir ifadeyle, her bir alternatifin ilgili kriterdeki performans

değeri, o kriterin ağırlığı ile çarpılarak ağırlıklı performans değeri elde edilir. Bu işlem tüm alternatifler ve tüm kriterler için tekrarlandığında ağırlıklı karar matrisi oluşturulmuş olur.

Matematiksel olarak ağırlıklı karar matrisi şu şekilde ifade edilir:

$$v_{ij} = w_j \times r_{ij}$$

Burada;

v_{ij} : ağırlıklı karar matrisindeki değer

w_j : j kriterinin ağırlığı

r_{ij} : karar (veya normalize edilmiş karar) matrisindeki değer

i : alternatif sayısını

j : kriter sayısını ifade etmektedir.

Bu işlem sonucunda elde edilen ağırlıklı karar matrisi, her bir alternatifin kriterlere göre düzeltilmiş performansını göstermektedir. Daha önemli kriterler daha yüksek ağırlıklarla temsil edildiği için, bu kriterlerdeki performans değerleri nihai değerlendirmeyi daha fazla etkilemektedir.

Ağırlıklı karar matrisi, birçok ÇKKV yönteminde sonraki hesaplamaların temelini oluşturur. Örneğin TOPSIS, VIKOR, COPRAS, WASPAS ve ARAS gibi yöntemlerde ideal çözümlerin belirlenmesi veya alternatiflerin sıralanması aşamalarında bu ağırlıklı karar matrisi kullanılmaktadır. Bu nedenle ağırlıklı karar matrisinin doğru şekilde oluşturulması, karar sürecinin güvenilirliği ve sonuçların tutarlılığı açısından kritik öneme sahiptir.

Örneğimiz kapsamında belirlenen kriter ağırlıkları şu şekilde olsun:

$$w_{Fiyat} = 0,5$$

$$w_{Kamera} = 0,2$$

$$w_{Pil} = 0,3$$

Buna göre Tablo 3.10'da yer alan değerler ve yukarıda tanımlanmış kriter ağırlıkları kullanılarak ağırlıklı karar matrisi hesaplanamış ve hesaplanan değerler Tablo 3.11'de verilmiştir.

Tablo 3.11. Ağırlıklı karar matrisi

Alternatif	Fiyat	Kamera	Pil
A1	(0.250, 0.375, 0.500)	(0.050, 0.100, 0.150)	(0.150, 0.225, 0.300)
A2	(0.125, 0.250, 0.375)	(0.100, 0.150, 0.200)	(0.075, 0.150, 0.225)
A3	(0.000, 0.125, 0.250)	(0.050, 0.100, 0.150)	(0.150, 0.225, 0.300)

3.9.6 Durulaştırma ve Alternatiflerin Sıralanması

Bulanık sayıların kesin değerlere dönüştürülmesi için durulaştırma işlemi uygulanmaktadır. Bu çalışmada üçgensel bulanık sayılar için yaygın olarak kullanılan ortalama yöntemi kullanılmıştır.

$$Defuzzification = \frac{l + m + u}{3}$$

Durulaştırma işlemi sonucunda elde edilen değerler Tablo 3.12’de verilmiştir.

Tablo 3.12. Alternatifler için durulaştırılmış değerler

Alternatif	Fiyat	Kamera	Pil
A1	0.375	0.100	0.225
A2	0.250	0.150	0.150
A3	0.125	0.100	0.225

Daha sonra Tablo 3.12’de yer alan her kriter-alternatif çiftleri için durulaştırılmış değerlerin aritmetik ortalaması alınarak alternatiflerin nihai skor değerleri hesaplanmış ve hesaplanan bu değerler Tablo 3.13’te verilmiştir.

