YÜZDELER KONUSUNUN PROBLEME DAYALI ÖĞRETİMİNİN APOS TEORİSİNE GÖRE DEĞERLENDİRİLMESİ

Funda BAYRAKTAR
ORCID: 0000-0001-8075-4811

Doç. Dr. Tayfun TUTAK
ORCID: 0000-0002-0277-6377

EĞİTİM
yayınevi

YÜZDELER KONUSUNUN PROBLEME DAYALI ÖĞRETİMİNİN APOS TEORİSİNE GÖRE DEĞERLENDİRİLMESİ

Funda Bayraktar, Doç. Dr. Tayfun Tutak

Yayınevi Grubu Genel Başkanı: Yusuf Ziya Aydoğan (yza@egitimyayinevi.com)
Genel Yayın Yönetmeni: Yusuf Yavuz (yusufyavuz@egitimyayinevi.com)
Sayfa Tasarımı: Kübra Konca Nam
Kapak Tasarımı: Eğitim Yayınevi Grafik Birimi

T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı
Yayıncı Sertifika No: 76780

E-ISBN: 978-625-385-787-5
1. Baskı, Şubat 2026

Kütüphane Kimlik Kartı
YÜZDELER KONUSUNUN PROBLEME DAYALI ÖĞRETİMİNİN APOS TEORİSİNE GÖRE DEĞERLENDİRİLMESİ
Funda Bayraktar, Doç. Dr. Tayfun Tutak
VI+74 s., 135x215 mm
Kaynakça var, dizin yok.
E-ISBN: 978-625-385-787-5

EĞİTİM
yayınevi

Yayınevi Türkiye Ofis:
Konya: Eğitim Yayınevi Tic. Ltd. Şti., Fevzi Çakmak Mah. 10721 Sok. B Blok, No: 16/B, Safakent, Karatay, Konya, Türkiye
İstanbul: Salon Yayınları, Atakent mah. Yasemen sok. No: 4/B, Ümraniye, İstanbul, Türkiye
Santral: +90 332 351 92 85
Editör hatları: +90 533 151 50 42, +90 507 151 50 43
bilgi@egitimyayinevi.com

Yayınevi Amerika Ofis: New York: Egitim Publishing Group, Inc.
P.O. Box 768/Armonk, New York, 10504-0768, United States of America
americaoffice@egitimyayinevi.com

Lojistik ve Sevkiyat Merkezi: Kitapmatik Lojistik ve Sevkiyat Merkezi, Fevzi Çakmak Mah. 10721 Sok. B Blok, No: 16/B, Safakent, Karatay, Konya, Türkiye
İnternet Satış: www.kitapmatik.com.tr
Whatsapp hattı: +90 553 950 50 37
bilgi@kitapmatik.com.tr

Kitabevi Şubesi: Eğitim Kitabevi, Şükran mah. Rampalı 121, Meram, Konya, Türkiye
Whatsapp hattı: +90 501 651 92 85
bilgi@egitimkitabevi.com

EĞİTİM YAYINEVİ GRUBU
EĞİTİM yayınevi   SALON yayınları   Kitapmatik yayınları
kitapmatik   EĞİTİM kitabevi

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ

Matematik tüm kademelerde önemi çok büyük olan bir derstir. Sürekli gelişen dünyada matematik eğitimi için önemli kavram ve kuramlar ortaya çıkmaktadır. Bu kavram ve kuramların ortak amaçlarından biri matematik eğitiminin kalıcılığının arttırılmasıdır. Bu kuramlardan biri de yapılandırmacı eğitim anlayışından doğan APOS Teorisidir. Piaget'nin yapılandırmacılık kuramının özelleştirilerek matematiğe uyarlaması olarak düşünebileceğimiz APOS öğrenme kuramında doğal olarak öğrenme süreci boyunca yapılandırmacı yaklaşımın prensipleri kullanılmaktadır.

Bu çalışmanın amacı, ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin yüzde ifadesi ile ilgili öğrenme süreçlerinin probleme dayalı öğretim yaklaşımıyla APOS teorik çerçevesinde incelemektir. Konu hakkında yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin yüzde konusunun öğretiminde zorluk yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerin basit işlemler ve pratik yöntemlerdense daha fazla zaman alan kural odaklı işlemler yaptıkları ve yüzdeler konusunu günlük hayatla çok fazla ilişkilendiremedikleri görülmektedir. Ayrıca konu hakkında yapılan çalışmalar incelendiğinde yüzde konusunun öğrenme ve öğretme süreci ile ilgili çalışmaların az sayıda olduğu görülmüştür. Bu çalışma ile APOS modelinin uygulanması yönünden literatüre katkı sağlanacağı düşünülmektedir.

Araştırmanın çalışma grubu kolay ulaşılabilir durum örneklemesi yöntemiyle (Yıldırım ve Şimşek, 2003) Elazığ ili Kovancılar ilçesine bağlı bir devlet okulunda araştırmacının öğretmeni olduğu sınıftaki 12 öğrenci olarak belirlenmiştir. Çalışma grubundaki öğrenciler bir önceki yıl matematik dersi yılsonu ortalamaları göz önüne alınarak aynı sınıf içerisinden seçilmiştir. Öğrenciler yılsonu matematik ortalamalarına göre; 0-45 arası ortalama "düşük seviyeli", 45-80 arası ortalama "orta seviyeli" ve 80-100 arası ortalama "yüksek seviyeli" şeklinde belirlenmiştir. Bu çalışmada nitel veriler araştırmacı tarafından toplanıp analiz edildiğinden çalışmanın yöntemi olarak eylem araştırması seçilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak ders sırasında “gözlem” ve uygulamada kullanılan problemlerin yer aldığı “öğrenci kâğıtları” kullanılmıştır.

Sonuç olarak öğrencilerin çoğunun yüzdeler konusunun APOS teorik çerçevesinde probleme dayalı öğretimi süreci boyunca yapılan gözlem ve hazırlanan açık uçlu sorulara verdikleri cevaplar doğrultusunda hedef davranışları büyük oranda kazandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca probleme dayalı öğretim yapılarak işlenen derslerde eğlendikleri, matematiğe karşı olumlu tutum kazandıkları, problem çözebilme becerilerini geliştirdikleri, özgüvenlerini artırdıkları gözlemlenmiştir.

Bu kitap, danışmanlığını Doç. Dr. Tayfun Tutak’ın yürüttüğü, Funda Bayraktar tarafından hazırlanan, 2020 yılında Yüksek Lisans Tez Savunma Jürisi tarafından oy birliği ile başarılı bulunup onaylanan, Fırat Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalında hazırlanan “5. Sınıf Yüzdeler Konusunun Probleme Dayalı Öğretiminin Apos Teorisi ile İncelenmesi“ başlıklı yüksek lisans tezinden türetilmiştir. Bu kitabın, Apos Teorisi ve probleme dayalı öğretim alanında çalışan araştırmacılara, öğretmenlere, politika yapıcılara ve bu alana ilgi duyan tüm okurlara yeni perspektifler kazandırması dileğiyle…

I. GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu ve araştırmanın amacı, araştırmanın önemi, varsayımları ve sınırlılıkları ile araştırmada geçen bazı tanımlara yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Sürekli değişen ve gelişen bilim dünyasında eğitim bilimlerindeki ve özelde de matematik eğitimindeki gelişmeler yadsınamaz düzeydedir. Eğitimin çağın gereklerine uygun yapılabilmesi için bilim insanları birçok kavram ve kuram geliştirmektedir. Bu kavram ve kuramlar özellikle çağdaş eğitim anlayışıyla paralel olmaktadır. Bilginin olduğu gibi aktarılıp kavratılmasından ziyade bilginin içselleştirilerek kavranması önemsenmektedir. Artık matematik eğitimi yalnızca matematik bilen değil, sürekli öğrenen, eleştirel düşünen, sorgulayan, yenilik getiren ve yeniliklere ayak uyduran, örneğin hem teknoloji üreten hem de teknolojiyi kullanan insanlar yetiştirmektedir (Olkun ve Toluk-Uçar, 2007). 21. yüzyıl teknoloji çağında bilginin önemi hızla artmakta, buna bağlı olarak "bilgi" kavramı ve "bilim" anlayışı da değişmekte, teknoloji ilerlemekte, demokrasi ve yönetim kavramları farklılaşmakta, tüm bu değişimlere ayak uydurabilmek için toplumların bireylerinden beklediği beceriler de değişmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2008).

Bu çalışmada yüzdeler konusunun probleme dayalı öğretiminde öğrencilerin zihinsel süreçlerinin APOS modeline göre incelenmesi yukarıda bahsedilen amaca olumlu katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Yüzdeler konusu günlük hayatta mağazaların indirim günlerindeki reklam afişleri, telefonların şarj göstergeleri gibi birçok alanda öğrencilerin karşısına çıkmaktadır. Bu durum aslında konunun gerçek anlamda öğrenilmesinin ve içselleştirilmesinin ne kadar önemli olduğunu da ortaya koymaktadır. Ulusal alan yazını incelendiğinde yüzdeleri kavrama konusunda sınırlı çalışma olduğu görülmüştür. Söz konusu çalışmalar aşağıda verilmiştir.

Yapıcı (2013) çalışmasında 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin yüzdeler konusundaki sayı duyularının incelenmesine yönelik bir çalışma yapmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin yüzdeler konusunda sayı duyularının oldukça düşük olduğu, soruları çözerken genellikle kural odaklı çözümler yaptıkları tespit edilmiştir. Konular bazında düşünüldüğünde yüzdeler konusunda öğrencilerin sayı duyularının sınıf düzeyine göre anlamlı bir farklılık olmadığı görülmüştür. Erkek ve kız öğrenciler arasında sayı duyusunun erkek öğrenciler lehine anlamlı bir farklılık tespit edilmiştir.

Yıldız (2008) çalışmasında "Oran, orantı ve yüzdeler" ünitesinin Proje Tabanlı Öğretim ile gerçekleştirilmesinin öğrencilerin matematik dersindeki başarı ve tutumlarına etkini araştırmıştır. Araştırmanın sonucunda Proje Tabanlı Öğretimin geleneksel öğretim yöntemlerine göre öğrencilerin başarıları üzerinde daha etkili olduğu görülmüştür. Geleneksel yaklaşıma göre Proje Tabanlı Öğretimin öğrencilerin matematik dersine karşı daha iyi olumlu tutum geliştirdikleri ortaya çıkmıştır. "Oran, Orantı ve Yüzdeler" ünitesinin öğretiminde, öğretim programındaki hedef davranışların kazanılmasında Proje Tabanlı Öğretimin, Geleneksel Yönteme göre daha etkili olduğu belirlenmiştir.

Yapıcı ve Altay (2017) yaptıkları çalışmada ortaokul öğrencilerinin yüzdeler konusundaki sayı duyularının incelenmesini gerçekleştirmişlerdir. Araştırmanın sonucunda yüzdeler konusunda öğrencilerin sayı duyularının oldukça düşük olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin yüzde problemlerinin çözümünde genellikle kural odaklı çözüm yollarını tercih ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin, yaklaşık değeri bulma ya da tahmin problemlerinde dahi pratik çözümler varken uzun zaman alan işlemler yaptıkları tespit edilmiştir.

Yıldız (2017) yılında yaptığı çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin yüzdeler konusunun öğretimi sürecinde karşılaştıkları güçlükleri incelemiştir. Öğrencilerin en fazla; bir çokluğun belirtilen bir yüzdesine karşılık gelen miktarı bulma ve belirli bir yüzdesi verilen çokluğu bulma, bir çokluğu diğer bir çokluğun yüzdesi olarak hesaplama, bir çokluğu belirli bir yüzde ile arttırmaya veya azaltmaya yönelik hesaplamalar yapma ve yüzde ile ilgili problemleri çözmede zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Erdem, Özçelik ve Gürbüz (2018) yaptıkları çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin yüzdeler konusunda yaşadıkları zorlukları araştırmış ve bu zorluklara çözüm önerileri getirmişlerdir. Çalışmanın sonucunda, yedinci sınıf öğrencilerinin yüzdeler konusundaki başarı ortalamalarının orta düzeye yakın olduğu ve kız öğrencilerin başarı düzeylerinin erkek öğrencilere göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Katılımcıların yüzde kavramını anlama ve yorumlamada, belli bir yüzdesi verilen bir miktarı bulmada, bir çokluğu diğer bir çokluğun yüzdesi olarak yazmada, bir miktarın belli bir yüzdesine karşılık gelen miktarı bulmada, kesir-ondalık gösterim-yüzde dönüşümünü yapmada ve miktar ile yüzde oranı arasındaki farkı ayırt etmede zorluk yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca öğrencilerin yüzde oranlarındaki işlemleri doğal sayılardaki gibi düşünerek kavram yanılgısına düştükleri görülmüştür.

Kayan (2019) yılındaki çalışmasında yüzdeler öğretiminde matematiksel modelleme etkinlikleri kullanımının öğrencilerin başarısına ve matematiği günlük hayatla ilişkilendirme becerisine etkisini incelemiştir. Araştırmanın sonucunda, matematiksel modelleme etkinlikleri kullanımının öğrencilerin yüzdeler konusunda akademik başarılarına ve matematiği günlük hayatla ilişkilendirmelerine anlamlı düzeyde katkı sağladığı tespit edilmiştir. Görüşme bulgularının sonucunda ise öğrencilerin yüzdeler konusuna ve modelleme etkinliklerine karşı olumlu bir tutum geliştirdikleri ve yüzdeler konusunu günlük hayatla daha iyi ilişkilendirdikleri tespit edilmiştir.

Konu hakkında yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin yüzde konusunun öğretiminde zorluk yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerin basit işlemler ve pratik yöntemlerdense daha fazla zaman alan kural odaklı işlemler yaptıkları ve yüzdeler konusunu günlük hayatla çok fazla ilişkilendiremedikleri görülmektedir. Ayrıca konu hakkında yapılan çalışmalar incelendiğinde yüzde konusunun öğrenme ve öğretme süreci ile ilgili çalışmaların az sayıda olduğu görülmüştür. On iki beşinci sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilen bu araştırmada yüzde konusunun probleme dayalı öğretiminde öğrencilerin zihinsel süreçlerinin hangi aşamada olduğunun APOS teorisine göre incelenmesi amaçlanmıştır. Bu çalışma ile APOS modelinin uygulanması yönünden literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı, ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin yüzde ifadesi ile ilgili öğrenme süreçlerinin probleme dayalı öğretim yaklaşımıyla APOS teorik çerçevesinde incelemektir.

1.3. Araştırmanın Önemi

Ülkemizde öğretim programlarında özellikle 2005 yılı ve sonrasında sürekli bir değişim ve dönüşüm yapılmaktadır. Bilgiyi üreten, günlük yaşama uyarlayarak kullanabilen, problem çözebilen, eleştirel düşünen, girişimci, kararlı, iletişim becerilerine sahip, eş duyum yapabilen, yaşadığı topluma ve bu toplumun kültürüne bir şeyler katabilen vb. özellikte bireyler yetiştirmek öğretim programımızın hedefleri arasındadır (MEB, 2017). Bu hedefler baz alınarak öğrenenlerden öğretim sürecine aktif bir şekilde katılmaları ve bilişsel becerilerini kendilerinin düzenlemesi beklenmektedir.

Matematik özelinde geleneksel öğrenme ve öğretme yöntemleri çağdaş dünyanın toplumlarının bireylerinden beklentilerini karşılamada yetersiz kalmaktadır. Bu sebeple öğretim süreçlerinde kullanılan yöntem ve tekniklerin modern dünyanın gereksinimlerini karşılayacak biçimde düzenlenmesi önem arz etmektedir. Öğretim süreçleri bireylerin var olan fikirlerini temel alarak başlamalı ve bu fikirler yeni fikirlerin oluşturulmasında kullanılmalıdır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014). Öğrencilerin başarılı olabilmeleri ve karşılaştıkları sorunları en etkin ve etkili bir şekilde çözebilmeleri için bilgilerini farklı durumlarda kullanabilmelidirler (Bingölbali, Arslan ve Zembat, 2016). Probleme dayalı öğrenme, bireylerin kendi öğrenmelerini gerçekleştirdikleri bir öğretim yöntemidir.

Yapılan araştırmalar sonucunda öğrencilerin yüzdeler konusundaki başarı seviyelerinin düşük olduğu belirlenmiştir (Allinger ve Payne, 1986; Lembke ve Reys, 1994; Parker ve Leinhardt, 1995; Wiebe, 1986). Yüzde kavramının öğretiminde bireylerin anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirebilmeleri için uygulanması gereken model ve yöntemler hakkındaki tartışmalar devam etmektedir. Öğrencilerin okuldaki öğrenmeleri ile kendi sezgisel bilgilerini ilişkilendirebilme seviyeleri tam olarak ortaya konulamamıştır (Lembke, 1991).

APOS teorisi matematiksel kavramların öğrenme şeklini tanımlamayı amaçlayan ve bireylerin herhangi bir kavramı öğrenirken zihinlerinde oluşturdukları yapıları anlamalarını sağlayan bir mekanizma olarak görülmekte (Bingölbali vd., 2016) matematik eğitimi için faydalı olduğu ifade edilmektedir (Bayraktar, Tutak ve İlhan, 2019). Böylece APOS modeli ile bireylerin öğrenme sürecindeki yanılgıları bulunup giderilebilir.

Gürbüz (2018) çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı kavramlarını yapılandırma süreçlerini incelemiştir. Öğretim sürecinde matematiksel kavramların günlük hayattaki örnekler verilerek, öğrenme sürecinde nitelikli öğrenmeyi amaçlayan otantik öğrenmeye yönelik etkinliklerle tasarlanmış ve uygulanmıştır. Oran ve orantı kavramlarının yapılandırılma süreci APOS teorik çerçevesinde incelenmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin öğrenme süreci incelendiğinde oran ve orantı kavramlarını açıklayabilme ve etkin olarak kullanabilme doğrultusunda olumlu etkiler oluşturduğu gözlemlenmiştir. Otantik etkinliklerle zenginleştirilen öğrenme ortamlarında öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarında olumlu gelişmeler yaşandığı, matematik yapabilmeye yönelik inançlarının arttığı ve öğrenme sürecinde eğlendikleri gözlemlenmiştir.

Açıl (2015) yılında yaptığı doktora tezinde soyutlama süreçlerinin incelenmesine uygun olduğu düşünülen ve başka araştırmacılar tarafından da dolaylı olarak bahsedilen denklemler alt öğrenme alanı üzerinde çalışmıştır. Bu alt alan kapsamında öğrencilerin değişken, cebirsel ifade, örüntü, eşitlik ve denklem gibi kavramları yapılandırma süreçleri APOS teorisi çerçevesinde incelenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre soyutlama süreçlerinin esas alınmasına dayalı öğretim sürecinin nitelikli bir öğrenme için gerekli olabileceği söylenebilir. Ayrıca uygulama süreci, derste öğrencilerin ilgilerini ve motivasyonlarını canlı tuttuğunu da göstermiştir.

Bu çalışmanın beşinci sınıf öğrencilerinin yüzdeler konusundaki öğrenme durumlarının probleme dayalı öğretim yöntemi ile incelenmesi yönünden önemli olacağı öngörülmektedir. Ayrıca yüzdelerin temeli olduğu birçok konunun öğretiminde uygun öğrenme ortamlarının oluşturulmasında literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.4. Tanımlar

Probleme Dayalı Öğretim: Öğrenen merkezli, problem çözme becerilerini geliştiren, anlamaya ve problem çözmeye dayalı bir öğretim modelidir. Torp ve Sage, bu öğretim modelini karmaşık ve iyi yapılandırılmamış günlük yaşam problemini araştırma ve çözümleme şeklinde ifade etmişlerdir (Akt. Bingölbali vd., 2016).

APOS Teorisi: Matematiksel kavramların öğretim sürecince bireyin oluşturduğu zihinsel yapıları eylem (action), süreç (process), nesne (object) ve şema (schema) olarak adlandıran bir teoridir. Bu teoriye göre eylem aşamasında olan bir birey bu eylemi içselleştirerek süreç aşamasına geçer. Süreç aşamasında öğrenenin yaptığı dönüşümler işlem olmaktan çıkıp kapsüllenirse nesne halini alır. Şema ise bireyin bir kavram ile ilgili zihnindeki eylem, süreç, nesne ve diğer şemaların birleşimidir (Öksüz, 2018).

1.5. Kısaltmalar

APOS: Action (Eylem), Process (Süreç), Object (Nesne), Schema (Şema)

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

PDÖ: Probleme Dayalı Öğretim

II. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ÇALIŞMALAR

Bu bölümde APOS teorisi, probleme dayalı öğretim modeli ve yüzde kavramı kavramsal/kuramsal çerçevede ele alınmış ve alan yazınında bu konulara yönelik çalışmalara yer verilmiştir.