Tablo 3.13. Alternatiflerin nihai skor değerleri

Alternatif	Nihai Skor Değerleri
A1	0.233
A2	0.183
A3	0.150

3.9.6 Sonuçların Değerlendirilmesi

Durulaştırma işlemi sonucunda elde edilen ortalama değerlere göre alternatiflerin sıralaması aşağıdaki şekilde belirlenmiştir.

$$A1 > A2 > A3$$

Hesaplanan nihai skor değerleri incelendiğinde, A1 alternatifinin en yüksek ortalama değere sahip olduğu ve bu nedenle değerlendirme kriterleri açısından en uygun seçenek olarak öne çıktığı görülmüştür. A2 alternatifi ikinci sırada yer alırken, A3 alternatifi ise en düşük ortalama değere sahip alternatif olarak belirlenmiştir.

Bu örnek uygulama, Tip-1 bulanık mantık tabanlı karar destek sistemlerinin ÇKKV problemlerinde nasıl kullanılabileceğini göstermektedir. Karar vericinin dilsel değerlendirmeleri üçgensel bulanık sayılar aracılığıyla matematiksel forma dönüştürülmüş, ardından kriter ağırlıkları dikkate alınarak ağırlıklı karar matrisi oluşturulmuştur. Elde edilen bulanık değerler durulaştırma işlemi ile kesin değerlere dönüştürülmüş ve alternatiflerin nihai skorları hesaplanarak sıralama gerçekleştirilmiştir.

Tip-1 bulanık mantık yaklaşımı, özellikle karar vericilerin değerlendirmelerini kesin sayısal değerler yerine dilsel ifadelerle yaptığı durumlarda önemli avantajlar (Herrera-Viedma ve ark., 2020; Arfi, 2010). Bu yaklaşım sayesinde belirsizlik ve öznel değerlendirmeler karar modeline dâhil edilebilmekte ve daha gerçekçi analizler yapılabilir. Bu nedenle bulanık mantık tabanlı karar destek sistemleri, belirsizlik içeren ÇKKV problemlerinin analiz edilmesinde etkili ve esnek bir yöntem olarak literatürde yaygın biçimde kullanılmaktadır.

Tip-1 bulanık mantık, ÇKKV problemlerinde alternatiflerin değerlendirilmesi sürecinde güçlü bir belirsizlik yönetim aracı olarak kullanılmaktadır. Ancak, Tip-1 bulanık mantığın ÇKKV yöntemleriyle birlikte uygulanması durumunda, hesaplama adımları ve işlem sıralamaları seçilen yönteme göre değişkenlik gösterebilir. Örneğin, ağırlıklı karar matrisi oluşturma, durulaştırma (defuzzification), kriter ağırlıklarının entegrasyonu veya alternatiflerin nihai skorlarının hesaplanması gibi aşamalar, kullanılan TOPSIS, VIKOR, COPRAS, WASPAS veya ELECTRE III gibi ÇKKV yöntemlerinin işlem mantığına göre farklılık arz edebilir. Bu nedenle,

Tip-1 bulanık mantığın kullanımı esnek bir çerçeve sunmakla birlikte, karar destek sisteminin güvenilirliği ve doğruluğu için uygulanan ÇKKV yönteminin adımlarının dikkatle takip edilmesi ve uygun biçimde uygulanması önemlidir.

Sonuç ve Gelecek Perspektifi

Bu kitapta mantık biliminin tarihsel gelişimi klasik mantıktan başlayarak bulanık mantık yaklaşımına kadar sistematik bir biçimde ele alınmıştır. İlk bölümde mantığın temel kavramları açıklanmış, Aristotelesçi mantığın doğuşu ve klasik mantığın iki değerli doğruluk sistemi incelenmiştir. Ayrıca klasik mantığın matematiksel ve sembolik yapısı ele alınarak bilim ve teknoloji alanındaki katkıları değerlendirilmiştir. Bununla birlikte klasik mantığın özellikle belirsizlik içeren gerçek dünya problemlerini modelleme konusundaki sınırlılıkları ortaya konmuştur.