2.1. APOS (Action-Process-Object-Schema) Teorisi

APOS, Piaget'nin yansıtıcı soyutlama (reflective abstraction) hakkında düşüncelerini anlama ve bu düşünceleri üniversite düzeyindeki matematik bağlamında yeniden yapılandırma amacıyla geliştirilen, bir kavramın öğrenilme sürecindeki bilişsel yapıları ortaya koyan bir teorik çerçevedir (Asiala ve diğerleri, 1996; Dubinsky, 1991). Piaget, bireyin bilişsel yapıları, yaşamındaki bilişsel öğrenmelerle etkileşimi sayesinde oluşturduğunu ve daha sonra karşılaştığı bilişsel öğrenmelerle yeniden etkileşime girerek gelişimsel olarak bu bilişsel yapıların tekrardan yapılandırıldığını ortaya atmış ve bu süreci yansıtıcı soyutlama şeklinde adlandırmıştır (Dubinsky ve Lewin, 1986). Dubinsky (1991), bireylerde mantıksal düşünmenin gelişimini ve buna bağlı olarak öğrenmeyi tanımlayan yansıtıcı soyutlamanın, soyut matematiksel kavramların gelişimi için temel olarak düşündüğü dört farklı çeşidini ileri sürmüştür. Bunlar; *genelleme* (generalization), *içselleştirme* (İnteriorization), *kapsülleme* (encapsulation) ve *koordinasyon* (coordination) şeklinde sıralanabilir. Kendisi bunlara ek olarak lisans seviyesindeki matematik öğretiminde çok önemli olarak gördüğü *geri çevirme* (reversal) formunu ortaya atmıştır. Yansıtıcı soyutlamanın farklı çeşitleri aşağıdaki gibi açıklanmaya çalışılmıştır (Akt, Deniz, 2014).

Genelleme, Birey yeni bir bilişsel gıda ile karşılaştığında var olan bilişsel dengesi bozulur (disequilibrating) ve uyumsama yapmaya (accommodation) çalışır. Bu durumda zihninde var olan yapıları tanıma önemlidir çünkü yeni besin, ne kadar farklı görünürse görünsün, mutlak özelliklere sahiptir ve bu özelliklerden yola çıkılarak zihindeki tanınan yapı ona da uygulanır (Dubinsky ve Lewin, 1986). Diğer bir deyişle, birey var olan şemasını daha geniş bir olgu topluluğuna uyguladığı zaman, şema genellenmiş olur (Dubinsky, 1991). Yansıtıcı soyutlamanın genelleme denilen bu formuna örnek vermek gerekirse birey toplama işleminin değişme özelliğine sahipse bu özelliği kolayca çarpma işlemi için de uyarlayarak genişletebilir. Eğer bu form, işlemler yerine fiziksel nesneler olan besinler için uygulanıyorsa o halde bu süreç emprik soyutlama (empirical abstraction) şeklinde isimlendirilir.

İçselleştirme, Bireyin algıladığı bir olguyu anlamlandırma amacıyla içsel süreçler oluşturması anlamına gelen içselleştirme, maddi eylemlerin içsel işlemlere çevrilmesi olarak da söylenebilir (Dubinsky, 1991). Örneğin, saymayı yeni öğrenen bir çocuk her nesneye bir sayı vererek sayma eylemini gerçekleştirir. Daha sonra başka nesneleri sıralar ve sayar, ardından başka nesneler için aynı şeyi yapar ve en sonunda bu eylemlerin her biri içselleştirilir, başka bir ifadeyle içsel olarak temsil edilir. Buna eylemleri yansıtma, bunları karşılaştırma ve hepsinin aynı sonuca vardığını görme ile olur (Dubinsky, 1991).

Koordinasyon, Bireyin yeni bir yapının oluşturulması için, iki ya da daha fazla yapıyı koordine etmesi ya da birleştirmesi şeklinde ortaya çıkan yansıtıcı soyutlama çeşididir. Örneğin, sınıflama ve sıralamanın birleşimi ile sayı kavramının oluşturulması gibi (Dubinsky ve Lewin, 1986).

Kapsülleme, Etkin olan süreçlerin durgun nesnelere dönüştürülmesidir. Bireyin zihninde kalıcı nesne, onun üzerine süreç uygulanması, diğer bir deyişle fiziksel ya da algısal eylemler uygulanması ile elde edilir (Tall, 1999). Bu nedenle süreçlerin, daha ileri düzeyde kavramların oluşumu sırasında, üzerine eylem ve süreçler uygulanacak nesneler olarak kapsüllenmesi önemlidir. Örneğin, oran kavramının oluşturulması sırasında sayı kavramı üzerine bölme eyleminin hareket ettirilmesi gerekir ki bunun için sayma sürecinin kapsüllenerek nesne olarak ortaya konması beklenir.

Geri Çevirme, İçselleştirilen bir sürecin bozularak yeni bir sürecin oluşturulması anlamına gelen bu mekanizma, orijinal süreci kapsayan dönüşümler dizisinin çözülerek, bireyin onu yeni bir süreç olarak düşünebilmesine olanak tanır (Dubinsky, 1991; Meel, 2003). Örneğin, bir fonksiyon süreç olarak öğrenilip tersine çevrilmesi ile ters fonksiyon kavramı elde edilmesi sırasında geri çevirme mekanizması olması gereken yansıtıcı soyutlama çeşididir (Akt. Deniz, 2014).

Yansıtıcı soyutlamanın yukarıdaki formları temel alınarak geliştirilen APOS teorisi başka bir yönden ise, herhangi bir matematiksel kavramın ne şekilde öğrenilebileceğini inceleyen, matematiksel bilginin doğasını ortaya koymayı amaçlayan ve bu bilginin nasıl geliştiğine yönelik hipotezler vasıtasıyla ilerleyen yapılandırmacı yaklaşıma dayalı bir teoridir (Dubinsky, 2001). Bu teoriye göre, birey matematiksel bir durumla, ancak, o durumda kullanabilecekleri bilişsel yapılar oluşturmalarını sağlayan zihinsel mekanizmalar kullanarak başa çıkabilir. Bahsi geçen zihinsel mekanizmalar içselleştirme (interiorization) ve kapsülleme (encapsulation) iken, bilişsel yapılar ise eylem (action), süreç (process), nesne (object) ve şema (schema)'dır (Dubinsky, Weller, McDonald ve Brown, 2005). APOS kısaltması da bahsi geçen bu bilişsel yapıların ingilizce isimlerinin baş harflerinin birleşimidir. APOS teorisine göre bir kavramın oluşturulması eylemlerle başlar, daha sonra eylemlerin içselleştirilmesiyle dinamik süreçlere ve dinamik süreçlerden kapsüllenen nesnelere doğru gelişir (Tall, 1999). Bu teoride sözü edilen bilişsel yapılar aynı zamanda kavramsal öğrenme düzeyleri olarak da ele alınmaktadır.

2.1.1. Zihinsel Yapılar

2.1.1.1. Eylem

Var olan nesneleri yeni nesnelerle elde etmek için dönüştürebilen, tekrarlanabilir fiziksel ya da zihinsel manipülasyonlardır (Breidenbach, Dubinsky, Hawks ve

Nichols, 1992). Asiala ve diğerleri (1996) eylemi, birey tarafından bir dereceye kadar da olsa dışsal algılanan nesnelerin dönüşümü olarak açıklamıştır. Dubinsky ve McDonald (2001)' a göre eylem düzeyinde, nesnelerin dönüşümü dışsal olarak düşünülür ve bu düzeydeki öğrenci sadece verilen bir uygulamada açık olarak ya da ezberden nasıl bir işlem uygulayacağını bilir. Kavramı eylem olarak soyutlayabilen birey belirli bir algoritmayı takip ederek adım adım işlemleri açıkça ortaya koyarak düşünebilir. Örneğin, fonksiyon kavramını, cebirsel bir ifadede sayısal değerleri yerine koyup buna bağlı olarak sonuç elde edeceği şeklinde düşünen bir birey eylem kavramsallaştırmasına sahiptir. Eylem düzeyindeki kavramlar statiktir ve bu düzeydeki kavramlar üzerine başka oluşumlar hareket ettirilemez. Statik kavramsallaştırma olarak görülen bu düzeyde birey, bir işlem sırasında sadece bir adım hakkında düşünebilir (Reed, 2007). Eylem kavramsallaştırması soyutlama sürecinin en alt basamağı olarak düşünülmesine rağmen oluşturulması hedeflenen kavramın anlaşılmasının başlangıcı için gerekli görülmektedir. Çünkü kavram oluşumu süreci eylemlerle başlamakta ve bu eylemlerin sürece içselleştirilmesiyle gelişmektedir. Asiala ve diğerleri (1997) parçalı fonksiyonlar, bileşke fonksiyon, ters fonksiyon kavramlarını oluşturma sürecinde öğrencilerin zorlandıklarını belirlemişler ve bunun nedeni olarak da fonksiyonların eylem düzeyinden öte kavramsallaştırılamamasını ileri sürmüşlerdir. Breidenbach ve diğerleri (1992) ise üniversite öğrencileri üzerinde yaptıkları araştırmalarında fonksiyon kavramına eylem öncesi (pre-action) düzeyde olanların varlığını belirlemişlerdir. Bu öğrenciler verilen matematiksel problem durumlarında fonksiyon kullanımına dair ortaya herhangi bir eylemde bulunamamışlar ve fonksiyon için "bilmiyorum", "değişkenler içeren cebirsel bir ifade bu" gibi ifadelerde bulunmuşlardır. Birey, eylemi yansıttığında ve içsel bir işlem oluşturduğunda, eylemi sürece içselleştirmiş olur (Kabael, 2011). İçselleştirme eylemin tekrarlanması sayesinde olur ve içselleştirilen eylem artık dış etkenlerle yürütülmez ki bu nedenle bir üst düzey olan süreç şeklinde adlandırılan içsel bir yapı oluşur (Meel, 2003).

2.1.1.2. Süreç

Asiala ve diğerlerine (1996) göre süreç, aynı eylemin dış desteklere ihtiyaç duymadan oluşturulduğu içsel bir yapıdır. Süreç düzeyinde kavramı oluşturmuş bir birey, hakikaten süreci ortaya koymadan, onu uyguluyormuş gibi düşünebilir (Dubinsky ve McDonald, 2001). Bir süreç, eylemden ayrı olarak, bireyin bir dışsal uyarana tepki vererek onu yapmasından ziyade, onu kontrolü altında tutup içsel olarak algılamasını gerektirir (Asiala ve diğerleri, 1996). Süreç oluşumunu tamamlayan birey süreci yansıtabilir ve tanımlayabilir (Asiala, Cotrill, Dubinsky ve Schwingendorf, 1997). Bununla birlikte herhangi bir dış desteğe ihtiyaç duymadan dönüşümün tüm basamaklarını geri çevirebilir (Asiala ve diğerleri, 1996). Bir kavram için süreç düzeyindeki bir birey formüle bağlı kalmaksızın o kavramı kullanabilir (Asiala ve diğerleri, 2004). Ayrıca kavram oluşumunda bu aşamadaki birey, onu, başka bir süreç oluşturmak için tersine çevirebilir (reversal). Başka bir deyişle iki veya daha fazla süreci birleştirerek yeni bir süreç ortaya koyabilir (Dubinsky, 1991; Dubinsky ve Moses, 2011). Örneğin, fonksiyon kavramında birey iki ya da daha fazla süreci koordine ederek bileşke fonksiyon oluşturabilir ki burada gerçekleşen birkaç sürecin bir süreç içerisine koordine edilmesidir. Fonksiyon kavramının süreç düzeyinde ortaya konması ve bu sürecin geriye doğru yürütülmesiyle ters fonksiyon kavramının oluşturulması ise tersine çevirme mekanizmasına örnek teşkil etmektedir. Ayrıca fonksiyonlarda süreç kavramlaştırmasının güçlü olması fonksiyonların bire-bir ve örtenliğinin anlaşılmasına kolaylık sağlaması yönünden önem arz ederken (Breidenbach ve diğerleri, 1992; Meel, 2003) matematikte birçok farklı oluşumun elde edilmesi için kavramın en az süreç düzeyinde oluşturulması gerekmektedir (Akt. Deniz, 2014).

2.1.1.3. Nesne

Eğer birey sürecin tümüyle bilincinde olursa, bu bütünlüğün üzerine dönüşümler oluşturabiliyorsa ve gerçekten bu tip dönüşümleri yapılandırabiliyorsa o zaman süreci bilişsel nesne içerisine kapsüllemiştir (encapsulation) (Breidenbach ve diğerleri, 1992; Dubinsky ve diğerleri, 2005; Asiala ve diğerleri, 1996). Kapsülleme, matematiksel öğrenmede soyutlama ve düzey ilerlemesi için, kavramın daha üst düzey yapılar içinde düzenlenebilmesine izin vermesi açısından önemli bir yere sahiptir (Drijvers, 2003). Kavramın nesne şeklinde organize edilmesi tamamlandığında bundan sonra değişmez özellikler kazandığı düşünülür ve bireyden nesneyi, yeni kavram oluşumlarında çağırıp, üzerine eylemler gerçekleştirilebilmesi beklenir (Tziritas, 2011). Bir nesne üzerine bir eylem ya da süreç ortaya konacağı zaman, sık sık nesneyi, onun özelliklerini kullanmak üzere süreç formunda geriye açmak (de-encapsulation) gereklidir (Asiala ve diğerleri, 1996). Geri açılma (de-encapsulation), bireye, oluşturduğu nesnenin üzerine manipülasyonlar yapması için nesnenin doğasında var olan özellikleri kullanabilmesini sağlar (Meel, 2003). Birçok matematiksel durumda bireyin, var olan matematiksel kavramın süreç ve nesne oluşumları arasında ileri geri hareket edebilmesi gereklidir (Dubinsky ve Harel, 1992; Dubinsky, 2001). Matematiksel bir kavramın APOS teorisinin nesne düzeyine ulaşabilmesi için onun üzerine başka bir eylem ya da sürecin uygulanabilmesi gerekir. Asiala ve diğerleri (2004)'e göre öğrenenin, süreci kapsülleyerek nesne oluşturması, muhtemelen etkin bir sürece bir eylem uygulama ihtiyacı duyduğu bir zamanda onu yansıttığı zaman olur ki bu oluşum belirli bir sırayla oluşup oluşmadığı belirsiz olmakla birlikte aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. Bir sürece bir eylem uygulamak için nesne yaratma ihtiyacı
2. Nesne olarak sürecin kapsüllenmesi
3. Eylemin bu nesneye uygulanması.

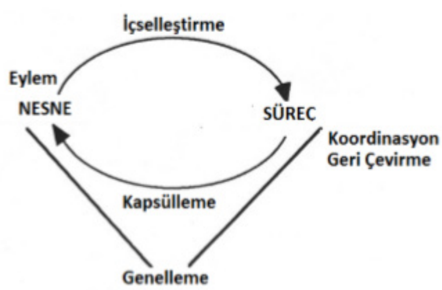
Ayrıca süreci nesneleştiren bir birey onu bir bütün olarak görür ve bu bütün üzerine yapılan dönüşümleri anlayabilir (Dubinsky ve McDonald, 2001). Bununla birlikte bu seviyedeki birey kavramı başka matematiksel durumlarda kullanmak üzere dönüştürebilir (Tziritas, 2011). Örneğin, türev kavramının oluşturulması esnasında fonksiyon kavramının oluşturma sürecine yansıtılması ve yeri geldiği zaman eylem, süreç ya da nesne olarak elde etmesi beklenir (Akt. Deniz, 2014).

2.1.1.4. Şema

Bu teorinin son aşaması olan şema, yeni bir matematiksel problem durumunda kullanılmak üzere çağırılan eylemler, süreçler, nesneler ve diğer şemaların uyumlu bir birleşimidir (Clark ve diğerleri, 1997). Bir bireyin tek bir dönüşümü nasıl yapılandırabildiğini tanımlamak için bilişsel yapılarından bir ya da birkaç tanesi yeterliyken, bir matematik konusu çoğu zaman uyumlu bir çerçeve içinde birbirine bağlanma ve organize edilme ihtiyacı doğuran birçok eylem, süreç ve nesne içerir. Sözü edilen bu bilişsel yapıya da şema denir (Dubinsky ve diğerleri, 2005). Dubinsky ve McDonald (2001)' a göre bir matematiksel kavram için elde edilen kesin şema, bireyin eylemlerinin, süreçlerinin, nesnelerinin ve birbirine bazı genel ilkelerle bağlı diğer şemalarının bir araya gelmesi ile oluşmuş bir yapıdır. Şema düzeyindeki bir öğrenci eylem, süreç, nesne ve şema basamakları arasında gidiş geliş yapabilir (Weyer, 2010). Şemalar, eylem ve süreçlerin üzerine uyarlanabilen farklı zihinsel objeler olabilirler (Clark ve diğerleri, 1997). Böyle bir durumda, şema bir nesne olarak tematize (thematize) edilmiş olur ve daha üst basamaktaki bilişsel yapılar içinde konumlanabilir (Asiala ve diğerleri, 1996). Dubinsky şemanın hareketli bir obje olduğunu söylemiştir. Var olan dinamikliğinden, devamlı bir şekilde gelişim ve değişim içinde bulunduğunu vurgulamaktadır (Meel, 2003). Dubinsky (2001)' e göre var olan şema, bir matematik problemini çözüme kavuşturmak için var olan süreç ve nesneleri işe koşularak kullanılabilir ve üzerine daha alt düzeydeki bilişsel yapılar uygulanan bir nesne gibi hareket edebilir. Bu, yukarıda da bahsi geçen tematizasyon şeklinde isimlendirilmektedir. Ayrıca hâlihazırda bulunan şemanın, yapısı değiştirilmeksizin, kullanılan alanın genişletilmesi sağlandığı zaman genelleme şeklinde isimlendirilen zihinsel mekanizma ortaya çıkar (Meel, 2003). Piaget'nin genellenmiş özümseme diye ortaya attığı mekanizma genişletilmiş genelleme (extensional generalization) biçiminde de isimlendirilmektedir (Dubinsky, 1991). Dubinsky, bilişsel yapıların son basamağı olan şemayı ve bunun oluşumu sürecini aşağıdaki gibi görselleştirmeyi uygun bulmuştur (Akt. Deniz, 2014).

Şekil 1

Şemalar ve Şemaların Oluşumu (Dubinsky, 1991)



Üniversite düzeyinde uygulanabilirliği daha yüksek olan ve matematiksel bir durumun öğrenme sürecinde oluşturulacak özel bilişsel yapıları (genetik ayrışma – genetic decomposition) belirlemeye yönelik bir program geliştirme ve araştırma çerçevesi olan APOS teorisinin bileşenleri, teorik analiz, öğretimin desenlenmesi ve uygulanması, veri toplama ve analiz olmak üzere üç gruba ayrılmıştır.

2.1.2. APOS Teorisinin Bileşenleri

2.1.2.1. Teorik Analiz

Teorik çerçevenin ilk basamağı kabul edilen teorik analiz aşamasında öncelikle araştırılan kavramın epistemolojisi, bu kavram hakkında yapılmış araştırmaların sonuçları, literatür taraması ve araştırmayı yapan kişinin matematiksel bilgi ve deneyimleri ortaya konulur (Kabael, 2011). Teorik analizin amacı, bireyin bir kavramı anlaması ya da geliştirmesi için oluşturabileceği bilişsel yapıların belirlenmesini kapsayan, genetik ayrışma veya başka bir ifadeyle bir biliş modelinin ortaya çıkarılmasıdır (Asiala ve diğerleri, 2004). Dubinsky (2001), genetik ayrışmayı, özetle bireyin herhangi bir kavramı öğrenme sürecinde oluşturduğu özel bilişsel yapılar şeklinde tanımlamaktadır. Sözü geçen devam eden ikinci bölümün başlangıcında detaylı bir biçimde izah edilmeye çalışılan eylem, süreç, nesne ve şema basamaklarıdır. Bu bilişsel yapılar belli bir aşama sırasıyla ifade edilse de bu her zaman bireyde hiyerarşik bir şekilde görülmeyebilir. Öğrenci çok sınırlı formül türleriyle kavram oluşumuna başlayabilir. Bundan sonra hesaplamaları uygulayarak süreç düzeyinde öğrenmeye ulaşabilir, ardında da bir ihtimal daha karmaşık formüller düşünerek eylem basamağına gerileyip bilişsel gelişimini sürdürebilir veya süreç kavramsallaştırmasının daha üst aşamalarına geçebilir (Dubinsky ve McDonald, 2001). Bundan dolayı bir kavramın genetik ayrışması bayağı bir karmaşık şekilde oluşabilir. Kavramın teorik analizi aşamasında araştırmacılar, verilen bir kavramın anlaşılma şeklinin ortaya çıkarılması için muhtemel oluşumları net bir şekilde ifade eden ilk genetik ayrışmayı açıklamaya ilişkin çalışmalar yapar (Weller ve diğerleri, 2000). Bahsedilen bu ilk genetik ayrışma, öğretimin desenlenmesi ve uygulanması için altyapı oluşturur çünkü bireyden oluşturması beklenen bilişsel yapılara ilişkin bir öğrenme süreci ile kavramı oluşturacağı düşüncesi APOS teoremine yönelik araştırmaların ayırıcı niteliği konumundadır (Akt. Deniz, 2014).