İkinci bölümde bulanık mantığın ortaya çıkışı ele alınmış ve Lotfi A. Zadeh'in bulanık küme teorisi ile birlikte mantık alanında nasıl yeni bir yaklaşım geliştirdiği açıklanmıştır. Gerçek hayatta karşılaşılan belirsizlik, muğlaklık ve kesin olmayan bilgi gibi durumların klasik mantık ile ifade edilmesinin zorlukları tartışılmıştır. Bu bağlamda bulanık mantığın, insan düşünme biçimine daha yakın bir model sunduğu ve özellikle karar verme süreçlerinde önemli avantajlar sağladığı gösterilmiştir.

Üçüncü bölümde ise Tip-1 bulanık mantık sistemleri ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Bu kapsamda bulanık kümeler, üyelik fonksiyonları, bulanık işlemler, bulanık mantık operatörleri ve çıkarım mekanizmaları detaylı olarak ele alınmıştır. Ayrıca bulanıklaştırma ve durulaştırma süreçleri açıklanarak bir bulanık çıkarım sisteminin nasıl çalıştığı adım adım ortaya konmuştur. Mamdani ve Sugeno çıkarım sistemleri karşılaştırmalı olarak incelenmiş ve bu yaklaşımların uygulamalardaki kullanım alanları değerlendirilmiştir.

Bunun yanında Tip-1 bulanık mantık sistemlerinin kontrol sistemleri, karar destek sistemleri, yapay zeka uygulamaları ve endüstriyel süreçler gibi pek çok farklı alanda etkin bir şekilde kullanılabildiği gösterilmiştir. Kitapta sunulan örnek uygulama aracılığıyla Tip-1 bulanık mantık yaklaşımının ÇKKV problemlerinde nasıl

kullanılabileceği uygulamalı olarak gösterilmiş ve teorik bilgilerin pratik bir çerçevede değerlendirilmesi sağlanmıştır.

Tip-1 bulanık mantık sistemleri belirsizlik içeren problemlerin modellenmesinde önemli avantajlar sunmaktadır. Ancak bazı durumlarda üyelik derecelerinin de belirsizlik içermesi Tip-1 sistemlerin sınırlı kalmasına neden olabilmektedir. Bu durum Tip-2 bulanık mantık gibi daha gelişmiş modellerin geliştirilmesine zemin hazırlamıştır (Öztürk, 2025; Öztürk, 2026). Bu nedenle bulanık mantık araştırmalarının gelecekte Tip-2 bulanık sistemler, bulanık optimizasyon yöntemleri ve yapay zeka entegrasyonları ile daha da genişlediği açıklanmıştır.

Günümüzde bulanık mantık yöntemleri özellikle yapay zeka, veri bilimi, akıllı kontrol sistemleri ve karar destek sistemleri gibi alanlarda önemli bir araştırma konusu olmaya devam etmektedir. İnsan benzeri karar mekanizmalarını modelleyebilme yeteneği sayesinde bulanık mantık sistemlerinin gelecekte akıllı sistemlerin geliştirilmesinde daha geniş bir kullanım alanı bulacağı öngörülmektedir.

Sonuç olarak bulanık mantık yaklaşımı, klasik mantığın katı doğruluk yapısına alternatif olarak belirsizlik ve esnekliği matematiksel bir çerçevede ele alan güçlü bir yöntem sunmaktadır. Bu kitapta sunulan teorik bilgiler ve uygulama örnekleri, bulanık mantık alanında çalışmak isteyen araştırmacılar, öğrenciler ve uygulayıcılar için temel bir kaynak niteliği taşımayı amaçlamaktadır.