2.1.2.2. Öğretimin Desenlenmesi ve Uygulanması

Öğretimin desenlenmesi için matematiksel kavramların genetik ayrışması olması gereken bir altyapıdır (Asiala ve diğerleri, 1997). Öğretim sürecinde genetik ayrışmanın merkeze alınmasının gerekçesi ise bireylerin ilk genetik ayrışmada sözü edilen bilişsel yapıları ortaya koymaları ve kavramı, matematik özelinde veya diğer alanlarda kullanabilme imkânı veren bu zihinsel yapıları oluşturabilmelerini sağlamaktır (Dubinsky, 2001). Öğrenme süreci içerisinde, bireylerin genetik ayrışma yardımıyla bahsedilen zihinsel yapıları oluşturmalarını sağlayabilecek, ACE öğretim döngüsü (ACE teaching cycle) diye isimlendirilen uygulamalar yer alır. ACE öğretim döngüsü, etkinlikler (Activities), sınıf görevleri (Class tasks) ve alıştırmalar (Exercises) diye adlandırılan üç bileşenin İngilizce karşılıklarının baş harflerinin birleşimiyle isimlendirilmektedir. Piaget'e göre öğrenme, zihinde önceden oluşturulan yapıların, bilişsel çatışma yaşandığı zamanlarda yeniden dengelenmesi ile olmaktadır. Bilişsel çatışmaların bireyin, zıt fikirlere sahip diğer bireylerle şahsi fikirlerini dile getirdiği ortamlarda yaşanması, APOS teorisine yönelik araştırmalarda bireylerin birbirinin fikirlerini tartışıp bireysel davranışlarını ortaya koyabilecekleri işbirliğine dayalı grupların oluşturulması düşüncesinin ortaya çıkmasına yol açmıştır (Tziritas, 2011). Çoğunlukla üç veya dört kişilik bu gruplar, genetik ayrışmanın yaşandığı ilk anda ortaya atılan bilişsel yapıların oluşumuna yardımcı olan bilgisayar etkinlikleriyle öğretim süreci başlar (Reed, 2007; Çetin, 2009). Bahsi geçen bilgisayar etkinliklerinde, genel matematiksel gösterimlere benzer bir söz dizimi (syntax) içerisinde birçok matematiksel oluşumu destekleyen yazılımları içeren bilgisayar ortamında matematiksel kavramların uygulanması yer alır (Dubinsky ve McDonald, 2001). Bilgisayar temelli düzenlenen öğrenme ortamlarında bireyleri yöneltilen soruların doğru sonucunu bulmaya yönlendirmektense matematiksel duruma karşı tecrübe edinmelerinin önü açılır ve elde ettikleri bu tecrübeleri kendi gruplarındaki tartışmalarda yansıtmaları beklenir (Asiala ve diğerleri, 2004). İşbirliğine dayalı grup çalışması ACE öğretim döngüsünün tüm süreci boyunca uygulanırken, bireylerin kendi gruplarında not almaya yönelik tartışmalar yaptıkları etkinliklerde, bilgisayar destekli ortamlarda oluşturmaya başladıkları yapıları uygulayabilmeleri ve bu yapıları pekiştirmelerine zemin hazırlanır. Bu öğrenme sürecinde öğretmen, bireylerin bilgisayar destekli ortamlarda yaptıkları çalışmaları ve sınıfta yapacakları hesaplamaları kullanabilmelerini sağlayan gruplar arası tartışmaları yönetirken çok sık olmasa da tanımlar, açıklamalar ve bireylerin konu hakkındaki fikirlerini gözden geçirmeleri için telkinde bulunabilir (Asiala ve diğerleri, 2004). Öğrencinin anlamlı öğrenmesini sağlamasının yanı sıra, sınıftaki herkese o kavrama yönelik problem çözme ve bol bol standart alıştırma yapma imkânı verilir (Dubinsky ve McDonald, 2001). Bu alıştırmalar, çoğunlukla okul dışında kendi kendilerine yapmaları istenen ev ödevleri şeklinde verilir. Bu ödevlerin amacı, öğrenenlerin oluşturdukları bilişsel yapıların güçlendirilmesi, öğrendiklerini uygulayabilmeleri ve bazen, gerek görüldüğü durumlarda nasıl kullanabileceklerini düşünmelerine zemin hazırlamaktır (Asiala ve diğerleri,1996; Weller ve diğerleri, 2000). Tasarlanan bu öğrenme süreci ile araştırmacılara teorik açıdan toplayıp analiz edebileceği veriler sunması yönünden önem arz etmektedir (Akt. Deniz, 2014).

2.1.2.3. Veri Toplama ve Analiz

"Observation and assessment" şeklinde de isimlendirilen bu aşama öğrenme süreci esnasında ve akabinde elde edilecek verileri toplama ve bu verileri analiz etme sürecidir. Toplanan verilerin analiz edilmesi sonucunda ulaşılan bulgular ile ilk genetik ayrışmada ortaya çıkan bilişsel yapılar arasında bir uyum varsa ortaya atılan genetik ayrışmaya dokunulmazken, herhangi bir uyum yoksa bilişsel yapılar ulaşılan bulgularla çelişmeyecek biçimde yeniden oluşturulur ve yeniden oluşturulan genetik ayrışma sunulur ki bu genetik ayrışma yeni bir çalışmanın teorik analizi için temel oluşturabilsin (Clark ve diğerleri, 1997). Weller ve diğerleri (2000), veri analizinin, ilk genetik ayrışmayı sağlamasının yanında öğrenme sürecinin planlanmasını, daha da ötesi asıl teorinin dahi yeniden gözden geçirilmesini gerekli kılabileceğini savunmuşlardır. Araştırmacıların, genetik ayrışma ve öğrenme sürecinde planlanan uygulamaların son düzeltmelerini, taslak planın bileşenlerini sırasıyla tekrarlayarak denemeleri gerektiğini ileri sürmüştür. Dubinsky ve McDonald (2001) ise bu döngünün kavramın epistemolojisinin anlaşılana ve bireylerin öğrenmelerine destek verecek etkili pedagojik uygulamalar bulunana dek sık aralıklarla tekrarlanması gerektiğini söylemişlerdir (Akt. Deniz, 2014).

APOS teorik çerçevesindeki araştırma verileri, bahsedilen bilişsel oluşumları açığa çıkarmaya yardımcı olacak şekilde hazırlanan açık uçlu sorulara verilen yazılı cevaplarla bulunmaya çalışılırken, öğrencilerle detaylı görüşmeler yapılması (in-depth interview) ise, bilişsel oluşumların daha net bir şekilde açığa çıkması için sıklıkla kullanılan bir veri toplama tekniğidir. Öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri cevapları açıklamalarına ve cevaplarını yeniden düşünmelerine yol açarak, öğrencilerin bilişsel süreçlerini açığa çıkarmaya olanak veren detaylı görüşmeler, sorulara verilen tüm farklı cevapların detaylı bir şekilde araştırılması için katılımcıların sadece küçük bir bölümüyle yapılmaktadır (Asiala ve diğerleri, 2004). Sonuçta bulunan verilerin nitel tekniklerle yapılan analizi, öğrenci performansları arasındaki farklılıkların, ortaya atılan bilişsel yapıları oluşturmakta başarılı olup olmadıkları hakkında yol gösterir (Weller ve diğerleri, 2000). Ancak veriler, öğrencilerin öğrenme süreçleri hakkındaki teorik analiz tahminlerinin (ilk genetik ayrışma) doğruluğuna yönelik evet veya hayır türünden kesin bir bilgi vermez (Tziritas, 2011). Tüm bu veriler doğrultusunda, öğrencilerin ortaya koydukları bilişsel oluşumların, teorik analiz varsayımlarıyla uygunluk olup olmamasına göre analiz edilip yorumlanmasıyla ilk genetik ayrışmanın yeniden oluşturulup oluşturulmayacağına karar verilir (Akt. Deniz, 2014).

2.2. Probleme Dayalı Öğretim Modeli (PDÖ)

PDÖ kullanılmaya başlandığı alan tıp eğitimi olmuş ve bireylerin öğrenme sürecine katkı sağladığı görülmüştür. Bu alandaki pozitif katkılarından dolayı bu modele yönelik geniş ölçülü ilk çalışmayı Torp ve Sage gerçekleştirmişlerdir (Bingölbali ve diğerleri, 2016). İlgili alan yazından ve bireysel çalışmalarından faydalanarak PDÖ modelini tanımlamış, uygulama yoluna dayalı paradigmalar oluşturduktan sonra bu paradigmaları uygulama yoluna gitmişlerdir.

PDÖ modeli ile yapılandırmacı yaklaşım arasında bir benzerlik vardır. Her iki düşüncenin de temelinde bireyin daha önce öğrendiği bilgiler doğrultusunda karşılaşılan yeni bilgilerin anlamlandırılması, kavramlar arası ilişkilerin analiz edilmesi, sentezlenmesi, en sonda da elde edilen sonuç niteliğindeki bilginin doğruluğu ve geçerliliğinin sınanması mevcuttur.

PDÖ ile planlanan derslerde bireyler öğrenme sürecine aktif bir şekilde katılırlar. Öğrenciler konuyu anlamaya ve konu hakkındaki düşünceleri özümsemeye yönelir. Bundan dolayı da bilgileri sorgulamayıp ezberlemektense yeni karşılaştığı bilginin anlamını sorgulamaya ve öğrenmeye çalışır. Bu model aracılığıyla matematiği yapabildiğini gören bireyin özgüveni artar. Akıl yürütme, problem çözme, ilişkilendirme ve benzeri mantıksal özellikleri gelişir. Bahse konu model bu özelliklerin geliştirmesinin yanında, işbirliği ile çalışma ve öz değerlendirme gibi sosyal ve içe dönük becerilerin de gelişmesine yardımcı olur.

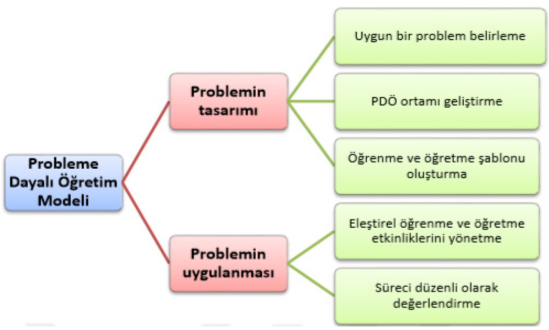
Barrows'a (1986) göre PDÖ modelinde öğrenciler öğrenme sürecine aktif olarak katılarak öğrenmeyi öğrenen pozisyonunda, öğretmense problemi ana hatlarıyla belirtip çözüm için bir rehber pozisyonunda yer alır (Akt., Bingölbali vd., 2016). Bir rehber niteliğindeki öğretmen problemi ana hatlarıyla sunduktan sonra modellemelerle öğrencilere yol gösterir, öğretim sürecinde aktif rol alır ve öğretimin niteliğini kontrol eder. Geleneksel yöntemdeki sunuş yöntemi sürecin sadece belli bir kısmında kullanılır. Öğrenciler bilgileri kendi çabalarıyla bir araya getirip analiz ederler.

PDÖ modelinde sürecin büyük bir kısmında öğrenci aktif rol aldığı için öğretmenin süreçte öneminin azaldığı düşünülebilir. Fakat öğrencilerin bilgiyi inşa etmeleri sürecinde öğretmenin de öğrencilerin kullanabilecekleri yol ve yöntemlerde görevlendirmeleri doğru bir şekilde yapması gerekir (Van de Walle vd., 2014). Görevlendirmeler yapılırken en önemli ve öncelikli ölçüt matematik olmalıdır. Belirlenecek olan problemin öğrencilerin ilgi alanına girmesi, ilgili konuların öğrenme sürecinin belirlenen problem yönünde planlanması ve öğrencinin öğrenme sürecinin her anında etkin olacağı yöntem ve teknikler belirlenmelidir.

Torp ve Sage, PDÖ modelinin biri diğerini etkileyen ve tamamlayan iki sürecinden bahsederler (Akt. Bingölbali vd., 2016). Şekil 2.1'de bu iki süreç gösterilmiştir.

Şekil 2

Probleme Dayalı Öğretim Modeli (Öksüz, 2018)



2.3.Yüzde Kavramı

Farklı araştırmacılar yüzde kavramını değişik biçimlerde tanımlamışlardır. Bu tanımlardan en bilineni, paydası yüz olan oranlar için kullanılan genel bir isimdir. Örnek olarak, $\frac{1}{5}$ kesrini $\frac{20}{100}$ şeklinde yazmak olanaklıdır. Bu kesrin ondalık gösterimi 0,20 şeklinde yazılabilir. Bunu bir cümle haline getirmek gerekirse, bir çokluğun $\frac{1}{5}$'i bu çokluğun %20'sine ya da 0,20'sine eşittir. Buradan da anlaşılacağı gibi yüzde kavramı yeni bir terim değil, diğer gösterimlerin farklı bir formudur (Van de Walle ve diğerleri, 2012).

Yüzde terimi bir parçanın ait olduğu çokluğa oranının ifadesidir (Allinger ve Payne, 1986). Olkun ve Toluk Uçar

(2012) yüzde ifadesini, verilen bir oranın belirtilen kısmının bütünün ne kadarıdır şeklinde tanımlamıştır. Örnek olarak "Bir torbadaki 25 topun 5 tanesi sarı renkli ise bu topların yüzde kaçı sarıdır?" şeklindeki bir problemin çözümü, sarı topların yüzdesi $\frac{5}{25} = \frac{20}{100}$ = %20 biçiminde gösterilebilir. Yüzde kavramının kullanım alanı bir parçanın bütüne oranının bulunmasıyla sınırlı değildir. Buna, bir kitaplıktaki romanların sayısını, şiir kitaplarının sayısına oranını yüzde sembolüyle gösterme şeklindeki ifade örnek teşkil etmektedir.

Parker ve Leinhardt (1995) yüzde kavramını beş farklı biçimde ifade etmişlerdir. Bunlardan ilki yüzde kavramı, ondalık gösterim veya kesir ifadelerinin farklı bir formu şeklindeki tariftir. İkinci tarifte ise, verilen bir çokluğun verilen bir kısmının çokluğun tamamının kaçta kaçı olduğu şeklindeki tanımlamadır. Burada küme ve alt küme şeklinde bir düşünce vardır. Örneğin, bir ülkedeki kadınların tüm ülkenin nüfusuna oranının % 49 olması durumunda alt küme olan kadın sayısının kümenin tamamı olan nüfusun tümü ile karşılaştırılmasıdır. Üçüncü bir tanımda ise, iki farklı çokluğun yani kümenin karşılaştırılması tanımıdır. Bir kolideki kırık yumurta miktarının başka bir kolideki kırık yumurta miktarına oranının yüzde sembolüyle ifadesi bu duruma örnek verilebilir. Diğer bir tanım ise, herhangi bir alanda yapılan istatistiklerdir. Bu duruma ise, 2020 yılının ilk yarısında %12 olan ihracat miktarı aynı yılın ihracat miktarı %10 olan ikinci yarısına göre daha yüksek olduğu şeklindeki karşılaştırma örnek verilebilir. Beşinci ve son ifadede ise yüzdeyi; miktarların belirtilmiş bir yüzdeye göre hesaplanmış fonksiyonu şeklinde tanımlamışlardır.

Risacher (1992) yüzde ifadesini matematiksel akıl yürütmenin bir kolu olan orantısal akıl yürütme becerisi doğrultusunda oran olarak kabul etmiştir. Yüzde kavramının çarpımsal ilişkiler bütünü olduğunun altını çizerek toplumsal ilişkilerden bağımsız olduğunu ifade etmiştir. Yüzde kavramı bir çokluğun belli bir kısmının o çokluğun kaçta kaçı olduğunun yüzde sembolüyle ifadesidir. Özetle yüzde ifadesi kesir ve ondalıklı sayıların başka bir formda gösterilmesidir. 0,45 ya da $\frac{45}{100}$ gösterimleri farklı bir formda %45 şeklinde yazılabilir. Yüzdeler konusunun öğrenme süreci kesir ve ondalık gösterim temel alınarak planlanmalıdır. Böylece öğrenciler bu üç kavram arasındaki bağıntıyı daha iyi kurabilir (Baroody ve Coslick, 1998). Yüzde kavramının öğrenim süreci alakalı tüm konularla planlanırsa konular arası ilişkiyi kurmak daha kolay olur.

Parker ve Leinhardt (1995) öğrencilerin yüzde ifadesine yönelik problemlerin çözümü için beş farklı yöntem ortaya koymuşlardır. Bu yöntemler sırasıyla aşağıda başlıklar halinde verilmiştir.

2.3.1. Durum (Örnek Olay) Yöntemi

Yüzde konusuna ait problemlerde üç önemli problem türü söz konusudur. Bunlardan ilki; herhangi bir bütünün belli bir yüzdesini hesaplama problemleridir. Belirtilen yüzde miktarı ile verilen bütün çarpılarak istenen bulunur. İkinci tür problem; herhangi bir bütünün belli bir parçasını bütünün yüzdesi olarak göstermektir. Bütünün belirtilen parçası bütünün kendisine bölünür ve yüzdelik ifade bulunur. Üçüncü olarak ise bir bütünün belli bir parçası ve bu parçanın yüzdelik dilimi verilip bütünün kendisi istenir. Belirtilen parça yüzdelik dilime bölünüp bütün elde edilir. Örnek olarak "hangi sayının %4'ü 4'tür?" sorusunda 4 sayısı 0,04' e bölünür ve sayının kendisi 100 olarak elde edilir.

2.3.2. Denklem Yöntemi

Denklem yöntemi "Factor x factor = product" şeklinde bilinen kural odaklı bir yöntemdir. Bu yöntemde problemde verilen yüzdelik dilim ve bütün çarpılarak bütünün bu yüzde oranına karşılık gelen miktarı bulunur. Örnek olarak 4 = 0,04. x denklemi yazılır ve sonuçta x = 100 olarak elde edilir.

2.3.3. Formül Yöntemi

Bu yöntemde problemin verilenleri parça (percentage), bütün (base) ve yüzdelik dilim (rate) şeklinde ifade edilir ve bütünün kendisiyle yüzdelik dilim çarpılıp istenen parça bulunur. (Percentage = Base x Rate). Buna örnek olarak 4 = A. 0,04 formülünde gerekli işlemler yapılarak "A" sayısı bulunur.

2.3.4. Temel Birim Yöntemi

Yüzde problemlerinde birim yüzdenin (%1) kullanıldığı yöntemdir. Birim yüzde (%1) öğrenenlerin sorudaki değişkenleri birbiriyle ilişkilendirmesine olanak tanır. Örnek olarak %4'ü 4 olan sayının tamamının sorulduğu bir soruda öncelikle bu sayının %1'i 1 olarak elde edilir. Daha sonra bütünün 1 sayısı 100 ile çarpılarak sayının kendisi 100 olarak bulunur.

2.3.5. Orantı Yöntemi

Orantı yönteminde belirtilen yüzdelik ifade, oran şeklinde yazılır ve verilen parçanın bütüne oranına eşitlenir ve orantı kurulur. Örnek olarak "%4'ü 4 olan sayı kaçtır?" şeklindeki soruda $\frac{4}{x} = \frac{4}{100}$ ifadesi yazılır ve x=1 bulunur.

Lembke ve Reys (1994) çalışmalarında Parker ve Leinhardt (1995)'ın çalışmalarına benzer olarak öğrencilerin yüzde problemlerinde kullandıkları stratejileri belirlemek istemişlerdir. Öğrencilerin yüzde sorularını çözerken kullandıkları bu stratejiler referans alma, kesre çevirme, oran kurma, denklem kurma, kontrol ve hesap yapma ve deneme-yanılma şeklinde olduğunu tespit etmişlerdir. Referans alma stratejisi; gerçek değeri bulurken daha çok bilinen referans değerlerini kullanma olarak açıklanmıştır. Örnek olarak; "60 sayısının %25'i kaçtır?" şeklindeki sorunun çözümünde % 50 referans noktası olarak alınmış ve 60 sayısının % 50'si 30 olduğundan % 25'i de 30 sayısının yarısı yani 15 olarak bulunur. Kesre çevirme stratejisi; soruda verilen yüzdelik ifadenin kesre çevrilip işlemlerin artık kesir üzerinden yapılması şeklinde açıklanmıştır. Örneğin; "Fiyatı 120 lira olan bir hediyelik eşyada % 20 indirim yapılırsa kaç TL ucuza alınır?" şeklindeki bir soruda % 20 ifadesi kesre çevrilirse $\frac{1}{5}$'e eşit olur. Sonucu da $\frac{1}{5}$ x 120 işlemi yapılarak 24 TL olarak bulunur. Oran kurma stratejisi, soruyu çözerken verilenler arasında orantı kurmak şeklinde tanımlanmıştır. Örnek olarak; 1000 sayısının %5'i istendiğinde bir tane 100'lüğe karşılık 5 ise 1000 sayısında 10 tane yüzlük vardır ve bu sorunun cevabı 10 x 5 işlemiyle bulunur. Denklem kurma stratejisi; verilen yüzdelik dilim ile sayının kendisi çarpılarak istenen yüzdelik dilim elde edilir. Örnek olarak "%7'si 42 olan sayı kaçtır?" şeklindeki bir soruda "42 = 0,07 x ?"denklemi kurulur. Kontrol ve hesap yapma stratejisi ise problemde verilen sayılarla rastgele çarpma veya bölme yaparak akla yatkın cevabı bulma şeklinde açıklanmıştır. Örnek olarak "120 TL'lik eşyada yapılan % 20'lik indirim kaç TL'dir?" probleminde öğrenciler 120 / 0,20= 600 işlemi ile 0,20 x 120 = 24 işleminin sonucunu karşılaştırarak daha mantıklı cevap olarak düşündükleri 24'ü bulmuşlardır. Bir kısım öğrenci yöneltilen soruların çözümünde hiçbir işlem yapmayarak bir sayı tahmin edip sonucu kontrol etmişlerdir. Bu strateji de deneme-yanılma yöntemini uygulayan öğrencilerin çözüm yoludur (Yapıcı, 2013).

2.4. Yüzde Kavramının Matematik Öğretim Programındaki Yeri

Amerika Birleşik Devletleri Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics) Okul Matematiği için Müfredat ve Değerlendirme Standartları (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) isimli kitabında, özellikle ortaokul döneminde yüzde kavramının ve sayı duyusunun gelişiminin üzerinde durulması gereken bir konu olduğunu savunmaktadır (NCTM, 1989). Sayılar ve İşlemler öğrenme alanı içerisinde yüzdeler alt öğrenme alanı bulunmakta olup, yüzdeler konusunun kesir ve ondalık gösterimlerle ilişkilendirilmesi beklenmektedir (MEB, 2018). MEB tarafından 2018 yılında yenilenen ortaokul seviyesindeki matematik öğretim programındaki beşinci sınıf yüzdeler konusunun kazanımları; “paydası 100 olan kesirleri yüzde sembolü (%) ile gösterir”, “bir yüzdelik ifadeyi aynı büyüklüğü temsil eden kesir ve ondalık gösterimle ilişkilendirir, bu gösterimleri birbirine dönüştürür”, “kesir, ondalık ve yüzdelik gösterimle belirtilen çoklukları karşılaştırır” ve “ bir çokluğun belirtilen bir yüzdesine karşılık gelen miktarı bulur” şeklindedir (MEB, 2018).

Bu çalışmada öğrencilere yöneltilen problemler okullarda MEB tarafından 2018 yılında uygulamaya koyulan matematik dersi öğretim programında yer alan kazanımlar doğrultusunda hazırlanmıştır. Öğretim programındaki kazanımlara bakıldığında yüzde konusuyla kesirler ve ondalık gösterimler konularının ilişkilendirilerek kazanımların yazıldığı anlaşılmaktadır. Buradan da anlaşılacağı üzere öğrencilerin bu konuların birbiriyle ilişkisini ve bu gösterimlerin aslında aynı çokluğun farklı formları olduğunu kavramaları istenmektedir. Örnek olarak; öğrencilerin $\frac{20}{100}$, %20, 0,20 veya $\frac{1}{5}$ şeklindeki gösterimlerin aslında aynı çokluğu ifade ettiğini fark edip bu gösterimlerin farklı durumlarda hangisinin kullanılmasının daha uygun olacağını belirleyebilmeleri gerekmektedir. (MEB, 2018).

Beşinci sınıf özelinde matematik ders kitabında konu sıralamasına bakıldığında yüzde konusunun kesirler ve ondalık gösterimler konularından sonra ele alındığı görülmektedir. Ders kitabında yüzde konusuyla ilgili verilen bir etkinlikte şekil yüz eş kareye bölünüp 32 tanesi yeşil renge boyanmıştır. Daha sonra yeşil renge boyanan kısmın şeklin tümünün yüzde kaçına denk geldiği hesaplanırken önce yeşil renkli bölgenin kesir şeklindeki ifadesi $\frac{32}{100}$ biçiminde yazılmış. Sonrasında ise yazılan bu kesir 0,32 ve %32 biçiminde farklı gösterimlerle yazılmıştır. %32 biçimindeki ifadenin “yüzde otuz iki” olarak okunacağı belirtilmiştir. Yüzde kavramının tanımının ise “% sembolü bir bütünün 100 eş parçaya ayrıldığını gösterir ve yüzde diye okunur" biçiminde verildiği görülmektedir. Belirtilen bir kesrin yüzde sembolü ile gösterilebilmesi için genişletme yöntemiyle paydasının 100 olarak ifade edildiği, tam kısmı sıfır ve kesir kısmı iki basamaklı olan bir ondalık gösterim yüzdelik ifadeye dönüştürülürken sıfır ve virgül kaldırılarak kesir kısmının önüne % sembolünün yazıldığı biçimindeki örneklerin bulunduğu görülmektedir (MEB, 2018).

2.5. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde probleme dayalı öğrenme yaklaşımı, APOS teorisi ve yüzde kavramı ile ilgili literatürde yer alan bazı araştırmalara yer verilmiştir.

2.5.1. Probleme Dayalı Öğrenme ile İlgili Araştırmalar

Cantürk-Günhan (2006) yılında yaptığı çalışmada ortaokul matematik dersinde probleme dayalı öğrenme yaklaşımının derslerde nasıl kullanılabileceğini araştırmıştır. Bu çalışma ile Probleme Dayalı Öğrenme yaklaşımına göre tasarlanmış derslerin öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri, özgüvenleri, eleştirel düşünme becerileri, matematik dersine karşı tutumları ve akademik başarıları üzerindeki etkilerini incelemiştir. Yedinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilen bu çalışmada deney grubundaki öğrencilere "Probleme Dayalı Öğrenme" yöntemi, kontrol grubundaki öğrencilere ise "Geleneksel Öğrenme Yöntemleri" kullanılmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak Van Hiele Geometri Testi, Geometriye Yönelik Öz-Yeterlik Ölçeği, Açılar ve Çokgenler ünitesiyle ilgili Eleştirel Düşünme Becerileri Ölçme Aracı, Matematik tutum Ölçeği ve Geometri Başarı Testi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda Probleme Dayalı Öğrenme yaklaşımının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini artırdığı, geometriye yönelik özgüvenlerini arttırdığı, eleştirel düşünme becerilerini geliştirdiği, matematiğe yönelik olumlu tutum oluşturduğu ve erişi düzeylerini artırdığı şeklindeki sonuçlar elde edilmiştir. Yöntemle ilgili görüşlerin olumlu olduğu ve değerlendirme sürecinde öğrencilerin pek çok beceri kazandıkları görülmüştür.

Cantürk Günhan ve Başer, 2008 yılındaki çalışmalarında Probleme Dayalı Öğrenme Yönteminin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarına ve başarılarına etkisini belirlemeyi amaçlamışlardır. Yedinci sınıf öğrencilerine uygulanan çalışmada ön test son test kontrol gruplu desen kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak "Matematiğe yönelik tutum ölçeği" ve "Matematik başarı testi" kullanılmıştır. Probleme Dayalı Öğrenme yaklaşımının öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirdikleri ve başarılarının artmasına katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Özgen ve Pesen (2008) araştırmalarında probleme dayalı öğrenme yaklaşımının öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumları üzerindeki etkisini incelemeyi amaçlamışlardır. Dokuzuncu sınıf öğrencilerine yönelik yapılan araştırmada ön test- son test kontrol gruplu desen kullanılmıştır. Deney grubundaki öğrencilere probleme dayalı öğrenme yöntemi, kontrol grubundaki öğrencilere ise geleneksel öğrenme yöntemi kullanılmıştır. Araştırmada Aşkar (1986) tarafından geliştirilen beşli Likert tipi "Matematik Tutum Ölçeği" ve "Öğrenci Tanıma Formu" veri toplama aracı olarak kullanılmıştır.

Öksüz ve Uça, 2011 yılında probleme dayalı öğrenme yöntemi ile tasarlanmış matematik dersinde bir örnek olay çalışması yapmışlardır. İlköğretim dördüncü sınıf öğrencilerine yönelik yapılan çalışmada "doğal sayılarla çarpma işlemi" konusu ile ilgili bir problem videosu öğrencilere izlettirilmiş ve önce bireysel olarak sonra grup halinde çözüm yapmaları istenmiştir. Araştırma sonucunda PDÖ yaklaşımının öğrencilerde bilginin keşfi, ekip çalışması içinde yüksek performansa ulaşma becerisinin gelişimi, iletişim yeterliğinin gelişimi, kanıta dayalı bir tartışma ortamının yaratılması, bilgi işlemede esneklik, hayata dair pratik becerilerin kazandırılması gibi özelliklerin gelişimine katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Öksüz (2018) yılındaki yüksek lisans tezinde 5. sınıf öğrencilerinin kesir kavramını oluşturma süreçlerini incelemiştir. Probleme dayalı öğretim yapılmış ve elde edilen sonuçlar APOS teorisi çerçevesinde değerlendirilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre oluşturulan genetik çözümlemenin elde edilen öğrenci verileri ile uyumlu olduğu görülmüştür. Probleme dayalı öğrenme yaklaşımının öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını olumlu yönde etkilediği; problem çözebilme ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirdiği gözlenmiştir.

2.5.2. APOS Teorisi İle İlgili Araştırmalar

Kusaeri (2015) çalışmasında yeniden yapılandırma teorisi ve APOS teorisi gibi matematiksel kavramların oluşumu hakkında iki teori ileri sürmüştür. Bu teoriler göz önüne alındığında, matematik öğretmenlerinin öğretim sürecinde daha iyi planlamalar yapabilecekleri öne sürülmektedir. Yeniden değerlendirme teorisinde, oluşma süreci, çocukta içselleşme, yoğunlaşma ve yenidenleşme aşamaları boyunca oluşur. APOS teorisinde, çocuklarda matematiksel nesneler kavramı, bir dizi eylem, süreç, nesne ve şemaların bir sonucu olarak oluşur. Araştırmacı bu çalışmada şu sonuçlara ulaşmıştır:

Birey, kavramı alt basamaklardan başlayarak kademeli bir şekilde zihinsel süreçlerinde işler. Matematiksel öğrenmeler hiyerarşik olarak ortaya çıkar. Başka bir deyişle zihinsel süreçlerin bir basamağında tam öğrenme olmadan üst basamağa geçiş yapılamaz. Eğer öğrenme sürecinde bazı eksiklikler olursa öğrenciler bazı kavramları yanlış anlamlandırabilirler.

Gürbüz (2018) çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı kavramlarını öğrenirken zihinsel süreçleri incelenmiştir. Öğretim süreci günlük hayat örnekleri göz önüne alınarak, kavramların anlamlı öğrenilmesini sağlayan otantik öğrenme yaklaşımına dayalı etkinlikler ile planlanmış ve uygulanmıştır. Oran ve orantı kavramları yapılandırılırken zihinsel süreçler APOS teorik çerçevesinde incelenmiştir. Bu çalışmanın sonuçları ise şu şekildedir:

Çalışmanın başında öğrencilerin mevcut durumlarını belirlemek amacıyla uygulanan etkinliklerde “birimli oran” ve "birimsiz oran" kavramlarına öğrencilerin yabancı oldukları belirlenmiştir. Bunun nedeni İngilizcede "rate" ve "ratio" kavramlarının ikisinin de Türkçeye "oran" çevrilmesi ve öğrencilerin gerçek yaşamda oran ve orantının farkını anlamadan bu kavramları genel anlamıyla "oran" olarak görmeleri düşünülmektedir. Araştırma sonucunda, oran ve orantı kavramlarını açıklayabilme ve etkin olarak kullanabilme hususlarında öğrencilerde olumlu gelişmeler gözlemlenmiştir. Otantik etkinliklerle planlanan öğretim sürecinde öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirdikleri, özgüvenlerinin arttığı ve öğrenirken eğlendikleri görülmüştür. Fakat başarı seviyesi düşük olan öğrencilerin kavram yanılgılarının devam ettiği gözlemlenmiştir.

Açıl (2015) doktora tezinde APOS teorik çerçevesinde incelenebileceği düşünülen ve farklı araştırmacıların da değindiği denklemler alt öğrenme alanı üzerinde bir araştırma yapılmıştır. Denklemler konusuyla alakalı olan değişken, cebirsel ifade, örüntü, eşitlik ve denklem gibi kavramların yapılandırılma süreçleri APOS teorik çerçevesinde incelenmiştir. Şu sonuçlar elde edilmiştir:

Öğrencilerin denklem konusunu soyutlama düzeylerinin ACE öğretim döngüsüne göre planlanan öğretimin kontrol grubuna göre daha iyi düzeyde olduğu görülmüştür. Ayrıca deney grubundaki öğretim sürecinde öğrencilerin ilgi ve motivasyonlarının daha iyi durumda olduğu gözlemlenmiştir. Çalışmanın sonucunda APOS modeliyle planlanan bir öğretimin öğrencilerde anlamlı öğrenmeler sağlayabileceği söylenmiştir.

Deniz ve Kabael (2017) çalışması sekizinci sınıflar için eğim kavramına ilişkin öğretim süreci desenlemeye ve desenlenen öğretim sürecinde öğrencilerin kavramı matematikleştirme ve oluşturma süreçlerini incelemeye odaklanan tez çalışmasının ve onunla bağlantılı projenin bir parçasıdır. Araştırmanın katılımcıları, 16 sekizinci sınıf öğrencisi arasından, eğim kavramına önkoşul oluşturan kavramlara ilişkin hazırlanan açık uçlu testin sonuçlarına göre amaçlı örneklem yolu ile seçilmiştir. Elde edilen veriler tematik analiz yöntemi ile analiz edilmiş ve katılımcıların eğim kavramını yapılandırma süreçleri APOS öğrenme teorisi çerçevesinde yorumlanmıştır elde edilen sonuçlar:

APOS teorisinin eylem aşamasında kavram oluşumuna sahip bu öğrencilerin dik üçgen modelini dinamik olarak hareket ettiremediği ve durumdan bağımsız bir bilişsel araç olarak kullanamadığı sonucuna varılmıştır. Süreç aşamasında kavram oluşumu sağlayan bireyin aynı doğru ya da doğrusal görsel üzerinde alınan noktaya göre, dikey ve yatay mesafenin değişmesine rağmen bu ikisinin arasındaki oranın sabit kaldığını içselleştirdiği görülmektedir. Bir kavram oluşumunun süreç yapısının kavramsallaştırılması tamamlandığında sürecin kapsüllenip nesne olarak ortaya konması ve bu sayede üzerine eylemler uygulanabilmesi beklenmektedir. Öğretimine sekizinci sınıfta başlanılan eğim kavramının nesne aşamasında kavramsallaştırılmasının, eğim kavramının önkoşul olduğu türev gibi kavramların öğrenilmesi sırasında oluşacağı düşünülebilir. Sekizinci sınıf düzeyinde nesne aşamasının göstergelerinin çok açık bir şekilde görülemeyeceği düşünülmekte, lise ve üniversite yıllarında ise daha net görülebilmesi beklenmektedir.

Tall'a göre (1999) bilişsel kavramların bilişsel işlemlerden önce gelmesi gerektiği fikrini formüle etmek için katı APOS kullanılabilir. Bu anlamda APOS teorisi bir "ToE" dir (Her şeyin Teorisi). Ancak, öğrencinin yansıma ve yeniden yapılanmaya ihtiyaç duyan çok çeşitli somutlaşmış yapılara sahip olduğu göz önüne alındığında, yalnızca eylem-süreç-nesne-şema üzerine inşa edilen dizilerdeki vurgunun daha geniş girişimi bozduğu söylenebilir. APOS teorisi, aritmetik, cebir ve hesap ilköğretim matematiğinde birçok uygulamaya sahiptir, ancak uzay ve şekil çalışmalarında daha az anlamlıdır. Profesyonel matematikçilerdeki düşünce çeşitlerinin, ölçülen eylem-işlem-nesne-şema geliştirmenin ötesinde bir ifadeye ihtiyacı vardır.

APOS'u matematiksel biliş anlayışına önemli bir katkı olarak kabul edilebilir, ama değerli bir araç olarak küresel bir şablon olarak kabul edilebilir.

Urhan ve Dost (2018) çalışmasında, ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının öğretmenlerin türev kavramının geometrik boyutlarını APOS teorisi çerçevesinde zihinlerinde nasıl yapılandırdıklarını araştırmıştır. Sonuçlar öğretmen adaylarının mevcut bilgilerinin yanlış veya eksik olduğunu göstermektedir. Bu, öğretmen adaylarının bu konuyla ilgili zihinsel yapılara sahip olmadığı ve konuyu istenen düzeyde öğrenemediği ve dolayısıyla yeterince geliştiremedikleri türev programının olduğu anlamına gelir. Bu durum öğretmenler tarafından dikkate alınmalı ve türev kavramı için öğretim ortamları bu bağlamda düzenlenmelidir; öğrencilerin eksikliklerini gidermeyi amaçlayan tedbirler alınmalıdır. Ortaokul öğrencileri ile türev kavramını anlama düzeyleri üzerine bir araştırma yapılabilir. Bu çalışmanın sonuçları çerçevesinde öğrenme ortamları, öğrencilerin yaşadığı zorlukları azaltacak şekilde düzenlenmelidir.

Dubınsky, Weller, Mcdonald, Brown (2005) çalışmasında insanların sonsuzluk kavramı hakkında ne düşünebilecekleri hakkında önermeler geliştirmek için APOS Teorisini uygulamıştır. Elde edilen sonuçlar; yapılan analizleri diğer matematik konularına da genişlettikçe, bu araştırma programındaki bir sonraki önemli adım bu analizlere dayanan pedagojik stratejiler geliştirmektir. Bu tür stratejiler, öğrencilerin sürekli tekrarlanan eylemleri içselleştirmelerine, kesin yinelemeli zihinsel süreçler inşa etmelerine ve bu süreçleri sonsuz nesneler içine almalarına odaklanmalıdır. APOS Teorisinin önerdiği şey, içselleştirmenin tekrarlama ve yansıtmadan geldiği, kapsülleme işlemlerinin bu süreçlere dönüşüm uygulama arzusundan kaynaklandığıdır. Tekrarlanan eylemlere yansıtma fırsatlarını içeren ve kurum içi süreçlerin dönüşümünü gerektiren faaliyetlerin tasarımı, öğrencinin kurum içi anlayışını geliştirmek için gelecekteki çalışmalarda başlangıç noktası olacaktır.

2.5.3. Yüzde Konusu İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Yüzdeler kavramına yönelik araştırmalar incelendiğinde, öğrencilerin yüzde konusunda karşılaştıkları zorlukların, öğrencilerin yaptığı hataların, öğrencilerin kullandıkları stratejilerin ve yüzdeler kavramının öğrenme sürecinde kullanılan öğretim yöntemlerinin üzerinde durulduğu görülmektedir (Yapıcı, 2013).

Gucken (1986) doktora çalışmasının amacı lise öğrencilerinin yüzde kavramının öğrenme sürecinde karşılaştıkları zorlukları belirlemek için konuyla ilgili bir tanı testi geliştirmektir. Bu çalışmanın iki bölümden meydana gelmektedir. Birinci kısımda yüzdeler konusuna yönelik hazırlanan tanı testinin oluşturulması ve doğrulanması yer almaktadır. İkinci bölümdeyse yüzde kavramının uygulanmakta olan öğretim sürecinin onuncu sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına etkisinin araştırılması amaçlanmaktadır. Araştırma sonucunda geliştirilen tanı testinin geçerli ve güvenilir olduğu tespit edilmiş ve uygulanacak öğretim sürecinde kullanılabileceği ifade edilmiştir. Ayrıca uygulanan tanı testindeki öğrenci cevaplarına bakıldığında öğrencilerin genellikle başarısız bir tablo ortaya koydukları görülmektedir. Öğrencilerin verilen bir kesri veya ondalık gösterimi yüzde sembolüyle göstermede ya da tam tersi işlemlerde, bir bütünün belirtilen bir yüzdesini bulmada, belli bir yüzdesi verilen bir bütünü hesaplamada zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir (Akt. Yapıcı, 2013).

Kircher (1926) yılındaki çalışmasında sekizinci sınıf öğrencilerinin yüzde konusunu nasıl algıladıklarını tespit etmeye çalışmıştır. Sekizinci sınıfta öğrenim gören 133 öğrenciye yüzde konusuna yönelik 10 soruluk bir test uygulanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin yüzde kavramını yanlış algıladıkları, özellikle herhangi bir yüzdesi verilen bir sayının kendisini bulmada biraz daha zorluk çektikleri, yüzdeler konusunda bütün kavramını anlamada zorlandıkları tespit edilmiştir. Bu araştırmada yüzde kavramını yanlış anlamlandıran öğrencilerin oranının %70 olduğu belirtilmiştir. Araştırmanın başka bir önemli sonucu da öğrencilerin yüzde sembolünü ihmal ettikleri şeklindedir (Akt. Yapıcı, 2013).