KAYNAKÇA

- Arfi, B. (2010). Linguistic fuzzy-logic decision-making process. In *Linguistic Fuzzy Logic Methods in Social Sciences* (pp. 43-62). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg
- Belman-Flores, J. M., Rodríguez-Valderrama, D. A., Ledesma, S., García-Pabón, J. J., Hernández, D., & Pardo-Cely, D. M. (2022). A review on applications of fuzzy logic control for refrigeration systems. *Applied Sciences*, 12(3), 1302.
- Bezerra, E. D. C., Teles, A. S., Coutinho, L. R., & da Silva e Silva, F. J. (2021). Dempster–Shafer theory for modeling and treating uncertainty in IoT applications based on complex event processing. *Sensors*, 21(5), 1863.
- Blackburn, S. (2005). *The Oxford dictionary of philosophy*. OUP Oxford.
- Büyüközkan, G., Uztürk, D., & Ilıcak, Ö. (2024). Fermatean fuzzy sets and its extensions: a systematic literature review. *Artificial Intelligence Review*, 57(6), 138.
- Castronovo, L., Filippone, G., Galici, M., La Rosa, G., & Tabacchi, M. E. (2025). Fuzzy MCGDM Approach for Ontology Fuzzification. *Electronics*, 14(18), 3596.
- Copi, I. M., Cohen, C., & McMahon, K. (2014). Science and Hypothesis. *Introduction to Logic. 14th ed. London, UK: Pearson Education Limited*, 559-585.
- Enderton, H. B. (2001). *A mathematical introduction to logic*. Elsevier.
- Gilda, K. S., & Satarkar, S. L. (2020). Analytical overview of defuzzification methods. *International Journal of Advance Research, Ideas and Innovations in Technology*, 6(2), 359-365.
- Gottwald, S., & Gottwald, P. S. (2001). *A treatise on many-valued logics* (Vol. 9). Baldock: research studies press.
- Hariri, R. H., Fredericks, E. M., & Bowers, K. M. (2019). Uncertainty in big data analytics: survey, opportunities, and challenges. *Journal of Big data*, 6(1), 44.

- Herrera-Viedma, E., Palomares, I., Li, C. C., Cabrerizo, F. J., Dong, Y., Chiclana, F., & Herrera, F. (2020). Revisiting fuzzy and linguistic decision making: Scenarios and challenges for making wiser decisions in a better way. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 51(1), 191-208.
- Hurley, P. J. (2011). *A concise introduction to logic*. Cengage Learning.
- Klir, G. J., & Yuan, B. (1995). *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. Prentice Hall.
- Lee, M. F. R. (2023). A review on intelligent control theory and applications in process optimization and smart manufacturing. *Processes*, 11(11), 3171.
- Losee, J. (2001). *A historical introduction to the philosophy of science*. OUP Oxford.
- Mamdani, E. H. (1974, December). Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant. In *Proceedings of the institution of electrical engineers* (Vol. 121, No. 12, pp. 1585-1588). IEE.
- Mendel, J. M. (2017). Uncertain rule-based fuzzy systems. *Introduction and new directions*, 684.
- Mitsuishi, T. (2022). Definition of centroid method as defuzzification. *Formalized Mathematics*, 30(2), 125-134.
- Muñoz-Valero, D., Moreno-Garcia, J., López-Gómez, J. A., Villarrubia-Martin, E. A., & Jimenez-Linares, L. (2025). A knowledge-driven fuzzy logic framework for supporting decision-making entities. *Applied Soft Computing*, 181, 113415.
- Nagel, E. (1979). : Problems in the Logic of Scientific Explanation.
- Nasr, S. H. (1993). *An introduction to Islamic cosmological doctrines*. SUNY press.
- Nodelman, U., Allen, C., & Perry, J. (2003). *Stanford encyclopedia of philosophy*.
- Novák, V., Perfilieva, I., & Mockor, J. (1999). *Mathematical principles of fuzzy logic* (Vol. 517). Springer Science & Business Media.

Öztürk, M. (2025). A hybrid approach for battery selection based on green criteria in electric vehicles: DEMATEL-QFD-interval type-2 fuzzy VIKOR. *Sustainability*, 17(14), 6277.

Öztürk, M. (2026). Equipment Supplier Selection for Sustainable Hydrogen Production: A Group Decision-Making Supported Spherical Fuzzy TOPSIS Approach. *Sustainability*, 18(4), 1737.

Priest, G. (2008). *An introduction to non-classical logic: From if to is*. Cambridge university press.