Guiler (1946) tarafından da yüzde konusunun öğretiminde öğrencilerin yaşadıkları zorlukların araştırıldığı bir çalışma yapılmıştır. 9. sınıf öğrencilerine yönelik yapılan bu araştırmaya 936 öğrenci katılmış olup öğrencilere yüzde konusuna yönelik analitik araştırma testi uygulanmıştır. Araştırmada öğrencilerin yüzdeler konusunda performanslarının iyi olmadığı belirtilmiş, bu konunun öğretiminde öğrencilerin yaşadığı zorlukların neler olduğu tespit edilmek istenmiştir. Öğrencilerin iki sayı verildiğinde birinin diğerinin yüzde kaçı olduğunu bulmada zorluk yaşadıkları ve bir sayının istenen yüzdesini bulurken zorlandıkları belirlenmiştir. Önemli bir sonuç olarak ise öğrencilerin yarımdan büyük yüzdelik dilimi verilip sayının kendisinin istendiği durumlarda, verilen bir sayının belirtilen yüzdesi kadar fazlasının veya eksiğinin istendiği durumlarda ve verilen bir sayının miktarındaki artış veya azalışın yüzde sembolüyle gösterilmesi durumunda performanslarının çok daha düşük olduğu belirtilmiştir. Yaşanan bu zorlukların nedenleri ise sorunun çözümünde kullanılan işlem basamaklarının anlaşılmasındaki eksiklik ve kuralların yanlış uygulanması şeklinde ifade edilmiştir. Bu zorlukların başka bir nedeni de yapılan işlem hataları ve kesir, ondalık gösterim ve yüzde şeklindeki farklı gösterimleri dönüştürmedeki eksiklik olarak belirlenmiştir. Araştırmada öğrencilerin ondalık gösterimlerin farklı dönüşümlerini bulurken yaptıkları hataların virgülü görmezden gelmeleri veya virgülü hatalı yerleştirmelerinden dolayı olduğu da ifade edilmiştir (Akt. Yapıcı, 2013).

Öğrencilerin yüzde kavramı ile ilgili öğrenmelerinin ortaokul düzeyi süresince değişiminin araştırıldığı bir çalışma da Risacher (1992) tarafından yapılmıştır. Çalışmanın amacı öğrencilerin yüzde kavramına yönelik öğrenmelerini, yüzde kavramına yönelik problemlerin çözümünde hangi yolları kullandıklarını açıklamak ve öğrencilerin sezgisel düşünme düzeylerini, hangi kavram yanılgılarının bulunduğu ile bunların yol açacağı genel hata eğilimlerini tespit etmektir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin yüzde kavramını açıklarken genel olarak parça bütün ilişkisini kullandıkları, yüzdelik gösterimi kesir ve ondalık gösterim biçiminde yazarken hata yaptıkları, yüzdelik dilimi doğal sayılarla karıştırdıkları ifade edilmiştir. Buna ek olarak öğrencilerin yüzde kavramına yönelik orantısal akıl yürütme becerileri bağlamında yüzde problemlerinde çarpma işlemindense daha çok toplama ve çıkarma işlemlerini tercih ettikleri belirlenmiştir (Akt. Yapıcı, 2013).

Yüzde kavramına yönelik çalışmalardan bir diğeri ise Beswick (2008) tarafından 42 ortaokul matematik öğretmeninin katılımıyla yapılmıştır. Çalışmada öğretmenlere bir sayının belli bir yüzdesini bulma ve farklı yüzdelik dilimlere sahip bir daire grafiğini yorumlamaya yönelik iki soru yöneltilmiştir. İlk olarak öğrencilerin bu sorulara verebilecekleri doğru ya da yanlış cevapları yazmaları ve muhtemel doğru cevapların da niçin doğru olduğunu açıklamaları istenmiştir. İkinci olarak da derslerde bu soruları nasıl kullanacakları ve öğrencilerin yanlış cevaplarına yönelik onlara verilebilecekleri dönütlerin neler olacağı hakkındaki düşünceleri sorulmuştur. Buradan da anlaşılacağı gibi araştırmada öğretmenlerin hem yüzde konusuyla ilgili alan bilgileri hem de öğrenci davranışlarıyla ilgili bilgileri ölçülmüştür. Bu araştırmanın sonucuna göre bazı öğretmenlerin yüzde konusuna yönelik alan bilgilerinin yetersiz olduğu belirtilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin yalnızca üçte birinin öğrencilerin yüzde konusuna yönelik bilgilerine sahip oldukları ifade edilmiştir (Akt. Yapıcı, 2013).

Alan yazın incelendiğinde çoğunlukla öğrencilerin karşılaştığı zorlukların neler olduğunun, kullanılan öğretim strateji ve yöntemlerin öğrencilerin başarılarına etkisinin incelendiği deneysel çalışmaların olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin yüzde kavramını yapılandırırken geçtiği zihinsel süreçlerin incelenmesine yönelik çalışmaların az sayıda olduğu tespit edilmiştir. Bu bağlamda, probleme dayalı öğretim yöntemi ile yüzde konusunun öğrenme sürecinde zihinsel süreçlerinin APOS teorisi ile incelenmesine karar verilmiştir.

III. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, araştırmanın çalışma grubunu oluşturan katılımcılar, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, öğretim sürecinin anlatımı, elde edilen verilerin toplanması ve analizi ile ilgili açıklamalar yer almaktadır.

3.1. Araştırma Deseni

Nitel yöntemler daha derin ve ayrıntılı konularda çalışmaya olanak tanıdığından bu çalışmada nitel araştırma deseni kullanılmasına karar verilmiştir. Nitel araştırma, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik bir sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu sebeple nitel araştırmalarda sonuçtan çok süreç önemli olmaktadır. Nitel araştırma desenlerinde araştırmacı süreçte iyi bir gözlemci olmalı, katılımcıların davranışları hakkında derinlemesine bir bilgi elde ettikten sonra onlarla etkileşim halinde araştırmayı sürdürmelidir.

Bu çalışmada nitel veriler araştırmacı tarafından toplanıp analiz edildiğinden çalışmanın yöntemi olarak eylem araştırması seçilmiştir. Eylem araştırması uygulayıcının doğrudan kendisinin veya bir araştırmacı ile birlikte gerçekleştirdiği ve uygulama sürecine ilişkin sorunların ortaya çıkarılması ya da ortaya çıkmış bir sorunu anlama ve çözmeye yönelik sistematik veri toplamayı ve analiz etmeyi içeren bir araştırma yaklaşımıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Eylem araştırmaları öğretmenlerin mesleki öğrenmelerini artıran, öğrencilerin öğrenme kalitesine etki eden bir araştırma yöntemi olarak kullanılır. Akademik ve sosyal programların iyileştirilmesi ve bilginin paylaşımını sağlar. Eylem araştırmasına katılan öğretmenler bilginin gelişimi ve eğitim teorilerine daha aşina olurlar. Böylece hem kendilerinin hem de diğerlerin yaptıkları işi daha iyi anlarlar. Eylem araştırmasına katılan öğretmenler yaptıkları uygulamalarda daha eleştirel ve yansıtıcı olurlar. Sürekli iyileşmeye karşı istek yaratır. Uygulamaya doğrudan etki yapar. Araştırma sürecine katılanları güçlendirir. Öğretmen ve öğrenciler arasında daha sağlıklı bir iletişimin kurulmasına yol açar. Kuram ve uygulama arasındaki boşluğu doldurur. Öğrenci başarısı ve uygulama arasındaki bağı pekiştirir (Öksüz, 2018).

3.2. Çalışma Grubu

Nitel araştırmalarda araştırmacı, çalışma alanında zaman harcayan, bu alandaki kişilerle görüşen ve gerektiğinde bu kişilerin deneyimlerini yaşayan ve alanda kazandıklarını verilerin analizinde kullanan kişidir (Yıldırım ve Şimşek, 2003). Araştırmanın çalışma grubu Elazığ ili Kovancılar ilçesine bağlı bir devlet okulunda araştırmacının öğretmeni olduğu sınıftaki 12 öğrenci, kolay ulaşılabilir durum örneklemesi yöntemi (Yıldırım ve Şimşek, 2003) kullanılarak araştırmanın katılımcıları olarak belirlenmiştir. Çalışma grubundaki öğrenciler bir önceki yıl matematik dersi yılsonu ortalamaları göz önüne alınarak aynı sınıf içerisinden seçilmiştir. Öğrenciler yılsonu matematik ortalamalarına göre; 0-45 arası ortalama "düşük seviyeli", 45-80 arası ortalama "orta seviyeli" ve 80-100 arası ortalama "yüksek seviyeli" şeklinde belirlenmiştir. Çalışma grubundaki öğrenciler bir önceki yıl matematik dersi yılsonu ortalamaları göz önüne alınarak aynı sınıf içerisinden seçilmiştir. Seçilen öğrenciler "Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12" şeklinde, araştırmacı ise "X" olarak kodlanmıştır. Belirlenen öğrencilerden Ö3, Ö4, Ö6, Ö9, Ö10 ve Ö12 adlı öğrenciler kız, Ö1, Ö2, Ö5, Ö7, Ö8 ve Ö11 adlı öğrenciler erkektir. Öğrenciler yılsonu matematik ortalamalarına göre; 0-45 arası ortalama "düşük seviyeli", 45-80 arası ortalama "orta seviyeli" ve 80-100 arası ortalama "yüksek seviyeli" olarak aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

Ö1, Ö2, Ö3, Ö4 kodlu öğrenciler "düşük seviyeli",

Ö5, Ö6, Ö7, Ö8 kodlu öğrenciler "orta seviyeli" ve

Ö9, Ö10, Ö11, Ö12 kodlu öğrenciler başarı durumlarına göre "yüksek seviyeli" öğrenciler olarak gruplandırılmıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak ders sırasında "gözlem" ve uygulamada kullanılan problemlerin yer aldığı "öğrenci kâğıtları" kullanılmıştır. Gözlem en yaygın kullanılan nitel veri toplama yöntemlerinden birisidir. Herhangi bir ortamda oluşan davranışı ayrıntılı olarak tanımlamak amacıyla kullanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırmacıya veriye ilk elden ulaşma olanağı sağlar ve davranışı olduğu gibi kaydetmeye imkân verir (Merriam, 2013). Bu sebeple araştırmada gözlem tekniği kullanılmıştır. Temelde iki tür gözlem çeşidi bulunmaktadır. Bunlar yapılandırılmış gözlem ve yapılandırılmamış gözlem şeklindedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Yapılandırılmış gözlemde, gözlenen ortamı işe vuruk hale getiren davranışlar ayrıştırılır ve gözlem formu üzerinde belirtilir. Yapılandırılmamış gözlem ise davranışın gerçekleştiği doğal ortamlarda yapılır. Yapılandırılmamış gözlemde araştırmacının elinde standart bir gözlem aracı yoktur. Araştırmacı bu yöntemde katılımlı gözlemci olarak bulunur. Katılımlı gözlemde araştırmacı da sürece katılır ancak faaliyette tamamen bulunmaz (Merriam, 2013). Bu çalışmada araştırmacı sürece öğretmen olarak dâhil olduğundan katılımlı gözlemci konumundadır. Bu sebeple bu çalışmada veriler yapılandırılmamış gözlem yoluyla toplanmıştır. Her dersin sonunda araştırmacı tarafından gözlemler not alınmış ve veri analizi için kullanılmıştır.

Dokümanlar; kayıtlar, resmi yayınlar, videolar, fotoğraflar gibi yazılı ve çizili materyallerden oluşur. Doküman analizi; gözlem ve görüşme yapmadan veri toplanmasına imkân sağlar. Tek başına veri toplama yöntemi olarak kullanılabileceği gibi diğer yöntemlerle birlikte kullanılırsa veri çeşitliliğini artırdığından araştırmanın geçerliliğine olumlu yönde katkı sağlayabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Uygulama sürecinde öğrencilere yöneltilen problemlerin çözümlerinin yer aldığı öğrenci cevap kâğıtları bu çalışmada doküman olarak kullanılmıştır. Öğrencilere beş problemden oluşmuş açık uçlu sorulardan oluşan doküman dağıtılmış ve öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar APOS modeline göre incelenmiştir. Hazırlanan soruların kapsam geçerliği için iki alan öğretmeni ve bir alan uzmanının görüşlerine başvurulmuş ve öneriler sonucunda sorular son haliyle öğrencilere yöneltilmiştir. Öğrencilere uygulama sürecinde sorulara verdiği cevaplar üzerinden düşünceleri sözlü olarak sorulmuş ve çözüm için kullandıkları stratejiyi dile getirmeleri sağlanmıştır.

3.4. Verilerin Toplanması ve Analizi

Araştırmanın amacına uygun olarak, gerekli olan verileri toplamak için araştırmacı tarafından yüzde kavramının kullanımına yönelik açık uçlu sorular hazırlanıp uygulanmıştır. Uygulama sürecinde hazırlanan sorular öğrencilere yöneltilip verilen cevaplar APOS teorik çerçevesinde incelenmiştir. Ayrıca süreç esnasında öğrencilere problemler hakkında bazı sorular yöneltilerek düşünceleri alınmaya çalışılmıştır.

Veri analizi, verilerin anlamını dışarıya aktarma sürecidir (Merriam, 2013). Çalışma boyunca öğrencilerden sorular hakkında dönütler alınmıştır. Ayrıca her uygulamadan sonra araştırmacının gözlemleri not edilmiştir. Gözlem ve öğrencilere uygulanan çalışma kâğıtları ile elde edilen veriler içerik analizi ile yaklaşık iki aylık bir süreçte analiz edilmiştir.

İçerik analizi, insan davranışlarını ve doğasını belirleme üzerinde doğrudan olmayan yollarla çalışmayı sağlayan bir tekniktir. İçerik analizinde temel amaç, elde edilen verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır. İçerik analizinde yapılan temel işlem, birbirine benzeyen verileri belirli temalar çerçevesinde bir araya getirerek düzenlemek ve yorumlamaktır (Öksüz, 2018). Bu çalışmadaki veriler içerik analizi yoluyla APOS teorik çerçevesi göz önüne alınarak analiz edilmiştir.

3.5. Uygulama Süreci

Uygulamalara başlamadan önce yüzde kavramına yönelik ilk genetik çözümleme yapılmıştır. Yüzde kavramının şema aşamasının tam olarak oluşturulması üst sınıf kademelerindeki ilişkili kavramların öğrenilmesi ile gerçekleşeceğinden burada yüzde kavramının oluşturulma süreci eylem, süreç ve nesne aşamalarında ele alınmıştır. Genetik çözümleme sonucunda APOS teorisine göre öğrencilerde olması beklenen davranışlar aşağıdaki şekilde belirlenmiştir.

Eylem: Bu aşamadaki bir öğrenci paydası yüz olan bir çokluğu yüzde sembolüyle gösterir. Paydası yüz olmayan bir çokluğu da önceki öğrenmelerinden yola çıkarak yüzde sembolüyle gösterebilir. Farklı yüzdelik ifadelerin büyüklüklerini sıralayabilir. Kesir ve ondalık ifadeyle ilişkisini fark eder fakat bunların birbirine dönüşümlerini gerçekleştiremez. Modellenen bir çokluğu kesre çevirdikten sonra yüzdelik ifadeye çevirebilir.

Süreç: Modellenen bir bütünü kesre çevirdikten sonra hem yüzdelik ifadeye hem de ondalık ifadeye çevirebilir. Bu aşamadaki bir öğrenci kendisine verilen bir yüzdelik ifadeyi kesir ve ondalık şeklinde ifade edebilir. Kesir, ondalık ve yüzdelik gösterimlerle belirtilen çoklukların birbiriyle dönüşümlerini yapar ve bunları karşılaştırır.

Nesne: Bu aşamadaki bir öğrenci kendisine verilen farklı türdeki çoklukları sıralarken hepsini aynı çokluk şeklinde yazar ve bunları sıralar. Bir bütünün belirtilen bir yüzdesini bulabilir. İlgili problemleri çözer.

IV. BULGULAR VE YORUM

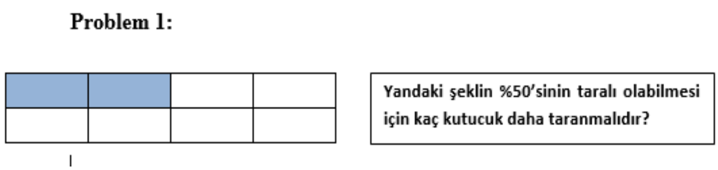
Bu bölümde öğretim süreci boyunca öğrencilere uygulanan açık uçlu soruların ve araştırmacı gözlemlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgulara yer verilmiştir. Öğretim süreci sonunda verilen kazanımlara uygun hazırlanan açık uçlu sorulara öğrencilerin verdiği cevaplara göre elde edilen bulgular şöyledir:

4.1. Problem 1'e Ait Bulgular

Bu problem "*Paydası 100 olan kesirleri yüzde sembolü (%) ile gösterir"* kazanımına yönelik hazırlanmış bir sorudur. Bu soru öğrencilerin daha önce öğrendikleri "kesirleri genişletme kavramını" da içermektedir. Öğrencilerin öğretim süreci sonunda yöneltilen sorulardan birincisi aşağıdaki gibidir.

Şekil 3

Problem 1



Bu probleme göre öğrencilerden verilen bir bütünün parçalarının yüzdelik kısımlarını belirlemeleri istenmektedir.

Çözüm sırasında yapılan gözlemlerde öğrencilerin şeklin yarısını boyayarak sonucu bulduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerle araştırmacı arasında şöyle diyaloglar gerçekleşmiştir:

A: Bu sorunun çözümü hakkında ne düşünüyorsunuz?

Ö12: %50'yi kesir biçiminde yazdım. Bu ifade bir bütünün yarısıdır. Bu yüzden 2 kutucuk daha boyanmalıdır.

A: Peki sizce kesre çevirmeden %50 ifadesinin kaçta kaça denk geldiğini düşünebilir miyiz?

Ö12: Evet düşünebiliriz. %50 ifadesi de bir bütünün yarısıdır.

A: Farklı bir düşüncesi olan var mı?

Ö11: Ben boyalı kısmı %25 diye düşündüm. %50 olması için de bu kadar daha boyamak gerekir. 2 kutucuk daha boyarız.

Bu problemin çözümü ile ilgili APOS teorisi aşamalarına göre yapılan genetik çözümleme şu şekildedir:

Eylem: Öğrenci bu aşamada verilen şekli kesir olarak ifade eder ancak elde ettiği kesri gerekli işlemlerle nasıl yüzde sembolüyle göstereceğini bulamayabilir.

Süreç: Bu kademedeki bir öğrenci şekli kesir olarak ifade ederek kesri yüzde sembolüyle gösterir ve her bir parçanın yüzdelik değerini hesaplaması gerektiğini bilir.

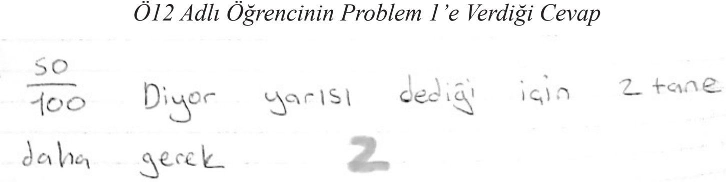
Nesne: Bu kademeye ulaşmış bir öğrenci her bir parçaya denk gelen yüzde miktarını hesaplar ve verilen bütüne göre yüzdelik ifadeyi ilişkilendirerek gereken parça sayısını hesaplayabilir.

Öğrencilere problemin çözümü için 5 dakikalık süre verilmiş ve çözümlerini yapmaları istenmiştir. Bu süre zarfında araştırmacı sınıfta öğrencilerin yaptığı çözümleri sıralarda dolaşarak gözlemlemiştir.

Bu probleme öğrencilerin çoğunun doğru cevap verdiği görülmektedir. Doğru cevap verenler de %50 ifadesinin yarıya denk geldiğini bu yüzden de iki kutucuğun daha boyanması gerektiğini ifade etmiştir.

Şekil 4

Ö12 Adlı Öğrencinin Problem 1'e Verdiği Cevap

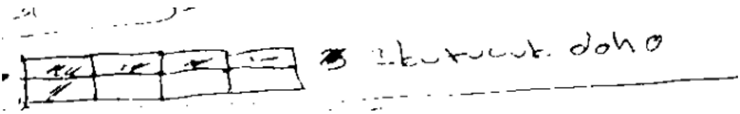

$\frac{50}{100}$ Diyor yarısı dediği için 2 tane daha gerek 2

Ö12 öğrencisine %50 ifadesini şekil üzerinde göstermesi istenmiş ve şeklin yarısını boyayarak %50 ifadesinin yarımı ifade ettiğini söylemiştir. Bunun üzerine diğer öğrenciler de %50 ifadesinin yarımı ifade ettiğini dile getirmişlerdir.

Şekil 4'de Ö12 adlı öğrenci işlemlere gerek duymadan yüzdenin yarımı ifade ettiğini söylemiş ve şeklin yarısının boyanması için iki şeklin daha boyanması gerektiğini ifade etmiştir. Böylece şekil ve yüzdelik gösterimi doğru bir şekilde ilişkilendirebilmiştir. Bu nedenle Ö12 öğrencisinin "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 5

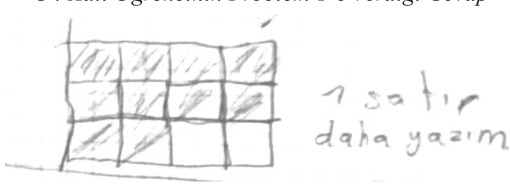
Ö2 Adlı Öğrencinin Problem 1'e Verdiği Cevap



Şekil 5'de Ö2 adlı öğrenci gerekli işlemleri yapmadığı ve %50 ifadesinin de bütünde neyi ifade ettiğini kavrayamamıştır. Bu soruya üç kutucuk boyanmalı demiş ve yanlış cevap vermiştir. Şekil ve yüzdelik kavramı doğru bir şekilde ilişkilendirememiştir. Bu da Ö2 öğrencisinin henüz "eylem" aşamasında olduğunu göstermektedir.

Şekil 6

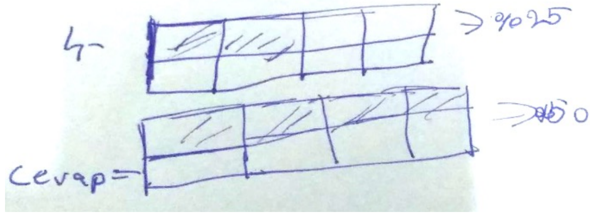
Ö4 Adlı Öğrencinin Problem 1'e Verdiği Cevap



Şekil 6'da Ö4 adlı öğrenci şekle bir satır daha eklemiş ve buna göre cevap vermiştir. Bu öğrencinin yüzde kavramını anlamlandıramadığı ve soruyu yanlış bir çözümle cevaplandırdığı görülmektedir. Bu nedenle Ö4 öğrencisinin de henüz "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 7

Ö11 Adlı Öğrencinin Problem 1'e Verdiği Cevap

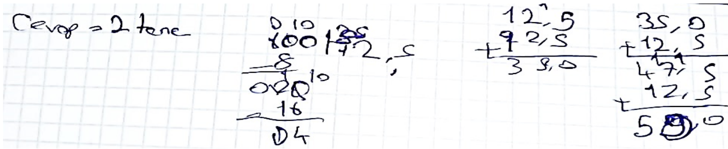


Şekil 7'de Ö11 adlı öğrenci farklı bir bakış açısıyla soruya cevap vermiştir. Öncelikle verilen şeklin bütünün yüzde kaçı olduğunu bulmuş ve daha sonra istenen yüzdeye ulaşmıştır. Bundan dolayı Ö11 öğrencisinin "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Bazı öğrenciler de sadece kaç kutucuk boyanacağını yazmıştır. Bu öğrencilere neden böyle yaptığı araştırmacı tarafından sorulmuş. Öğrenciler de bu ifadenin bütünün yarısını ifade ettiği ve bu yüzden de iki kutucuk daha boyanması gerektiğini ifade etmişlerdir.

Şekil 8

Ö8 Adlı Öğrencinin Problem 1'e Verdiği Cevap



Şekil 8'de Ö8 adlı öğrenci her bir parçanın yüzde kaça denk geldiğini bulmuş ve daha sonra istenilen yüzdeye denk gelen parça sayısını bulduğu görülmektedir. Çözüm yolunda farklı bir yöntem kullanmıştır. Ö8 öğrencisinin yaptığı bu doğru çözümlerle bu soruda "nesne" aşamasına ulaşabildiği söylenebilir.

Verilen bir bütünün istenilen yüzdesini bulmaya yönelik öğrencilerin APOS teorisine göre bulundukları aşamalar Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1

Problem 1'e Göre APOS Teori Seviyeleri

APOS Seviyeleri	Öğrenciler
Eylem	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5
Süreç	Ö3, Ö6, Ö7
Nesne	Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12

Tablo 1 incelendiğinde 4 öğrencinin "eylem", 2 öğrencinin "süreç" ve 5 öğrencinin de "nesne" aşamasında olduğu görülmektedir. Ö8 ve Ö11 öğrencilerinin soruyu çözerken kullandıkları farklı yöntemler dikkat çekmektedir.

Problem 1 değerlendirildiğinde öğrencilerin çoğunun yüzdelik dilime karşılık gelen parça sayısını bulmakta pek de zorlanmadıkları görülmüştür. Öğrencilerin çoğunun model üzerinden soruyu kolaylıkla cevapladıkları görülmektedir.

4.2. Problem 2'ye Ait Bulgular

Bu problem "*Paydası 100 olan kesirleri yüzde sembolü (%) ile gösterir*" kazanımına yönelik hazırlanmış bir sorudur. Öğrencilerin öğretim süreci sonunda yöneltilen sorulardan ikincisi aşağıdaki gibidir.

Problem 2: *Ezgi matematik sınavında 20 sorunun 15'ine doğru cevap veriyor. Buna göre Ezgi soruların yüzde kaçına doğru cevap vermiştir?*

Bu problem öğrencilerin bir çokluğa denk gelen yüzdelik ifadeyi bulmalarına yönelik hazırlanan bir sorudur. Bu soruyla öğrencilerden bir bütünün belli bir kısmının yüzdelik dilimini hesaplamaları istenmektedir.

Çözüm sırasında öğrencilerin bireysel cevapları gözlemlenmiş ve öğrencilerin birçoğunun aynı çözüm yolunu seçtikleri görülmüştür. Araştırmacı öğrencilere çözüm yollarını açıklamalarını istemiş ve şöyle diyaloglar oluşmuştur:

Ö12: Ben bu soruda öncelikle 15'i paya 20'yi paydaya yazarak kesre çevirdim. Daha sonra paydayı 100 yapmak için kesri 5 ile genişlettim ve sonucu %75 buldum.

Ö8: Ben de aynı yolu izledim ve sonucu %85 buldum.

A: Peki sence doğru sonuç hangisi?

Ö8: Ben çarpma işlemini yanlış yapmışım. 15 ve 5'i çarparsak 75 olur.

Bu probleme ilişkin öğrencilerden beklenen davranışlar APOS teorisinin basamaklarına göre aşağıdaki gibidir.

Eylem: Bu aşamadaki bir öğrenci bu çokluğu şekil üzerinde gösterebilir ve kesir olarak da yazabilir. Ancak yüzdeye çevirmek için gerekli işlemleri yapamayabilir.

Süreç: Bu aşamadaki öğrenci modeller üzerinde gösterdiği kesri gerekli işlemler sonucu % sembolüyle yazabilir. Bunun için paydasının yüz olması gerektiğini bilir.

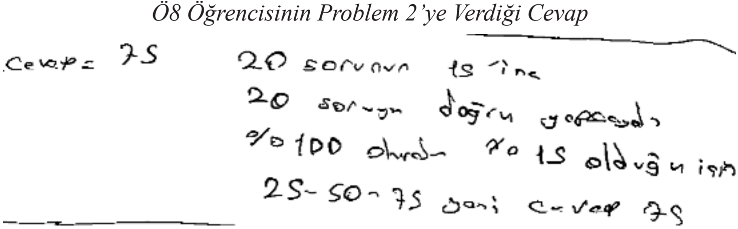
Nesne: Bu aşamadaki öğrenci modellere ihtiyaç duymadan elde ettiği kesri rahatlıkla % sembolüyle yazabilir.

Bu problem için öğrenciler 5'er dakika verilmiş ve bu süre içerisinde problemi çözmeleri istenmiştir. Öğrenciler soruları çözümü sırasında araştırmacı sıralarda dolaşarak öğrencileri gözlemlemiştir.

Bu problemi çoğu öğrencinin doğru cevapladığı saptanmıştır.

Şekil 9

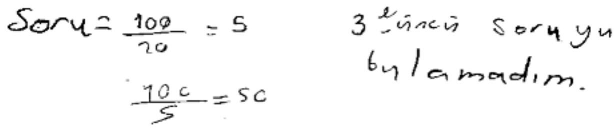
Ö8 Öğrencisinin Problem 2'ye Verdiği Cevap



Şekil 9'da Ö8 öğrencisi soruyu cevaplarken kesir şeklinde yazmadan başka bir yöntem kullandığı görülmektedir. Bu işlemleri zihinden yaparak birim yüzde karşılığını hesapladığı ve soruya doğru yanıt verdiği görülmektedir. Bu öğrencinin yüzde kavramını anlamlandırarak kavradığı yaptığı çözümden görülmektedir. Buradan hareketle Ö8 öğrencisinin bu soruda "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 10

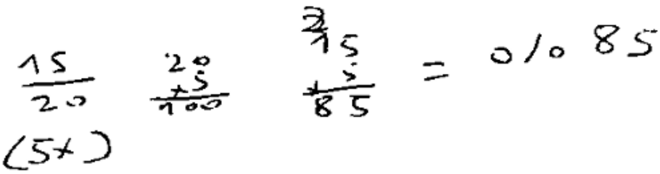
Ö4 Öğrencisinin Problem 2'ye Verdiği Cevap



Şekil 10 incelendiğinde Ö4 öğrencisinin soruyu çözemediği görülmektedir. Yaptığı işlemde de görüldüğü üzere parça bütün ilişkisini kavrayamadığı ve kesir gösterimini yanlış yazdığı görülmektedir. Buradan hareketle Ö4 öğrencisinin bu soruda "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 11

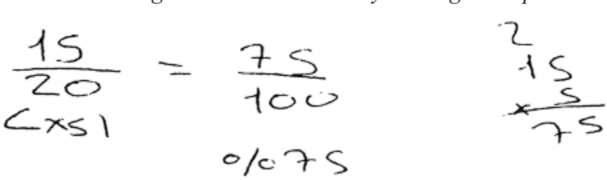
Ö5 Öğrencisinin Problem 2'ye Verdiği Cevap



Şekil 11 incelendiğinde Ö5 öğrencisinin problemi cevaplarken kullandığı yolun doğru olduğu ancak işlem yaparken hata yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla Ö5 öğrencisinin dikkat eksikliğinden soruyu yanlış cevapladığı görülmektedir. Bu nedenle Ö5 öğrencisinin bu soru için "süreç" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 12

Ö12 Öğrencisinin Problem 2'ye Verdiği Cevap



Şekil 12 incelendiğinde Ö12 öğrencisinin problemi çözerken yaptığı işlemlerin doğru bir şekilde sonuçlandırıldığı görülmektedir. Ö12 öğrencisinin bu soruda çok da zorlanmadığı görülmektedir. Dolayısıyla Ö12 öğrencisinin bu soruda da "nesne" aşamasına ulaştığı söylenebilir.

Ö1 öğrencisinin ise bu soruyu boş bıraktığı ve cevaplandıramadığı tespit edilmiştir.

Verilen bir çokluğu % sembolü ile yazmaya yönelik öğrencilerin APOS teorisine göre bulundukları aşamalar Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2

Problem 2'ye Göre APOS Teori Seviyeleri

APOS Seviyeleri	**Öğrenciler**
Eylem	Ö1, Ö4
Süreç	Ö5
Nesne	Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12

Tablo 2 incelendiğinde 2 öğrencinin "eylem", 1 öğrencinin "süreç" ve 9 öğrencinin "nesne" aşamasında olduğu görülmektedir. Ö2 ve Ö3 öğrencilerinin "nesne" aşamasında olduğu dikkat çekmektedir.

Problem 2 genel olarak değerlendirildiğinde çoğu öğrencinin modellere ihtiyaç duymadan gerekli işlemleri kolaylıkla yaptığı görülmektedir. Verilen bir çokluğun bir kısmına denk gelen yüzdelik ifadeyi bulurken öğrencilerin zorlanmadıkları görülmüştür.

4.3. Problem 3'e Ait Bulgular

Bu problem "*Kesir, ondalık ve yüzdelik gösterimlerle belirtilen çoklukları karşılaştırır*" kazanımına yönelik hazırlanmış bir sorudur. Öğrencilere öğretim süreci sonunda yöneltilen bu problem aşağıdaki gibidir.

Problem 3: *Zeynep, Zümra ve Yusuf adındaki 3 kardeş aynı büyüklükte birer tane pasta alıyorlar. Zeynep pastasının %23'ünü, Zümra pastasının 0,43 'ünü ve Yusuf pastasının* $\frac{3}{5}$*'ünü yiyor. Buna göre bu üç kardeşin yediği pasta miktarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.*

Bu problemin çözümü esnasında öğrenciler arasında dolaşıldığında öğrencilerin bazılarının sıralama konusunda zorlandıkları gözlemlenmiştir. Verilen farklı formdaki çoklukları aynı formda yazarken sıkıntı çektikleri görülmüştür. Araştırmacı ve öğrenciler arasında şöyle bir konuşma geçmiştir:

A: Sizce sıralama yapabilmek için nasıl bir yol izlediniz?

Ö6: Bence öncelikle hepsini aynı biçimde yazmalıyız ki sıralayabilelim.

A: Peki sen hepsini hangi biçimde yazarsın?

Ö6: Ben kesir şeklinde yazdım. Daha sonra paydaları eşitledim. Sonra da sıraladım.

A: Peki başka yoldan çözen var mı?

Ö8: Ben de verilenleri yüzde sembolüyle yazdım. Daha sonra sıralama yaptım.

Bu problemle öğrencilerden farklı gösterimlerle verilen çoklukların büyüklüklerini sıralamaları istenmektedir. Parça- bütün kavramına yönelik olan bu soruda aynı bütünün farklı gösterimlerle verilen parçaları arasındaki ilişkiyi kavrayıp bu parçaların büyüklüklerini karşılaştırabilmeleri amaçlanmaktadır.

Bu probleme ilişkin öğrencilerden beklenen davranışlar APOS teorisinin basamaklarına göre aşağıdaki gibidir.

Eylem: Bu aşamadaki bir öğrenci verilen büyüklükleri modeller yardımıyla sıralamasını gösterebilir. Fakat hangi işlemler sonucunda verilen büyüklükleri karşılaştırabileceğini bulamayabilir.

Süreç: Bu basamaktaki bir öğrenci verilen çoklukları karşılaştırabilmek için hepsinin aynı türden yazılması gerektiğini ve bu yolla sıralama yapabileceğini kavrayabilir.

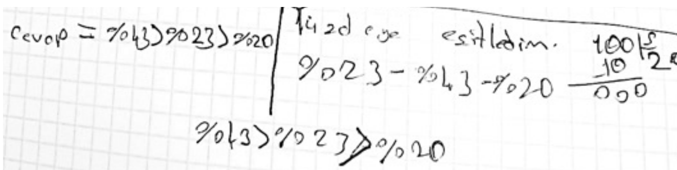
Nesne: Bu aşamadaki öğrenci karşılaştırma yapabilmek için gerekli işlemleri yaparak verilen çokluklar arasındaki ilişkiyi kavrayabilir ve bu çoklukları birbirine dönüştürme işlemlerini rahatlıkla yapabilir.

Öğrencilere problemin çözümü için 10 dakikalık süre verilmiş ve çözümlerini yapmaları istenmiştir.

Bu soruya yönelik öğrencilerin verdiği cevaplar incelendiğinde çoğunlukla % sembolüne çevirerek işlem yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin önemli bir kısmının bu soruya doğru verdiği görülmektedir.

Şekil 13

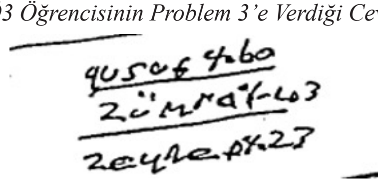
Ö8 Öğrencisinin Problem 3'e Ait Cevabı



Şekil 13'te Ö8 öğrencisi bu çoklukları karşılaştırabilmek için verilen çoklukların hepsini yüzdelik ifadeyle göstermiş ancak verilen kesri yüzdelik ifadeye çevirirken işlemde hata yaptığı gözlenmektedir. Birim yüzdeyi bulmuş ancak bunu üç ile çarpmayı unutmuştur. Dolayısıyla dikkat eksikliği sonucunda soruyu yanlış bir şekilde sonuçlandırmıştır. Bundan dolayı Ö8 öğrencisinin "süreç" aşamasında olduğu söylenebilir. Ö1 adlı öğrenci bu soruyu boş bırakmıştır. Bu da öğrencinin sorunun çözümü hakkında bir fikrinin olmadığını göstermektedir. Dolayısıyla Ö1 öğrencisinin bu soru için "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 14

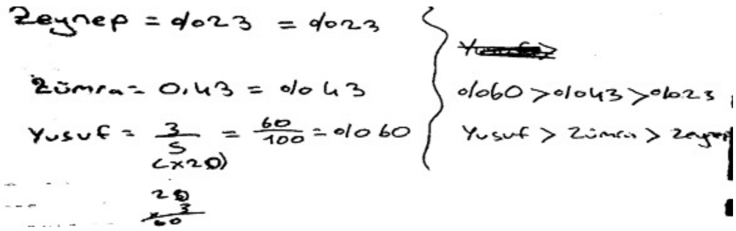
Ö3 Öğrencisinin Problem 3'e Verdiği Cevap



Şekil 14'te Ö3 öğrencisi soruyu cevaplarken Ö8 öğrencisi gibi yüzdelik ifade şeklinde sıralama yaptığı görülmektedir. Ancak işlem basamaklarını göstermediği için bu öğrencinin soruyu tam olarak anlamlandırabildiği söylenememektedir. Bu yüzden de Ö3 öğrencisinin bu soruda "süreç" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 15

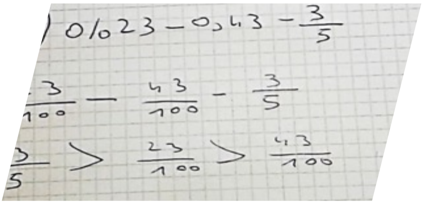
Ö12 Öğrencisinin Problem 3'e Verdiği Cevap



Şekil 15'te Ö12 öğrencisi soruyu cevaplarken yaptığı tüm işlem basamaklarını doğru bir şekilde tamamlamış ve doğru sonuca ulaşmıştır. Parça bütün ilişkisini kavrayabildiği gözlemlenmiştir. Ö12 öğrencisinin bu soru için "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 16

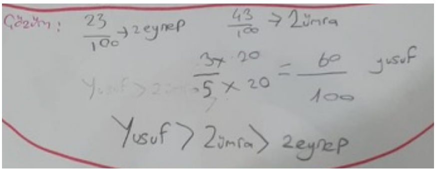
Ö5 Öğrencisinin Problem 3'e Verdiği Cevap



Şekil 16 incelendiğinde Ö5 öğrencisi hiçbir işlem yapmadan cevabı yazmıştır. Bu da öğrencinin soruyu içselleştirip çözmediğini göstermektedir. Dolayısıyla Ö5 öğrencisinin bu soru için zihinsel süreç aşamalarından "süreç" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 17

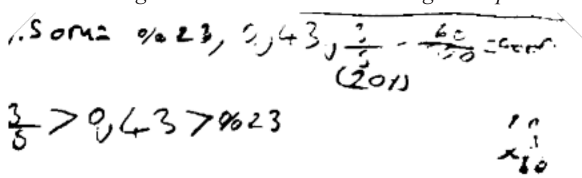
Ö6 Öğrencisinin Problem 3'e Verdiği Cevap



Şekil 17 incelendiğinde Ö6 öğrencisi soruyu çözerken yapılması gereken işlem basamaklarını doğru bir şekilde tamamlamış ve doğru sonuca ulaşmıştır. Bu da öğrencinin parça bütün ilişkisini anlamlı bir şekilde öğrendiğini göstermektedir. Buradan hareketle Ö6 öğrencisinin bu soru için "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 18

Ö4 Öğrencisinin Problem 3'e Verdiği Cevap



Şekil 18'de Ö4 öğrencisi soruyu doğru işlemler yaparak cevaplamıştır. Dolayısıyla Ö4 öğrencisi bu soruyu kavramsallaştırarak doğru cevaplamıştır. Bu nedenle Ö4 öğrencisinin bu soru için "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Üç farklı türde verilen çoklukları karşılaştırmaya yönelik öğrencilerin APOS teorisine göre bulundukları aşamalar Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3

Problem 3'e Göre APOS Teori Seviyeleri

APOS Seviyeleri	Öğrenciler
Eylem	Ö1
Süreç	Ö2, Ö3, Ö5, Ö8
Nesne	Ö4, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12

Tablo 3 incelendiğinde 1 öğrencinin "eylem", 4 öğrencinin "süreç" ve 7 öğrencinin "nesne" aşamasında olduğu görülmektedir. Ö4 öğrencisinin "nesne" aşamasında olması dikkat çekmektedir.

Öğrencilerin problem 3'e verdiği cevaplar genelinde bu soruda çok da zorlanmadıkları görülmektedir. Bu konudan önce işlenen kesirler konusunun bu soruyu öğrencilerin rahatlıkla çözmesine zemin hazırladığı düşünülmektedir.

4.4. Problem 4'e Ait Bulgular

Bu problem incelendiğinde "*Bir çokluğun belirtilen bir yüzdesine karşılık gelen miktarı bulur*" kazanımına ilişkin hazırlanmış bir günlük hayat problemidir. Bu problem aşağıdaki gibidir.

Problem 4: *Etiket fiyatı 300 lira olan bir kabana %20 indirim uygulanırsa bu kazaktan kaç lira indirim yapılmış olur?*

Bu problem öğrencilerin günlük hayatta sık sık karşılaştıkları bir kavram üzerinden fiyatı verilen bir nesnenin belli bir yüzdesine karşılık gelen miktarını bulmaya yönelik hazırlanmış bir sorudur.

Bu sorunun bireysel çözümü sırasında yapılan gözlemler sonucunda öğrencilerin büyük çoğunluğunun zorlanmadığı görüldü. Öğrencilerin bireysel çözümleri sonrasında sorunun birlikte çözümüne geçildi. Bu sırada araştırmacı ve öğrenciler arasında şöyle bir konuşma gerçekleşmiştir:

A: Bu sorunun çözümü için ne düşündünüz?