Romanov, A. A., Filippov, A. A., & Yarushkina, N. G. (2025). An approach to generating fuzzy rules for a fuzzy controller based on the decision tree interpretation. *Axioms*, 14(3), 196.

Ross, T. J. (2005). *Fuzzy logic with engineering applications*. John Wiley & Sons.

Russell, B., & Whitehead, A. N. (1910–1913). *Principia Mathematica* (Vols. I–III). Cambridge University Press.

Saatchi, R. (2024). Fuzzy logic concepts, developments and implementation. *Information*, 15(10), 656.

Sarma, S., & Bhuyan, R. K. (2019). Boolean Algebra and Logic Gates. *International Journal of Mathematics Trends and Technology-IJMTT*, 65.

Sekiziyivü, I. (2014). *A fuzzy knowledge based system for clinical diagnosis of tropical fever* (Master's thesis, Sakarya Üniversitesi (Turkey)).

Shapiro, S. (1997). *Philosophy of mathematics: Structure and ontology*. Oxford University Press.

Smarandache, F. (2025). Introduction to neutrosophy, neutrosophic set, neutrosophic probability, neutrosophic statistics and their applications to decision making. In *Neutrosophic Paradigms: Advancements in Decision Making and Statistical Analysis: Neutrosophic Principles for Handling Uncertainty* (pp. 3-21). Cham: Springer Nature Switzerland.

Smith, W. (2018). *Aristotle's logic*. In E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford encyclopedia of philosophy* (Fall 2018 Edition).

- Takagi, T., & Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, (1), 116-132.
- Walker, W. E., Harremoës, P., Rotmans, J., Van Der Sluijs, J. P., Van Asselt, M. B., Janssen, P., & Kreyer von Krauss, M. P. (2003). Defining uncertainty: a conceptual basis for uncertainty management in model-based decision support. *Integrated assessment*, 4(1), 5-17.
- Wu, H., & Zeshui, X. U. (2021). Fuzzy logic in decision support: Methods, applications and future trends. *International journal of computers communications & control*, 16(1).
- Yager, R. R., & Zadeh, L. A. (Eds.). (2012). *An introduction to fuzzy logic applications in intelligent systems*. Springer Science & Business Media.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3), 338-353.
- Zadeh, L. A. (1975). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I. *Information sciences*, 8(3), 199-249.
- Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy sets and systems*, 1(1), 3-28.
- Zarte, M., Pechmann, A., & Nunes, I. L. (2021). Fuzzy inference model for decision Support in sustainable production planning processes—A case study. *Sustainability*, 13(3), 1355.
- Zimmermann, H. J. (2011). *Fuzzy set theory—and its applications*. Springer Science & Business Media.

Yazar Hakkında

Dr. Öğr. Üyesi Müslüm Öztürk, Kilis 7 Aralık Üniversitesi Bilgisayar Teknolojileri Bölümü'nde akademik çalışmalarını sürdürmektedir. Lisansüstü eğitimini tamamladıktan sonra akademik kariyerine devam eden Öztürk, özellikle yapay zekâ, bulanık mantık, ÇKKV yöntemleri ve karar destek sistemleri alanlarında çalışmalar yürütmektedir.

Araştırmaları, belirsizlik içeren problemlerin modellenmesi, karar verme süreçlerinin analizi ve akıllı sistemlerin geliştirilmesi üzerine yoğunlaşmaktadır. Bunun yanında sürdürülebilirlik odaklı karar modelleri ve veri temelli analiz yöntemleri de çalışma alanları arasında yer almaktadır. Bu kapsamda farklı disiplinleri bir araya getiren uygulamalı araştırmalar yürütmekte ve akademik çalışmalarını ulusal ve uluslararası platformlarda sürdürmektedir.

Elinizdeki bu kitap, yazarın bulanık mantık ve karar destek sistemleri alanındaki akademik birikimini temel alarak hazırlanmış olup, özellikle öğrenciler ve araştırmacılar için temel bir başvuru kaynağı sunmayı amaçlamaktadır.