Ö4: Ben öncelikle bu 300 lirayı 100'e böldüm ve 20 ile çarptım. Sonucu 60 olarak hesapladım.

A: Sence bu bulduğun sonuç fiyat için ne ifade eder?

Ö4: Kabanın fiyatı bu sonuç kadar azalır.

Problem 4'ün çözümü ile ilgili APOS teorisi aşamalarına göre yapılan genetik çözümleme şu şekildedir:

Eylem: Öğrenci yüzde ifadesiyle verilen çokluğu kesre çevirip elde ettiği kesrin birim kesrini model üzerinde bulduktan sonra istenilen ifadeye denk gelen miktarı hesaplayabilir.

Süreç: Bu kademedeki bir öğrenci modele ihtiyaç duymadan yüzdelik ifadenin birim yüzdesini bularak istenilen miktarı hesaplayabilir.

Nesne: Bu kademeye ulaşmış bir öğrenci yüzdelik dilimlerin hesabını bütün parça ilişkisini kavramış olarak kolaylıkla yapabilir.

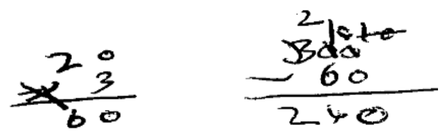
Öğrencilere problemin çözümü için 10 dakikalık süre verilmiş ve çözümlerini yapmaları istenmiştir.

Problem 4'e öğrencilerin çoğunu aynı yolu kullanarak cevap verdiği gözlemlenmiştir.

Ö1 öğrencisinin problem 4'e verdiği cevap aşağıdaki şekilde görülmektedir.

Şekil 19

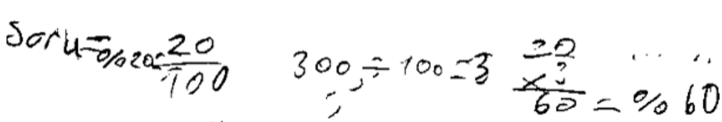
Ö1 Öğrencisinin Problem 4'e Verdiği Cevap



Şekil 19 incelendiğinde Ö1 öğrencisinin soruyu cevaplarken neyi nasıl bulduğu tam olarak anlaşılamamaktadır. Dolayısıyla Ö1 öğrencisinin bu problemi anlayıp kavrayamadığı söylenebilir. Bu nedenle de Ö1 öğrencisinin bu soru için "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 20

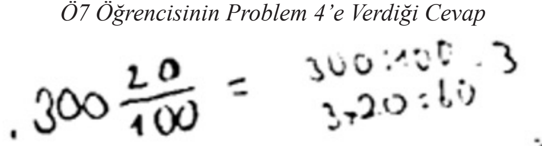
Ö4 Öğrencisinin Problem 4'e Verdiği Cevap



Şekil 20 incelendiğinde Ö4 öğrencisi soruyu cevaplarken doğru bir yolu izlediği ancak sonucu yüzde sembolüyle yazmasıyla soru tam olarak özümseyemediği anlaşılmaktadır. Bulması gereken sonucun bütünün gerçek kısmı olması gerektiğini anlayamadığı gözlenmektedir. Bu öğrencinin bu soru için "süreç" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 21

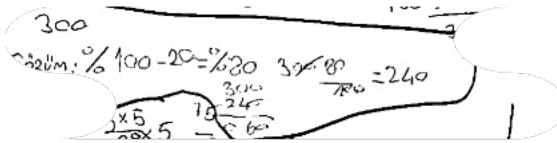
Ö7 Öğrencisinin Problem 4'e Verdiği Cevap



Şekil 21 incelendiğinde Ö7 öğrencisinin gereken işlemleri doğru bir şekilde yapıp istenen sonucu bulduğu görülmektedir. Bu öğrencinin işlemleri yaparken zorlanmadığı ve doğru sonucu bulduğu söylenebilir. Bu nedenle bu öğrencinin bu soruda “nesne” aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 22

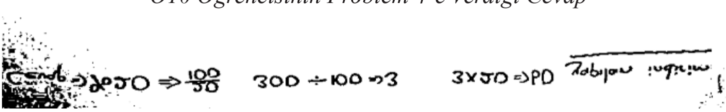
Ö6 Öğrencisinin Problem 4’e Verdiği Cevap



Şekil 22 incelendiğinde Ö6 öğrencisinin soruyu cevaplarken farklı bir yol izlediği görülmektedir. İstenen kısmın aksine diğer kısmı buluğu ve daha sonra istenen kısmı bulmuştur. Bu yol da doğrudur ve Ö6 öğrencisi de bu soruda kendisinden beklenen kazanımı gerçekleştirmiştir. Bu nedenle bu öğrencinin bu soruda “nesne” aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 23

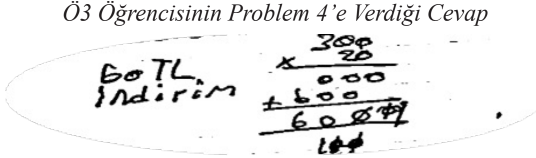
Ö10 Öğrencisinin Problem 4’e Verdiği Cevap



Şekil 23 incelendiğinde Ö10 öğrencisinin de Ö7 öğrencisi gibi soruyu doğru olarak cevapladığı görülmektedir. Bu öğrencinin de gerekli işlemleri bilip doğru bir şekilde yaptığı söylenebilir. Dolayısıyla bu öğrencinin bu soru için “nesne” aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 24

Ö3 Öğrencisinin Problem 4’e Verdiği Cevap



Şekil 24 incelendiğinde Ö3 öğrencisi de gerekli işlemleri farklı bir şekilde yapıp doğru sonucu bulduğu görülmektedir.

Bundan dolayı bu öğrencinin bu soru için "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Tamamı verilen bir çokluğun belli bir yüzdesine karşılık gelen miktarı bulmaya yönelik oluşturulan bu soruda öğrencilerin bulunduğu aşama APOS teorisine göre Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4

Problem 4'e Göre APOS Teori Seviyeleri

APOS Seviyeleri	**Öğrenciler**
Eylem	Ö1, Ö5
Süreç	Ö4
Nesne	Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12

Tablo 4 incelendiğinde 2 öğrencinin "eylem", 1 öğrencinin "süreç" ve 9 öğrencinin de "nesne" aşamasında olduğu görülmektedir. Ö5 öğrencisinin "eylem" aşamasında, Ö2 ve Ö3 öğrencilerinin "nesne" aşamasında olduğu dikkat çekmektedir. Orta düzeyde olan Ö6, Ö7 ve Ö8 öğrencilerinin de "nesne" aşamasında olduğu görülmektedir.

Problem 4 genel olarak incelendiğinde öğrencilerin büyük bir kısmının bu soruyu anlayıp anlamlandırarak kolay bir şekilde çözmüşlerdir. Bazı öğrencilerin ise farklı işlemlerle bu soruyu cevaplandırmışlardır. Ama doğru cevap veren öğrencilerin çoğu aynı yolla bu soruyu cevaplandırdığı tespit edilmiştir. Sorunun günlük hayat probleminden seçilmesi de öğrencilerin soruyu anlamlandırmasında etkili olduğu söylenebilir.

4.5. Problem 5'e Ait Bulgular

Bu problem "*Bir çokluğun belirtilen bir yüzdesine karşılık gelen miktarı bulur*" kazanımına yönelik hazırlanmış bir sorudur. Problem 5 ise şöyledir:

Bir çiftlikte 200 hayvan vardır. Bu hayvanların %25'i koyun ve %10'u inek olduğuna göre bu çiftlikteki koyunların sayısı ineklerin sayısından kaç fazladır?

Bu problemle öğrencilerin bir çokluğun belli bir yüzdesini hesaplamaları istenmektedir. Bu problemin çözümünde sınıfta dolaşıldığında öğrencilerin çoğunun bu soruyu zorlanmadan cevapladıkları gözlemlendi. Sorunun çözümü hakkında düşünceleri sorulduğunda şöyle bir diyalog gerçekleşmiştir:

A: Soru hakkında düşünceniz nedir?

Ö2: Bence kolay bir soru. 200 hayvanın %25 ve %10'unu bulup farkı hesaplarız.

A: Çözümü nasıl yaparsın peki?

Ö2: 200 ü önce 100' e böleriz sonra böylece %1'lik kısmını hesaplarız. Daha sonra bu sonuç ile 25 ve 10' u ayrı ayrı çarpıp bu iki sonucun farkını alırız.

Ö10: Ben de çözümü yaparken her iki yüzdeyi bulmak için ayrı ayrı paydaya bölüp pay ile çarptım. Yine aynı sonuç çıktı.

A: Sence bu iki yolun arasında çok fark var mıdır?

Ö10: Hayır yok. Sonuçta ben %1'lik kısmı ayrı ayrı düşündüm. O ise bir defada düşünüp daha az işlem yapmış oldu.

Bu problemin çözümü ile ilgili APOS teorisi aşamalarına göre yapılan genetik çözümleme şu şekildedir:

Eylem: Öğrenci yüzde ifadesiyle verilen çokluğu kesre çevirip elde ettiği kesrin birim kesrini model üzerinde bulduktan sonra istenilen ifadeye denk gelen miktarı hesaplayabilir.

Süreç: Bu kademedeki bir öğrenci modele ihtiyaç duymadan yüzdelik ifadenin birim yüzdesini bularak istenilen miktarı hesaplayabilir.

Nesne: Bu kademeye ulaşmış bir öğrenci yüzdelik dilimlerin hesabını bütün parça ilişkisini kavramış olarak kolaylıkla yapabilir.

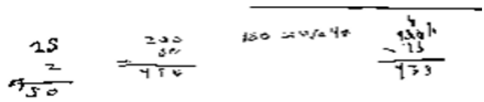
Öğrencilere problemin çözümü için 10 dakikalık süre verilmiş ve çözümlerini yapmaları istenmiştir.

Bu probleme ait öğrencilerin verdiği cevaplar ise şöyledir:

Ö1 adlı öğrencinin çözümü aşağıdaki şekilde görülmektedir.

Şekil 25

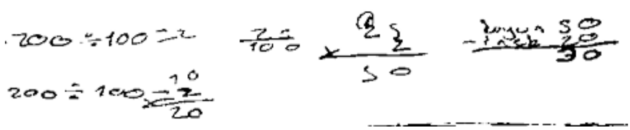
Ö1 Adlı Öğrencinin Problem 5'e Verdiği Cevap



Ö1 öğrencisinin çözümü incelendiğinde 200 hayvanın %25 ini bulabilmiş fakat çözümün geri kalan kısmında yanlış bir çözüm yaptığı görülmektedir. Buradan da anlaşılacağı üzere yüzdelik ifadenin birim yüzdesini bulabilmekte fakat problemdeki parça bütün ilişkisini kuramamaktadır. Dolayısıyla bu öğrencinin APOS teoremine göre "süreç" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 26

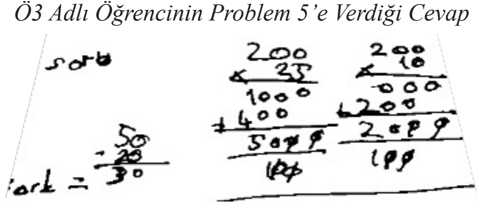
Ö2 Adlı Öğrencinin P5'e Verdiği Cevap



Şekil 26 incelendiğinde Ö2 öğrencisinin problemi doğru bir şekilde çözdüğü görülmektedir. Bu da öğrencinin parça bütün ilişkisini kavradığını göstermektedir.

Şekil 27

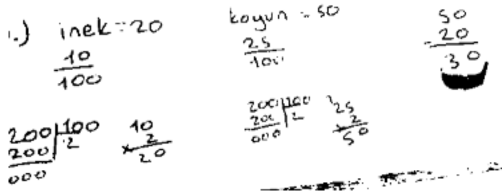
Ö3 Adlı Öğrencinin Problem 5'e Verdiği Cevap



Şekil 27'da Ö3 öğrencisinin cevabı incelendiğinde Ö3 öğrencisinin de Ö2 öğrencisi gibi soruyu çözdüğü görülmektedir. Buradan da bu öğrencinin de bu soru için "nesne" aşamsında olduğu söylenebilir.

Şekil 28

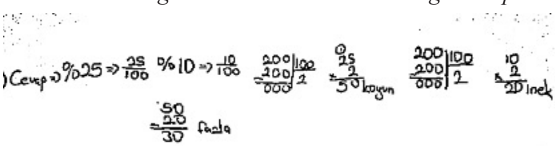
Ö12 Adlı Öğrencinin Problem 5'e Verdiği Cevap



Şekil 28'de Ö12 öğrencisinin çözümünde bütün işlem basamaklarının anlaşılır bir şekilde yapıldığı görülmektedir. Buradan da öğrencinin bu soru için "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 29

Ö10 Adlı Öğrencinin Problem 5'e Verdiği Cevap

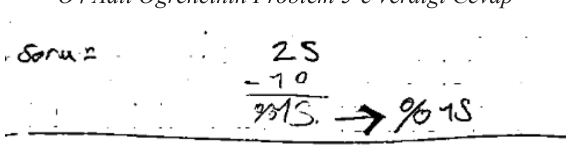


Şekil 29'de Ö10 öğrencisi yaptığı her işlemi düzgün bir şekilde birimleriyle beraber sonlandırmıştır. Bu da öğrencinin problemi anlayıp kavrayarak kolay bir şekilde çözdüğünü göstermektedir. Ö10 öğrencisinin de bu soruda "nesne" aşamsında olduğu söylenebilir.

Ö2, Ö3, Ö10 ve Ö12 öğrencilerinin çözümleri incelendiğinde bu dört öğrencinin de APOS teorisine göre "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Şekil 30

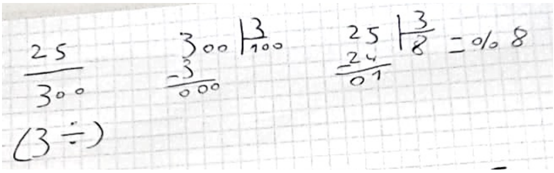
Ö4 Adlı Öğrencinin Problem 5'e Verdiği Cevap



Şekil 30'da Ö4 adlı öğrencinin cevabı öğrencinin parça bütün ilişkisini ve yüzde ifadesinin anlamını kavrayamadığı anlaşılmaktadır. Dolayısıyla Ö4 öğrencisinin henüz "eylem" aşamasında olduğu görülmektedir.

Şekil 31

Ö5 Adlı Öğrencinin Problem 5'e Verdiği Cevap



Şekil 31'de Ö5 adlı öğrencinin cevabından problemi anlayıp çözemediği anlaşılmaktadır. Ö5 öğrencisi verilen yüzdelik ifadeyi kesre çevirmekte hata yaptığı ve geri kalan işlemleri de yapamadığı görülmektedir. Dolayısıyla Ö5 öğrencisinin "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.

Bu probleme ait öğrencilerin bulunduğu aşama APOS teorisine göre aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 5

Problem 5'e Göre APOS Teori Seviyeleri

APOS Seviyeleri	Öğrenciler
Eylem	Ö4, Ö5
Süreç	Ö1
Nesne	Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12

Tablo 5 incelendiğinde üzere 2 öğrencinin "eylem", 1 öğrencinin "süreç" ve 9 öğrencinin "nesne" aşamasında olduğu görülmektedir.

Problem 5 genel olarak değerlendirildiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun bu soru için "nesne" aşamasında olduğu dikkat çekmektedir. Orta düzeyde olan Ö5 öğrencisinin eylem aşamasında olduğu görülmektedir.

Düşük düzeyde olan Ö2 ve Ö3 öğrencisinin nesne aşamasında olduğu görülmektedir. Uygulanan beş problemle ilgili öğrencilerin bulunduğu APOS seviyelerini genel olarak belirtmek amacıyla Tablo 6 oluşturulmuştur.

Tablo 6

Öğrencilerin Uygulama Sonucu Genel APOS Teori Seviyeleri

Öğrenci	Problem 1	Problem2	Problem 3	Problem 4	Problem 5
Ö1	Eylem	Eylem	Eylem	Eylem	Süreç
Ö2	Eylem	Nesne	Süreç	Nesne	Nesne
Ö3	Süreç	Nesne	Süreç	Nesne	Nesne
Ö4	Eylem	Eylem	Nesne	Süreç	Eylem
Ö5	Eylem	Süreç	Süreç	Eylem	Eylem
Ö6	Süreç	Nesne	Nesne	Nesne	Nesne
Ö7	Süreç	Nesne	Nesne	Nesne	Nesne
Ö8	Nesne	Nesne	Süreç	Nesne	Nesne
Ö9	Nesne	Nesne	Nesne	Nesne	Nesne
Ö10	Nesne	Nesne	Nesne	Nesne	Nesne
Ö11	Nesne	Nesne	Nesne	Nesne	Nesne
Ö12	Nesne	Nesne	Nesne	Nesne	Nesne

Tablo 6 incelendiğinde düşük seviyede olan Ö1 öğrencisinin ilk dört soru boyunca “eylem” aşamasında olduğu ve uygulama sonucunda “süreç” aşamasına geçebildiği görülmektedir. Ö2 öğrencisinin problem 1’de “eylem”, problem 3’de “süreç” ve diğer problemlerde “nesne” aşamasında olması dikkat çekmektedir. Ö3 öğrencisinin de uygulama sonucunda seviyesinin “nesne” aşamasına yükseldiği görülmektedir. Ö4 öğrencisinin “eylem” aşamasında olmasına rağmen problem 3’de “nesne” aşamasındadır. Bu da APOS teori seviyelerinde keskin sınırlar olmadığını göstermektedir. Orta düzeyde olan Ö5 öğrencisi ise “eylem” aşamasında olduğu görülmektedir. Geri kalan öğrencilerin ise uygulama sonucunda “eylem” aşamasında olduğu görülmektedir.

V. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde, probleme dayalı öğretim yöntemiyle yüzde kavramına yönelik hazırlanan günlük hayat problemleri ile gerçekleştirilen uygulama sürecinde, öğrencilerin yüzde kavramına yönelik öğrenme düzeyleri APOS teorik çerçevesinde incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar ve ardından uygulamaya ve araştırmacılara yönelik önerilere yer verilmiştir.

5.1. Tartışma ve Sonuç

Probleme dayalı öğretim modeli esas alınarak planlanan öğretim ortamlarının öğrenme düzeyine birçok olumlu etki yapacağı söylenebilir. Bu şekildeki öğrenme ortamlarında öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmesiyle başarılarının, özgüvenlerinin ve problem çözme becerilerinin geliştiği gözlemlenmiştir. Bu sonuç PDÖ'nün matematiğe karşı olumlu tutum geliştirdiği sonucuna varan (Cantürk Günhan, 2006; Cantürk Günhan ve Başer, 2008; Öksüz ve Uça, 2011; Özgen ve Pesen, 2008; Öksüz, 2018) çalışmalarına benzerlik göstermektedir.

Asiala, Cotrill ve Dubinsky (1997), APOS teorisi ile şekillendirilen öğretimin, öğrencilerin türevin geometriksel anlayışı üzerinde etkili bir öğretim sağladığı sonucuna varmışlardır. Murray (2002) APOS teorisine dayalı olarak planlanan öğretimin öğrencilerin fonksiyon kavramı anlayışına etkisini inceleyen karma bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmanın sonuçlarına göre, cebirsel kavramların öğreniminde bu tür öğretimin pozitif yönde etkili olduğu ve doğal olarak öğrenci başarısını arttırdığı sonucuna varmıştır. Bu çalışmada da APOS teorisiyle tasarlanan öğretimin yüzde konusunda öğrencilerin öğrenmesine katkı sağladığı görülmüştür. Öğrencilerin zihinsel süreçlerinin incelenmesiyle planlanan öğretimin daha iyi öğrenmeler sağlayabileceği söylenebilir. Bu sonuç (Açıl, 2015) doktora tezinde Öğrencilerin soyutlama süreçlerinin temele alınması ile planlanan bir öğretimin nitelikli bir öğrenme için gerekli olabileceğini ifade eden çalışmanın sonucuna benzer bir sonuçtur.

Çalışma sonucunda öğrencilerin özellikle farklı şekillerde verilen çoklukları birbirine çevirme ve bunları karşılaştırmada zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu sonuç katılımcıların yüzde kavramını anlama ve yorumlamada, kesir-ondalık gösterim-yüzde dönüşümünü yapmada ve miktar ile yüzde oranı arasındaki farkı ayırt etmede zorluk yaşadıkları sonucuna varan (Erdem, Özçelik ve Gürbüz, 2018) araştırmasına benzerlik göstermektedir. Bunun nedeni olarak ise öğrencilerin kesirleri sadeleştirme ve genişletme işlemlerindeki öğrenme eksikliklerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Ortaokul matematik öğretim programında "sayılar ve işlemler" öğrenme alanı ve "yüzdeler" alt öğrenme alanına ait kazanımlar dikkate alınarak oluşturulan günlük hayat problemleriyle öğrencilerin yüzde kavramına yönelik öğrenme düzeyleri APOS teorik çerçevesinde incelenmiştir. Bu problemler güncel öğretim programında yer alan yüzde kavramına yönelik kazanımlar göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır.

Uygulanan öğretim süreci sonunda öğrenci cevapları incelenerek yüzde kavramına yönelik APOS teorisine dayalı genetik çözümleme yapılmıştır. Yapılan genetik çözümlemeye göre öğrenci davranışları ise aşağıdaki gibidir:

Eylem: Yüzde kavramını öğrenme düzeyi eylem aşamasında olan öğrenciler bir şeklin yüzdelik kısmını bulmada zorluk yaşamadıkları tespit edilmiştir. Bir bütünün verilen miktarını yüzde sembolüyle ifade ederken zorlandıkları görülmüştür. Verilen çokluğu kesir şeklinde yazmaları gerektiğini biliyor. Ancak bu şekilde yazamadıkları gibi gerekli işlemleri yapamadıkları ve yüzde sembolüne ulaşamadıkları tespit edilmiştir. Üç farklı şekilde verilen çoklukları karşılaştırırken hepsinin aynı şekilde yazılması gerektiğini biliyor ancak bu işlemleri yaparken zorlandıkları görülmüştür. Bir bütünün belirtilen yüzdesini bulurken ise yüzde sembolünü kesir şeklinde yazarken hata yaptıkları ve bu yüzden de problemi çözüme kavuşturamadıkları tespit edilmiştir. Aynı şekilde bir bütünün iki farklı yüzdelik dilimini hesaplarken de benzer hataların yapıldığı görülmüştür.

Süreç: Yüzde kavramını öğrenme düzeyi süreç aşamasında olan öğrencilerin verilen bir modelin istenen yüzdelik kısımlarını rahatlıkla bulabildikleri görülmüştür. Bir bütünün istenen miktarını yüzde sembolüyle yazarken verilen ifadeyi kesre dönüştürebildikleri görülmüş. Ancak yüzde sembolü ile yazmak için gerekli işlemleri yaparken hata yaptıkları tespit edilmiştir. Üç farklı türdeki çokluğu karşılaştırırken verilenleri aynı türden yazabildikleri ve bu ifadeleri sıralayabildikleri görülmüştür. Ancak bu aşamadaki bazı öğrencilerin sıralamada hata yaptığı gözlemlenmiştir. Verilen bir bütünün belli bir yüzdesini bulurken gerekli işlemleri rahatlıkla yaptıkları görülmüştür. Aynı şekilde verilen bir bütünün iki farklı yüzdelik ifadesini bulurken de zorlanmadıkları tespit edilmiştir. Parça bütün arasındaki ilişkiyi içselleştirdiklerinden bu tür problemlerin çözümünü yapabildikleri tespit edilmiştir.

Nesne: Yüzde kavramını öğrenme düzeyi süreç aşamasında olan öğrencilerin verilen bir modelin yüzdelik ifadesine karşılık gelen miktarını çok rahat bir şekilde bulduğu görülmüştür. Parça bütün ilişkisini rahatlıkla ifade edebildikleri görülmüştür. Bir bütünün istenen miktarını yüzde sembolüyle yazmak için gerekli işlemleri yaparken zorlanmadıkları ve yazabildikleri görülmüştür. Üç farklı türde verilen çoklukları karşılaştırırken hepsini aynı türden yazdıkları ve daha sonra verilen ifadeleri karşılaştırmada zorlanmadıkları tespit edilmiştir. Verilen bir bütünün belli bir yüzdesine karşılık gelen miktarını bulurken de gerekli işlemleri tam ve doğru bir şekilde yaptıkları ve sonuca ulaştıkları tespit edilmiştir. Aynı şekilde bir bütünün iki farklı yüzdelik dilimine karşılık gelen miktarı rahatlıkla bulabilmiş ve aradaki farkı ifade edebildikleri tespit edilmiştir. Ö4 ve Ö5 öğrencilerinin son soruda eylem sürecine geriledikleri görülmüştür. Nitekim bu iki öğrenci son soru ile benzerliği olan bir önceki soruda daha üst kademede yer almışlardır.

Sonuç olarak öğrencilerin çoğunun yüzdeler konusunun probleme dayalı öğretimi süreci boyunca yapılan gözlem ve hazırlanan açık uçlu sorulara verdikleri cevaplar doğrultusunda hedef davranışları büyük oranda kazandıkları tespit edilmiştir. Bu uygulama öğrencilerin başarı ve tutumunu olumlu yönde etkilemiştir (Bilal ve diğ, 2025; İlhan ve diğ, 2020; Tutak ve diğ, 2018; İç ve Tutak, 2018; Tutak ve diğ, 2020). Ayrıca probleme dayalı öğretim yaklaşımına dayalı planlanan öğretim süreçlerinde öğrencilerin eğlenerek öğrendikleri, matematiğe karşı olumlu bir tutum geliştirdikleri, problem çözme ve matematiksel düşünme becerilerinin geliştiği, matematiği yapabileceklerine dair inançlarının arttığı gözlemlenmiştir.

5.2. Öneriler

Matematik öğretiminde öğrencilerin günlük hayatta çokça karşılaştıkları "yüzdeler" konusunun öğretimine daha fazla önem verilmelidir. Yüzdeler konusunun günlük hayattan problemlerle APOS teorik çerçevesinde tasarlanmasının ve öğrencilerin öğrenme sürecinin her anında derse aktif olarak katılmasının etkili öğrenmelere katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Öğrencilerin kural odaklı ezberci eğitimdense anlamlı öğrenmeyi sağlayan öğretim yöntemleriyle daha kalıcı öğrenme davranışları gerçekleştirecekleri düşünülmektedir.

APOS teorik çerçevesinde probleme dayalı öğretim ile desenlenmiş öğrenme ortamlarında öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirdikleri, bunun sonucun ise problem çözme becerilerinin ve matematiksel akıl yürütme becerilerinin gelişimine olumlu katkı sağladığı görülmüştür. Bundan dolayı matematik öğrenme süreçleri tasalanırken bu yaklaşımın temel alınmasının sürece olumlu katkı sağlayacağı söylenebilir.

Öğrencilerin özellikle sadeleştirme ve genişletme işlemlerinde sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir. Üst kademedeki sınıflarda da bu zorlukların yaşandığı göz önüne alınırsa bu araştırma çerçevesinde öğretimi planlayıcılarına APOS teorik çerçevesinde probleme dayalı yöntemi kullanmaları önerilmektedir.

Bu çalışma kırsal bir bölgedeki başarı seviyesinin ve imkânların sınırlı olduğu bir örneklemle gerçekleştirilmiştir. Daha kapsamlı sonuçlar elde etmek için bu yönden farklı bölgelerdeki daha geniş örneklemler üzerinde yeni araştırmalar yapılabilir.

Araştırmada yüzde kavramının söz konusu sınıf düzeyindeki kazanımlarla ilgili öğrenme süreçleri incelenmiştir. Daha üst sınıf seviyelerinde belli bir yüzdesi verilen çokluğun tamamını bulma gibi daha üst düzey öğrenmelerin oluşturulma süreçleri incelenebilir.

KAYNAKÇA

Açıl, E. (2015). *Ortaokul 3. Sınıf Öğrencilerin Denklem Kavramına Yönelik Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi: APOS TEORİSİ.* (Doktora Tezi). Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Allinger, G. D. & Payne, J. N. (1986). Estimation and Mental Arithmetic with Percent. H. L. Schoen (Ed.), *Estimation and Mental Computation (s. 141-155). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.*

Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, E., K. (1997). The Development of Students' Graphical Understanding of the Derivative. *The Journal of Mathematical Behavior 16(4), 399-431.* https://doi.org/10.1016/S0732-3123(97)90015-8.

*A*siala, M., Dubinsky, E., Mathews, D. M., Morics, S., & Oktac, A. (1997). Development of Students' Understanding of Cosets, Normality, and Quotient Groups. *The Journal of Mathematical Behavior, 16(3), 241-309.* https://doi.org/10.1016/S0732-3123(97)90029-8.

Baker, W. J., Czarnocha, B., Dias, O., & Doyle, K. (2012). Kennis Procedural and Conceptual Knowledge: Adults Reviewing Fractions. *ALM International Journal, 7(2), 39-65.*

Baki, A. ve Güç, F. A. (2014). Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Devirli Ondalık Gösterimle ilgili Kavram Yanılgıları. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 5(2), 176 – 206.*

Baldemir, B., Tutak, T., İç, Ü. (2025). Yapay Zekâ Destekli Matematik Tarihi ve Matematik Bilgi Yarışmasına Yönelik Öğrenci ve Öğretmen Görüşleri. *Eğitim ve İnsani Bilimler Dergisi: Teori ve Uygulama, 16(32), 459-482*.

Barak, B. (2007). *Limit Konusundaki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi.* (Yüksek Lisans Tezi). Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Baroody, A. J. & Coslick, R. T. (1998). *Fostering Children's Mathematical Power: An Investigate Approach to K-8 Mathematics Instruction.* Mahwah, NJ: Erlbaum.

Bayraktar, F., Tutak, T., & İlhan, A. (2019). An Analysıs of the Studıes on the APOS Theory. *Electronıc Journal of Educatıon Scıences, 8*(16), 242-250.

Bergsten, C. (2008). On the Influence of Theory on Research in Mathematics Education: The Case of Teaching and Learning Limits of Functions. *ZDM Mathematics Education, 40(2), 189–199.*

Bingölbali, E., Arslan, S. ve Zembat, İ. Ö. (2016). *Matematik Eğitiminde Teoriler.* (1. Baskı) Ankara: Pegem Akademi.

Cantürk-Günhan, B. (2006). *İlköğretim II. Kademede Matematik Dersinde Probleme Dayalı Öğrenmenin Uygulanabilirliği Üzerine Bir Araştırma.* (Doktora Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Cantürk-Günhan, B. ve Başer, N. (2008). Probleme Dayalı Öğrenme Yönteminin Öğrencilerin Matematiğe Yönelik Tutumlarına ve Başarılarına Etkisi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 8(1), 119-134.*

Çetin, H. (2009). *İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerileri ile Denklem Çözme Başarıları Arasındaki ilişki Üzerine Bir Çalışma.* (Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya). Erişim adresi http://hdl.handle.net/123456789/7631.

Deniz, Ö. (2014). *8. Sınıf Öğrencilerinin Eğim Kavramını Oluşturma Süreçlerinin APOS Teorik Çerçevesinde İncelenmesi.* (Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir). Erişim adresi https://hdl.handle.net/11421/3742.

Dubınsky, E., Weller, K., Mcdonald, M. A. ve Brown, A. (2005). Some Hıstorıcal Issues and Paradoxes Regardıng the Concept of Infinıty: An APOS-Based Analysıs: Part 1. *Educ Stud Math, 58(3), 335-359.*

Dubinsky, E. & Lewin, P. (1986). Reflective Abstraction and Mathematics Education: The Genetic Decomposition of Induction and Compactness. *The Journal of Mathematical Behavior, 5(1), 55–92.*

Erdem, E., Özçelik, A. ve Gürbüz, A. (2018). 7. Sınıf Öğrencilerinin Yüzdeler Konusunda Yaşadiklari Zorluklar ve Çözüm Önerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19(3) 638 – 653. https://doi.org/10.17679/inuefd.345749.*

Engelbrecht, J., Harding, A., & Potgieter, M. (2005). Undergraduate Students' Performance and Confidence in Procedural and Conceptual Mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 36(7), 701–712.* https://doi.org/10.1080/00207390500271107.

Gueudet, G. (2008). Investigating the Secondary–Tertiary Transitio. *Educ Stud Math, 67(1), 237-254.*

Gürbüz, M. K. (2018). *Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Etkinlik Temelli Öğrenme Yaklaşımı Altında Oran-Orantı Kavramlarını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi.* (Yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

İç, Ü., Tutak, T. (2018). Correlation between Computer and Mathematical Literacy Levels of 6th Grade Students. *European Journal of Educational Research*, 7(1), 63-70.

İlhan, A., Tutak, T., İç, Ü., Ekinci, N. (2020). Matematik Öğretmen Adaylarının Özel Öğretim Yöntemleri Dersine Yönelik Görüşlerinin İncelenmesi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 19(73),*

Kabaca, T. (2006). *Limit Kavramının Öğretiminde Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin Etkisi.* (Doktora Tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kabael, T. (2011). Tek Değişkenli Fonksiyonların İki Değişkenli Fonksiyonlara Genellenmesi, Fonksiyon Makinesi ve

APOS. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 11(1), 465-499.*

Kabael, T. (2015). Analiz II Öğrencilerinin Kutupsal Fonksiyonları Oluşturmaları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (Efmed), 9(1), 246-274.* https://doi.org/10.17522/nefefmed.71740.

Kayan, A. K. (2019). *Yüzdeler Öğretiminde Matematiksel Modelleme Etkinlikleri Kullanımının Öğrencilerin Başarısı ve Matematiği Günlük Hayatla İlişkilendirme Becerisine Etkisi.* (Yüksek Lisans Tezi, Trabzon Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon). Erişim adresi http://acikerisim.trabzon.edu.tr/xmlui/handle/20.500.12598/379.

Kusaeri, K. (2015). Terbentuknya Konsepsı Matematıka Pada Dırı Anak Darı Perspektıf Teorı Reıfıkası Dan APOS. *Jurnal Pendıdıkan Matematıka*, *1(2), 101–105.* http://dx.doi.org/10.33474/jpm.v1i2.244.

Lembke, L. O. (1991). *The Development of Concepts and Strategies Used in Solving Percent Problems.* (Doctoral Dissertation). Available from ProQuest Dissertations and Theses Full Text database. (UMI No. 9133614).

Lembke, L. O. & Reys, B. J. (1994). The Development of, and Interaction between, Intuitive and School-Taught Ideas about Percent. *Matematik Eğitiminde Araştırma Dergisi, 25 (3), 237-259.* https://doi.org/10.2307/749337.

Maharaj, A. (2013). An APOS Analysis of Natural Science Students' Understanding of Derivatives. *South African Journal of Education, 33(1), 458-477.* https://doi.org/10.15700/saje.v33n1a458.

Merriam, S. B. (2013). *Nitel Araştırma: Desen ve Uygulama için Bir Rehber* (Çev. S. Turan). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık (Orijinal yayın tarihi, 2009).

Martin, W., Loch, S., Cooley, L., Dexter, S., & Vidakovic, D. (2010) Eıntegrating Learning Theories and Application-Based Modules in Teaching Linear Algebra. *Linear Algebra* *and its Applications, 432(8), 2089–2099.* https://doi.org/10.1016/j.laa.2009.08.030.

MEB (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar).* Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Moll, V. F., Trigueros, M., Badillo, E., & Rubio, N. (2016). Mathematical Objects Through the Lens of two Different Theoretical Perspectives: APOS and Osa. *Educ Stud Math, 91, 107–122.*

Murray, M. A. (2002). *Fırst-Tıme Calculus Students Dıscoverıng the Product Rule: Functıon, Notatıon and APOS Theory.* (Doktora Tezi), Albany Üniversitesi, New York.

Olkun, S. ve Uçar, Z. T. (2012). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi.* (5. Baskı.). Ankara: Ertem Yayıncılık.

Olkun, S. ve Uçar, Z. T. (2007). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi.* (3.Baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.

Öksüz, C. ve Uça, S. (2011). Matematik Dersinde Probleme Dayalı Öğrenme Üzerine Bir Örnek Olay. *Eğitim Bilimleri Dergisi, 2(2), 20-29.* http://hdl.handle.net/11607/260.

Öksüz, R. (2018). *5. Sınıf Öğrencilerinin Kesir Kavramını Oluşturma Süreçlerinin APOS Teorik Çerçevesinde İncelenmesi.* (Yüksek Lisans Tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Özçelik, A. ve Tutak, T. (2017). 7. Sınıf Yüzde ve Faiz Konusunun Gerçekçi Matematik Eğitimine Dayalı Olarak İşlenmesinin Öğrencilerin Başarı ve Tutumlarına Etkisi. *Electronic Journal of Education Sciences, 6(12), 204-216.*

Özgen, K. ve Pesen, C. (2008). Probleme Dayalı Öğrenme Yaklaşımı ve Öğrencilerin Matematiğe Yönelik Tutumları. *D. Ü. Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 11, 69-83.* https://hdl.handle.net/20.500.12604/764.

Özmantar, M., F. & Monaghan, J. (2007). A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstractions. *Mathematics Education Research Journal, 19(2), 89– 112.*

Parker, M. & Leinhardt, G. (1995). Percent: A Privileged Proportion. *Review of Educational Research, 65(4), 421-481. https://doi.org/10.3102%2F00346543065004421.*

Parraguez, M. & Oktaç, A. (2010). Construction of the Vector Space Concept From the Viewpoint of APOS Theory. *Linear Algebra and its Applications, 432(8), 2112–2124.* https://doi.org/10.1016/j.laa.2009.06.034.

Possani, E., Trigueros, M., Preciado, J. G., & Lozano, M. D. (2010). Lineer Cebir Öğretiminde Modellerin Kullanımı. *Linear Algebra and its Applications 432, 2125–2140.*

Salgadoa, H. & Trigueros, M. (2015). Model ve APOS Teorisini Kullanarak Özdeğerleri ve Özvektörleri Öğretmek. *Journal of Mathematical Behavior 39(2015) 100–120.*

Selçuk, G. S, Karabey, B. ve Çalışkan, S. (2011). Probleme Dayalı Öğrenmenin Matematik Öğretmen Adaylarının Ölçme ve Vektörler Konularındaki Başarıları Üzerindeki Etkisi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 8(15), 313–322.*

Şefik, Ö. (2017). *Öğrencilerin İki Değişkenli Fonksiyon Kavramını Anlamalarının APOS Teorisi ile Analizi.* (Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara). Erişim adresi http://hdl.handle.net/11655/3910.

Tall, D. O. (1999). Reflections on APOS Theory in Elementary and Advanced Mathematical Thinking. O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Haifa, Israel, 1, 111-118.*

Tutak, T., İlhan, A., İç, Ü., Kılıçarslan, S. (2018). Bilgisayar Destekli Matematik Öğretiminin Matematik Öğretmen Adaylarının Öğrenme Süreçlerine Yönelik Görüşlerine Etkileri. *Journal of Turkish Studies*, 13(27), 1509-1524.

Tutak, T., Süzen, A. B., İnan, İ. E. (2020). Determining the Mistakes of Secondary School Mathematics Teachers in Operation Priority. *Participatory Educational Research, 7(1), 16-29.*

Türnüklü, E. ve Özcan, B. N. (2014). Öğrencilerin Geometride RBC Teorisine Göre Bilgiyi Oluşturma Süreçleri ile Van Hıele Geometrik Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişki: Örnek Olay Çalışması. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 11(27), 295-316.*

Trigueros, M. ve Possani, E. (2013). Doğrusal Cebir Öğretmek İçin Bir Ekonomi Modeli Kullanma. *Lineer Cebir ve Uygulamaları, 438(1), 1779–1792.* https://doi.org/10.1016/j.laa.2011.04.009.

Trigueros, M. & Martínez, R. (2010). İki Değişkenli Fonksiyonların Öğrenilmesinde Düzlemsel Geometrik Temsiller. *Matematikte Eğitim Çalışması, 73(1), 3-19.*

Tzirias, W. (2011). *İlgili oran problemlerinin kavramsal aşamalarını incelemek için bir çerçeve olarak APOS teorisi.* (Yüksek Lisans Tezi), Concordia Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kanada.

Umay, A. (1996). Matematik Eğitimi ve Ölçülmesi (Mathematics Education and Measurement of Mathematics). *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 12, 145-149.*

Urhan, S. ve Dost, Ş. (2018). *Matematik Öğretmen Adaylarının APOS Teorisi Bağlamında Türev Kavramını Anlama Düzeyinin Analizi.* (Yüksek Lisans Tezi), Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Walle, V. J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği, Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim* (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği. Gelişimsel Yaklaşımla*

Öğretim (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Wiebe, J. H. (1986). Manipulating Percentages. *Mathematics Teacher, 79(1), 21-26.* https://doi.org/10.5951/MT.79.1.0021.

Yapıcı, A. (2013). *5, 6 ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Yüzdeler Konusunda Sayı Duyularının İncelenmesi.* (Yüksek lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara). Erişim adresi http://hdl.handle.net/11655/1865.

Yapıcı, A., Altay, K. (2017). Ortaokul Öğrencilerinin Yüzdeler Konusunda Sayı Duyularının İncelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 17 (4), 2221-2243.* https://doi.org/10.17240/aibuefd.2017..-337984.

Yeşildere, S., ve Türnüklü, E. B. (2008). İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 21(2), 485- 510.*

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2003). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (5. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.* (2. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldız, F. (2008). *Oran, Orantı ve Yüzdeler" Ünitesinin Proje Tabanlı Öğrenme ile Öğrenilmesinin Matematik Dersindeki Başarıya ve Tutuma Etkisi.* (Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul). Erişim adresi http://hdl.handle.net/11424/18450.

Yıldız, Ş. (2017). *Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Yüzdeler Konusunda Karşılaştıkları Güçlüklerin İncelenmesi.* (Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir). Erişim adresi http://hdl.handle.net/11684/1506.